Universidade de São Paulo Instituto de Matemática e Estatística Bacharelado em Ciência da Computação

Título do trabalho um subtítulo

Antonio Marcos Shiro Arnauts Hachisuca

Monografia Final mac 499 — Trabalho de

FORMATURA SUPERVISIONADO

Supervisor: Prof. Dr. Marcel Kenji de Carli Silva

O conteúdo deste trabalho é publicado sob a licença CC BY 4.0 (Creative Commons Attribution 4.0 International License)

Esta seção é opcional e fica numa página separada; ela pode ser usada para uma dedicatória ou epígrafe.

Agradecimentos

Do. Or do not. There is no try.

Mestre Yoda

Texto texto. Texto opcional.

Resumo

Antonio Marcos Shiro Arnauts Hachisuca. **Título do trabalho:** *um subtítulo.* Monografia (Bacharelado). Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2024.

Elemento obrigatório, constituído de uma sequência de frases concisas e objetivas, em forma de texto. Deve apresentar os objetivos, métodos empregados, resultados e conclusões. O resumo deve ser redigido em parágrafo único, conter no máximo 500 palavras e ser seguido dos termos representativos do conteúdo do trabalho (palavras-chave). Deve ser precedido da referência do documento. Texto texto

Palavra-chave1. Palavra-chave2. Palavra-chave3.

Abstract

Antonio Marcos Shiro Arnauts Hachisuca. **Title of the document**: *a subtitle*. Capstone Project Report (Bachelor). Institute of Mathematics and Statistics, University of São Paulo, São Paulo, 2024.

Keywords: Keyword1. Keyword2. Keyword3.

Lista de abreviaturas

- URL Localizador Uniforme de Recursos (Uniform Resource Locator)
- IME Instituto de Matemática e Estatística
- USP Universidade de São Paulo

Lista de símbolos

Lista de figuras

Lista de tabelas

Lista de programas

Sumário

1.1 Matchings	.]	Blos	som al	gori	thn	1														
		1.1	Match	ings																
1.2.1 Odd cycles		1.2	Maxin	ium :	mat	chir	ıg j	pro	bler	n.										
			1.2.1	Od	d cy	cles														

Introdução

Alguma coisa.

Capítulo 1

Blossom algorithm

The main algorithm¹ to solve the **maximum matching** problem is the algorithm **Blossom** developed by Jack Edmonds in 1965. Hence, this chapter intends to: (1) introduce graph concepts relevant to solving the maximum matching problem; (2) Prove the Blossom algorithm; (3) Implement the Blossom algorithm and (4) present applications of the Blossom algorithm.

1.1 Matchings

- **1.1.1 Graph:** A **graph** G is a triple (V, E, φ) such that
 - (i) V is the **vertex set**;
 - (ii) *E* is the **edge set**;
 - (iii) $\varphi: E \to V \times V$ is a relation between each edge and a pair of vertices, called the **incidence function** of G.

Usually, it is used V(G) or V_G to denote V and E(G) or E_G to denote E. Also, if $e \in E(G)$ and $\varphi(e) = (u, v)$, then u and v are the **ends** of e; When the context is clear, (u, v) may be abbreviated to uv.

1.1.2 Walk: For a graph $G := (V, E, \varphi)$, a **walk** is a sequence

$$\langle v_0, e_1, v_1, \dots, a_l, v_l \rangle = : W$$

such that

- (i) $l \in \mathbb{N}$ is the length of W;
- (ii) $v_0, v_1, \dots, v_l \in V$;
- (iii) $e_1, ..., e_l \in E$.

¹ If the graph is **guaranteed** to be bipartite, one may search *Kuhn's algorithm* and *Flow Networks*.

It is denoted that $V(W) := \{v_0, \dots, v_l\}$ and $E(W) := \{e_1, \dots, e_l\}$. It is said that W is walk from v_0 to v_l or a (v_0, v_l) -walk. The walk W is a:

- path, if all its vertices are distinct;
- cycle, if $v_0 = v_l$ and it is an odd cycle if its length is odd, else it is an even cycle.
- **1.1.3 Bipartite graphs:** A graph G is **bipartite** if there are two sets $U, W \in V(G)$ such that
 - (i) $U \cap W = \emptyset$;
 - (ii) $U \cup W = V(G)$;
 - (iii) every edge of G has one end at U and the other end at W.

In this case, it is said that G is (U, W)-bipartite.

Theorem 1.1.4 (Characterization of bipartite graphs): A graph is bipartite if and only if it has no odd cycles.

Proof.

- **1.1.5 Matching:** For a graph $G := (V, E, \varphi)$, a set $M \subseteq E$ is a **matching** of G if and only if no two edges in M share an end. A vertex $v \in V$ is M-covered if some edge of M incides in v, and it is said that M covers v; Otherwise, v is M-exposed. The matching M is:
 - **maximal**, if there is no edge $e \in E \setminus M$ such that $M \cup \{e\}$ is a matching of G;
 - **maximum**, if for every matching M' of G one has $|M| \ge |M'|$;
 - **perfect**, if $2|V_G| = |M|$, i.e., every vertex of *G* is covered.

Denote $\nu(G)$ as the size of a maximum matching in G.

1.2 Maximum matching problem

Now, the maximum matching problem can be described as:

MAXMATCHING

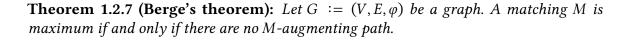
Given a graph $G := (V, E, \varphi)$ find a maximum matching of G.

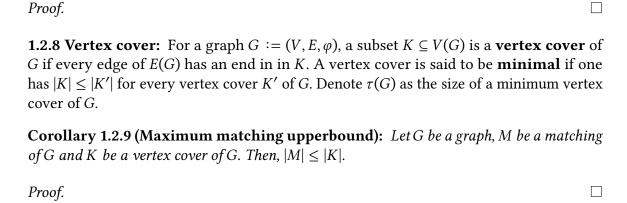
1.2.6 Alternating and augmenting paths: Given a matching M of a graph G. A path P is M-alternating if its edges are alternating in and out of M. Formally,

$$e_i \in M \iff e_{i+1} \notin M \text{ for each } i \in [l-1]^2$$

And *P* is *M*-augmenting if both v_0 and v_l are *M*-exposed.

² For $n \in \mathbb{N}$, we denote the set $\{1, ..., n\}$ as [n].





Theorem 1.2.10 (König's matching theorem): Let G be a bipartite graph, then the maximum size of a matching of G is equal to the minimum size of a vertex cover of G.

Proof. \Box

Note that König's theorem **does not** hold for all graphs; It suffices to consider a single odd cycle.

1.2.1 Odd cycles

Índice remissivo

C

Captions, *veja* Legendas Código-fonte, *veja* Floats

 \mathbf{E}

Equações, veja Modo matemático

F

Figuras, *veja* Floats Floats

Algoritmo, *veja* Floats, ordem Fórmulas, *veja* Modo matemático

]

Inglês, veja Língua estrangeira

p

Palavras estrangeiras, veja Língua es-

trangeira

R

Rodapé, notas, veja Notas de rodapé

S

Subcaptions, *veja* Subfiguras Sublegendas, *veja* Subfiguras

Т

Tabelas, veja Floats

 \mathbf{v}

Versão corrigida, *veja* Tese/Dissertação, versões

Versão original, *veja* Tese/Dissertação, versões