Lista 3

① $f(x) = \log_{(x-1)}(-x^2 + x + 6)$

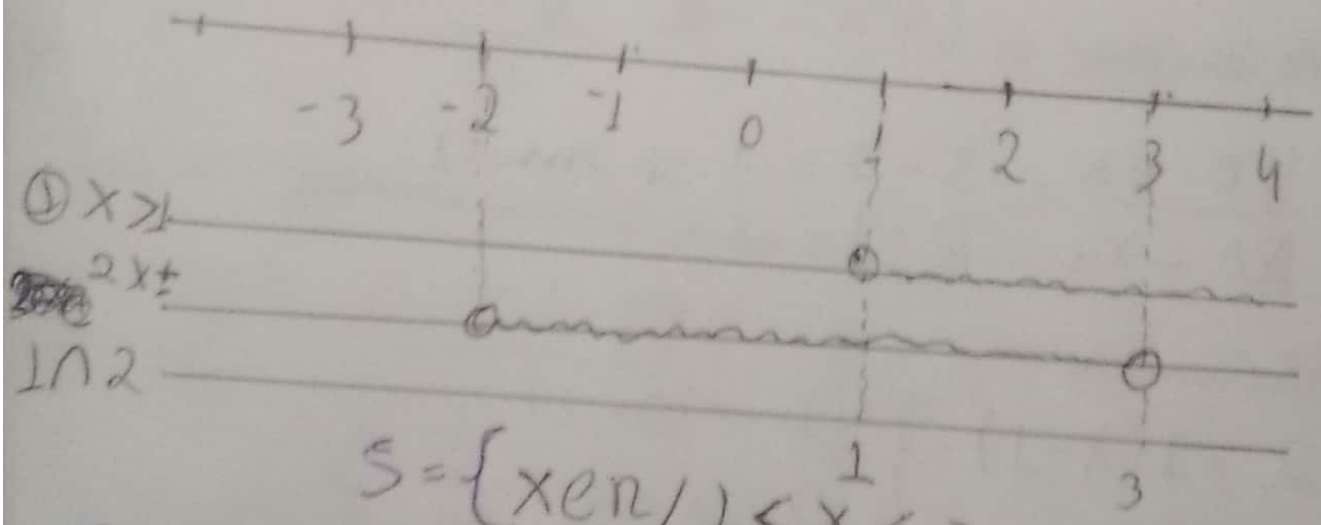
$x - 1 > 0$. $\quad x - 1 \neq 1$

$x > 1$ $\quad x \neq 2$

$-x^2 + x + 6 > 0 \Rightarrow x^2 - x - 6 < 0$

$x = \frac{-(1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4.(1).(-6)}}{2.1} \Rightarrow x = \frac{+1 \pm \sqrt{1+24}}{2}$

$x = \frac{1 \pm 5}{2} = x \begin{cases} x = 3 \\ = -2 \end{cases}$ $\quad -2 < x < 3$



$S = \{x \in \mathbb{R} / 1 < x < 3 \text{ e } x \neq 2\}$

② $f(x) = x^2 + 3x$ $\quad y = f(x-1)$

$(x-1)^2 + 3(x-1) \Rightarrow x^2 - 2x + 1 + 3x - 3 \Rightarrow x^2 + x - 2$

$x^2 - x - 2 = 0$

$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-1)}{2(1)} = \frac{1}{2}$

$y_v = \frac{\Delta}{4A} \quad \frac{b^2 - 4ac}{4a} = \frac{(-1)^2 - 4.(1).(-2)}{4.1}$

$y_v = \frac{1+8}{4} = \frac{9}{4}$

a é positivo concavidade para cima vértice em y_v e conjunto

$$\left[\frac{9}{4}, +\infty\right[$$

③ A função é dada por

$y - y_a = m(x - x_a)$

Calculo do m

$m = \frac{y_B - y_a}{x_B - x_a} = \frac{3-2}{2-1} = \frac{1}{1} \Rightarrow m = 1$

Substituindo

$y - 2 = 1(x-1)$

$y - 2 = x - 1$

$y = x - 1 + 2$

$y = x + 1$

Inverso

$y = x + 1$

$x = y + 1$

$y = x - 1$

$f^{-1}(x) = x - 1$

4)

$L(x) = (80 - x)(500 + 25x)$

$L(x) = 40.000 + 2000x - 500x - 25x^2$

$L(x) = -25x^2 + 1500x + 40000$

$a < 0 \Rightarrow$ Valor máximo

$x_L = \frac{-b}{2 \cdot a} = \frac{-1500}{2 \cdot (-25)} = \frac{1500}{50} = 30$ litros

Preço do Vendo = R$ 450 - R$ 430 = R$ 1,20

5) $g(f(x)) = 1 - 2f(x)$

$4x^2 - 1 = 1 - 2f(x) \Rightarrow 4x^2 - 1 - 1 = -2f(x) \Rightarrow$

$4x^2 - 2 = -2f(x) \Rightarrow 2f(x) = -4x^2 + 2$

$f(x) = \frac{-4x^2 + 2}{2} \Rightarrow -2x^2 + 1 \Rightarrow f(x) = -2x^2 + 1$

$a < 0$ concavidade para baixo

$y = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{0 - 4(-2) \cdot 1}{4(-2)} = \frac{8}{8} = 1$

$Im(f) =]-\infty, 1]$

⑥ $y = x^2 - 3x + 4$ e $y = x + 1$

$x^2 - 3x + 4 = x + 1$

$x^2 - 3x + 4 - x - 1 = 0$

$x^2 - 4x + 3 = 0$

$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4(1)(3)}}{2(1)}$

$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2}$

$x = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2}$

$x = \frac{4 \pm 2}{2} = x' \frac{4+2}{2} = \frac{6}{2} = 3$

$x'' \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1$

Para $x_1 = 3$ temos

$y_1 = x_1 + 1$

$y_1 = 3 + 1$

$y_1 = 4$

Para $x_2 = 1$ temos

$y_2 = x_2 + 1$

$y_2 = 1 + 1$

$y_2 = 2$

Solução $(3, 4)$ e $(1, 2)$

b) $y = x^2 - 4$ e $y = 2x - 5$

$x^2 - 4 = 2x - 5$

$x^2 - 4 - 2x + 5 = 0$

$x^2 - 2x + 1 = 0$

$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4(1).(1)}}{2.(1)}$

$\frac{2 \pm \sqrt{0}}{2} = x = 1$

Para $x_1 = 1$ temos

$y = 2.1 - 5$

$y = -3$

$S = (1, -3)$

c) $y = -x^2 + 2x$ e $y = x + 1$

$-x^2 + 2x = x + 1$

$-x^2 + 2x - x - 1 = 0$

$-x^2 + x - 1 = 0 \quad (-1) \Rightarrow x^2 - x + 1 = 0$

$x = 1 \pm \frac{\sqrt{1 - 4(1)(1)}}{2}$

$x = 1 \pm \frac{\sqrt{1 - 4}}{}$

$\frac{x = 1 \pm \sqrt{-3}}{2}$ Não há solução

7) a) $y = \frac{3x + 8}{2} \Rightarrow \frac{x}{1} = \frac{3y + 8}{2} \Rightarrow 3y + 8 = 2x \Rightarrow$

$3y = 2x - 8 \Rightarrow \frac{2x - 8}{3}$

$f^{-1}(x) = \frac{2x - 8}{3}$

b) $f^{-1}(10) \Rightarrow f^{(-1)}_{(10)} = \frac{2(10) - 8}{3} \Rightarrow f^{(1)}_{(10)} \frac{20 - 8}{3} =$

$f^{(-1)}_{(10)} = \frac{12}{3}$ $f^{(-1)}_{(10)} = 4$

8) $f(x) 2x + 3$

$y = 2x + 3 \quad x = 2y + 3 \Rightarrow 2y = x - 3 \Rightarrow y = \frac{x - 3}{2}$

$f^{(-1)}_{(x)} \frac{x - 3}{2}$

9) $f(x) = 2x + 3$ $\quad g(x) = 3x^2 - 5$

$g \circ f(x) = 3(2x+3)^2 - 5 \Rightarrow 3(4x^2 + 12x + 9) - 5 \Rightarrow$

$g \circ f(x) = 12x^2 + 36x + 27 - 5$

$\boxed{g \circ f(x) = 12x^2 + 36x + 22}$

$f \circ g(x) = 2(3x^2 - 5) + 3$

$f \circ g(x) = 6x^2 - 10 + 3$

$\boxed{f \circ g(x) = 6x^2 - 7}$

10) $f(x) = \dfrac{(2x+4)}{(3x-6)} = \dfrac{2y+4}{3y-6} = \dfrac{x}{1} \times \dfrac{2y+4}{3y-6}$

~~$2xy + 4x = 3xy$~~

$3yx - 6x = 2y + 4$

$3xy - 2y = +6x + 4$

$y(3x-2) = 4 + 6x$

$y = \dfrac{4+6x}{3x-2}$

$\boxed{f^{-1}(x) = \dfrac{4+6x}{3x-2}}$

11) $\dfrac{\log x}{1-x^2}$ $\qquad 1-x^2$ $\qquad$ b) $1-x^2$

$\log x$ $\qquad$ a) $1x^0 \neq 0$ $\qquad D = (-\infty, \infty)$

$x > 0$ $\qquad -x^2 \neq -1$

$x^2 \neq 1$

$x \neq \pm 1$

$\log(x)$

$1-x^2$ $-\infty$ -1 1 $+\infty$

$\frac{\log(x)}{1-x^2}$ 0

$S = (0,1) \cup (1,\infty)$

12) $y_3 = 2(x_1 + x_2)$

$y_3 = 2^{x_1} \cdot 2^{x_2}$ Letra (E)

$y_3 = y^1 \cdot y^2$

13) $q_t = \frac{q_0}{2} = q_0^{2-1}$

$q_t = q_0 \cdot 2^{(-0,1t)} \Rightarrow y^0 \cdot 2^{-1} = g \circ a(-0,1t)$

Bases iguais e iguais expoente

$-1 = -0,1t$

$0,1t = 1$

$t = \frac{1}{0,1} = 10$ meses

14) =

a) Certo $\Rightarrow \log_3 x$ (3) $\Rightarrow b = 3$

b) Certo $x \cdot (x_1, 0) \Rightarrow \log_3 x = 0 \Rightarrow x = 3^0 =$ (1)

c) Certo $\Rightarrow 1 < x < 0$

d) errado $B \cdot (x, 1) \Rightarrow \log_3 x = 1 \Rightarrow x = 3^1 =$ (3)

15) Abscissa de A (1,0) $\log_3 A = 0 \Rightarrow A = 3^0 \Rightarrow A = 1$

Abscissa de B (B, 3) $\log_3 B = 3 \Rightarrow B = 3^3 \Rightarrow B = 27$

$B - A = 27 - 1 = 26\ mm$