Cálculo I

Atividade AutoInstrucional

0) Calcule as derivadas abaixo **através da definição** $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$.

a) f(x) = 3x + 2

c) f(x) = 1 – 4x^2

b) f(x) = $\dfrac{1}{x+2}$

d) f(x) = 2x^2 – x – 1

Respostas:

a) 3 **b) - 8x** **c)** $\dfrac{-1}{(x+2)^2}$ **d) 4x - 1**

e) $f(x) = 4x - 3$

f) $f(x) = 5 - 2x$

g) $f(x) = x^2 - 3$, no ponto x = 2

h) $f(x) = x^2 + 2x$, no ponto x = 3

i) $f(x) = x^3$

1) Calcular as derivadas das expressões abaixo, usando as fórmulas de derivação:

a) $y = x^2 + 4x$ — R: $\dfrac{dy}{dx} = 2x + 4$

b) $f(x) = \dfrac{2}{x^2}$ — R: $f'(x) = -\dfrac{4}{x^3}$

c) $y = \dfrac{x^3}{2} + \dfrac{3x}{2}$ — R: $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{3}{2}(x^2 + 1)$

d) $y = \sqrt[3]{x}$ — R : $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$

e) $f(x) = \left(3x + \dfrac{1}{x}\right) \cdot (6x - 1)$ — R : $\dfrac{df(x)}{dx} = 36x + \dfrac{1}{x^2} - 3$

f) $y = \dfrac{x^5}{a+b} - \dfrac{x^2}{a-b} - x$ — R: $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{5x^4}{a+b} - \dfrac{2x}{a-b} - 1$

g) $y = \dfrac{(x+1)^3}{x^{3/2}}$ — R: $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{3(x+1)^2(2x-1)}{2x^{5/2}}$

h) $y = x(2x-1)(3x+2)$ — R: $\dfrac{dy}{dx} = 2(9x^2 + x - 1)$

i) $y = \dfrac{2x^4}{b^2 - x^2}$ — R: $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{4x^3(2b^2 - x^2)}{(b^2 - x^2)^2}$

j) $y = \dfrac{a-x}{a+x}$ — R: $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{-2a}{(a+x)^2}$

k) $y = \left(\dfrac{a-x}{a+x}\right)^3$ — R: $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{-6a(a-x)^2}{(a+x)^4}$

l) $y = \sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$ — R: $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{(1-x)\sqrt{1-x^2}}$

m) $y = (1 + \sqrt[3]{x})^3$ — R: $\dfrac{dy}{dx} = \left(\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x\sqrt[3]{x}}\right)^2$

n) $y=\dfrac{2x^2-1}{x\sqrt{1+x^2}}$ R: $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{1+4x^2}{x^2\sqrt{(1+x^2)^3}}$

o) $y=(x^2-a^2)^5$ R: $\dfrac{dy}{dx}=10x(x^2-a^2)^4$

2) Determine a equação da reta tangente e normal à função nos casos indicados:

a) $f(x) = x^3 + x + 3$ no ponto de abscissa $x_0 = 0$.

b) $f(x) = x^2 – 3x + 4$ no ponto (1, f(1)).

c) $f(x) = 2x^2 + 3$ que seja paralela reta $y = 8x + 3$.

d) $y=\dfrac{6+x}{3-x}$ no ponto $P=(0,2)$

e) y = $\left(\dfrac{4x^2-2x}{x^2}\right)^2$ no ponto $P=(1,4)$

3) Calcular a derivada.

a) $f(x) = 10 (3x^2 + 7x +3)^{10}$

b) f(x) = $\sqrt[3]{(3x^2+6x-2)^2}$

c) f(x) = $\dfrac{7x^2}{2(\sqrt[5]{3x+1})}+\sqrt{3x+1}$

d) $f(x) = 2e^{3x^2 + 6x + 7}$

e) f(x) = $\dfrac{a^{3x}}{b^{3x^2-6x}}$

f) f(s) = $\dfrac{1}{2}$ $(a + bs)^{\ln(a + bs)}$

g) $f(x) = \text{sen}^3 (3x^2 + 6x)$

h) f(t) = $\dfrac{\sqrt{e^t-1}}{\sqrt{e^t}+1}$

i) $f(x) = 1/a (bx^2 + c) – \ln x$

j) $f(x) = \text{sen}^2 x + \cos^2 x$

k) $f(x) = e^{2x} \cos 3x$

l) $f(x) = \text{sen}^2 (x/2).\cos^2 (x/2)$

m) $f(x) = \log_2 (3x – \cos 2x)$

n) $f(t) = e^{2 \cos 2t}$

Aplicações:

1) Uma partícula se move sobre uma trajetória segundo a equação abaixo onde **S** é dado em metros e **t** em segundos. Determine a velocidade e aceleração nos valores indicados:

a) $S(t) = 2t^2 + 10t - 1$. Determine a velocidade no instante t = 3 s.

b) $S(t) = t^2 + 3t$. Determine a velocidade no instante t = 2 s.

c) $S(t) = t^3 + t^2 + 2t + 1$. Determine a velocidade no instante t = 1 s e aceleração em t = 2 s.

2) O movimento de um objeto ocorre ao longo de uma reta horizontal, de acordo com a função horária:

$$s = f(t) = t^2 + 2t - 3$$

sabendo-se que a unidade de comprimento é o metro e de tempo, o segundo, calcule a velocidade no instante $t_0 = 2$ s.

3) Dada a função horária de um movimento retilíneo $s = f(t) = 2t^2 – t$, determine a distância em km percorrida e a velocidade em km/h ao fim de 5 h.

4) Determine a aceleração de uma partícula no instante $t_0 = 5$, sabendo que sua velocidade obedece à função $v(t) = 2t^2 + 3t + 1$. (velocidade: m/s; tempo: s)

5) Determine a aceleração, no instante t = 1 s, de um móvel que tem velocidade variável segundo a expressão v(t) = $\sqrt{t}$ (t em segundos e v em metros/segundo).

6) O lucro de uma empresa pela venda diária de x peças, é dado pela função: $L(x) = -x^2 + 14x - 40$. Quantas peças devem ser vendidas diariamente para que o lucro seja máximo?

7) O custo de fabricação de x unidades de um produto é dado por $C(x) = 3x^2 - 24x + 192$. Quantas unidades deverão ser fabricadas para que o custo médio seja mínimo?

8) Em um retângulo de área igual a 64 m², determine o menor perímetro possível.