Tarea 2 - Modelación y Simulación

Antonio Miguel Natusch Zarco
2022111958
Ingeniería de Sistemas

<u>Números pseudoaleatorios</u>

Estos problemas se pueden encontrar en la **sección 2.5** del libro principal de la materia, de García et al. (2013, p. 52–58),

1) Notación y Conceptos

- $r_i = \{r_1, r_2, r_3, ..., r_n\}$: Secuencia de números aleatorios entre el intervalo $(0, 1)$ que contiene n números, todos ellos diferentes.
- n: *Período* o *ciclo de vida* del generador que creó la secuencia r_i.
- $$f(r) : \begin{cases} 1, & 0 \leq r \leq 1 \\ 0, & \text{en cualquier otro valor} \end{cases}$$

  ...distribución uniforme continua que debe seguir un conjunto de r_i.
- N: Período de vida *bastante grande* para un generador de números pseudoaleatorios.

(García et al., 2013, p. 22-23)

1.1) Algoritmos no congruenciales

1.1.1) Algoritmo de cuadrados medios

Este algoritmo no congruencial fue propuesto en la decada de los cuarenta del siglo xx por Von Neumann y Metropolis. Requiere un número entero detonador (llamado semilla) con D dígitos, el cual es elevado al cuadrado para seleccionar del resultado los D dígitos del centro; el primer número se determina simplemente anteponiendo el «0.» a esos dígitos. Para obtener el segundo r_i se sigue el mismo procedimiento, solo que ahora se elevan al cuadrado los D dígitos del centro que se seleccionaron para obtener el primer r_i.
Este método se repite hasta obtener n números r_i. A continuación se presentan con más detalle los pasos para generar números con el algoritmo de cuadrados medios.

1. Seleccionar una semilla (X_0) con D dígitos $(D > 3)$.
2. Sea $Y_0 =$ resultado de elevar X_0 al cuadrado; sea $X_1 =$ los D dígitos del centro, y sea r_i = 0.D dígitos del centro.
3. Sea $Y_i =$ resultado de elevar X_i al cuadrado; sea $X_{i+1} =$ los D dígitos del centro, y sea r_i = 0.D dígitos del centro para toda $i = 1, 2, 3, ..., n$
4. Repetir el paso 3 hasta obtener los n números r_i deseados.

Nota Si no es posible obtener los D dígitos del centro del número Y_i, agregue ceros a la izquierda del número Y_i. (García et al., 2013, p. 24)

Ejemplo

Generar los primeros 5 números a partir de una semilla X_0 = 5735, de donde se puede observar que D = 4 dígitos.

Solución:

$$\begin{array}{lll} Y_0 = (5735)^2 = 32890225 & X_1 = 8902 & r_1 = 0.8902 \\ Y_1 = (8902)^2 = 79245604 & X_2 = 2456 & r_2 = 0.2456 \\ Y_2 = (2456)^2 = 06031936 & X_3 = 0319 & r_3 = 0.0319 \\ Y_3 = (0319)^2 = 101761 & X_4 = 0176 & r_4 = 0.0176 \\ Y_4 = (0176)^2 = 030976 & X_5 = 3097 & r_5 = 0.3097 \end{array}$$

El algoritmo de cuadrados medios generalmente es incapaz de generar una secuencia de r_i con periodo de vida n grande. Además, en ocasiones sólo es capaz de generar un número, por ejemplo, si $X_0 = 1000$, entonces $X_1 = 0000; r_i = 0.0000$ y se dice que el algoritmo se degenera con la semilla de $X_0 = 1000$. (García et al., 2013, p. 25)

1.1.2) Algoritmo de productos medios

La mecánica de generación de números pseudoaleatorios de este algoritmo no congruencial es similar a la del algoritmo de cuadrados medios. La diferencia entre ambos radica en que el algoritmo de productos medios requiere dos semillas, ambas con D dígitos; además, en lugar de elevarlas al cuadrado, las semillas se multiplican y del producto se seleccionan los D dígitos del centro, los cuales formarán el primer numero pseudoaleatorio r_i = 0.D dígitos. Después se elimina una semilla, y la otra se multiplica por el primer numero de D dígitos, para luego seleccionar del producto los D dígitos que conformarán un segundo numero r_i. Entonces se elimina la segunda semilla y se multiplican el primer número de D dígitos por el segundo número de D dígitos; del producto se obtiene el tercer número r_i. Siempre se irá eliminando el numero más antiguo, y el procedimiento se repetirá hasta generar los n números pseudoaleatorios. A continuación se presentan con más detalle los pasos del método para generar números con el algoritmo de producto medios.

1. Seleccionar una semilla (X_0) con D dígitos $(D > 3)$
2. Seleccionar una semilla (X_1) con D dígitos $(D > 3)$
3. Sea $Y_0 = X_0 * X_1$; sea $X_2 =$ los D dígitos del centro, y sea $r_i = 0.D$ dígitos del centro.
4. Sea $Y_i = X_i * X_{i+1}$; sea $X_{i+2} =$ los D dígitos del centro, y sea $r_{i+1} = 0.D$ dígitos del centro para toda $i = 1, 2, 3, ..., n$.
5. Repetir el paso 4 hasta obtener los n números r_i deseados.

Nota Si no es posible obtener los D dígitos del centro del número Y_i, agregue ceros a la izquierda del número Y_i. (García et al., 2013, p. 25)

Ejemplo

Generar los primeros 5 números r_i a partir de las semillas $X_0 = 5015$ y $X_1 = 5374$; observe que ambas semillas tienen $D = 4$ dígitos.

Solución:

$$\begin{array}{lll} Y_0 = (5015)(5734) = 28756010 & X_2 = 7560 & r_1 = 0.7560 \\ Y_1 = (5734)(7560) = 43349040 & X_3 = 3490 & r_2 = 0.3490 \\ Y_2 = (7560)(3490) = 26384400 & X_4 = 3844 & r_3 = 0.3844 \\ Y_3 = (3490)(3844) = 13415560 & X_5 = 4155 & r_4 = 0.4155 \\ Y_4 = (3844)(4155) = 15971820 & X_6 = 9718 & r_5 = 0.9718 \end{array}$$

(García et al., 2013, p. 26)

Bibliografía

García, E., García, H., & Cárdenas, L. (2013). *Simulación y análisis de sistemas con ProModel* (Segunda Edición). PEARSON, México.