Aula Laboratorial Nº 4
Série de Fourier em tempo discreto

1. Considere o seguinte sinal periódico: $x[n]=\frac{2}{5}\cos\left(\frac{4\pi}{N}n\right)+\frac{4}{5}\sin\left(\frac{6\pi}{N}n\right)$ onde N=1000.

a) Verifique que é um sinal periódico de período 1000 com apenas o 2º e o 3º harmónicos.

b) Faça um plot do sinal com `n=0:2000` e verifique, empiricamente, a alínea a).

c) Calcule os 1000 coeficientes de Fourier do sinal: use `fft` com um período do sinal: `x(1:1000)` que corresponde ao período de $x[n]$, n=0:999. Ou então pode indicar que se pretende truncar o sinal `x` a partir de N amostras (2º parâmetro de entrada da função `fft`): `ak=fft(x,N)/N;`.

d) Faça um gráfico (com stem) do **módulo** dos coeficientes de Fourier (em função de `k=0:999`) e verifique que apenas 4 coeficientes são diferentes de zero. Faça *zoom* de forma a identificar os valores de k tal que $a_k \neq 0$.

e) Apresente o módulo dos coeficientes com os índices `k=-500:499`. Use a função `fftshift()` que troca a 1ª com a 2ª metade dos coeficientes de Fourier.

2. Considere os seguintes sinais periódicos:

$$x_1[n]=\sin\left(\frac{2\pi}{100}n\right)$$

$$x_2[n]=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta[n-50k]$$

$$x_3[n]=u[n]-u[n-10],\ n=0:49 \ \text{e}\ x_3[n]=x_3[n+50]$$

a) Identifique o período em cada um dos sinais. Depois, faça um gráfico de cada um dos sinais com 3 períodos.

b) Determine os coeficientes de Fourier dos sinais, $x_1[n]$, $x_2[n]$ e $x_3[n]$. Chame-lhes a_k, b_k e c_k, respetivamente (`ak`, `bk` e `ck`). Use a função `fft` relativa a um período do sinal (a começar em zero). Faça 3 gráficos com o **módulo** dos coeficientes de Fourier num período, mas com abcissa em frequência normalizada ($\omega_n=\omega/\pi$).

c) Qual dos 3 sinais não tem componente DC? E qual o que tem componente DC mais elevada? Qual o sinal que varia mais lentamente? (pode ver esse comportamento usando a representação em frequência).

---

3. Considere o sinal periódico de período N=100, onde um período é definido de n=-4:95 da seguinte forma:

$$x[n] = \begin{cases} 1, n = -4:4 \\ 0, n = 5:95 \end{cases};$$

$$x[n] = x[n+100]$$

a) Expresse e apresente um período de $x[n]$ em `n=0:99`, notando que, para um sinal de período 100, x[99]=x[-1], x[98]=x[-2], x[97]=x[-3] e x[96]=x[-4].

b) Calcule os coeficientes de Fourier, a_k. Verifique que são reais e com simetria par (porquê?). Se existir parte imaginária são erros de arredondamento; pode ver que assim é fazendo `max(abs(imag(ak)))`. Faça um gráfico dos 100 coeficientes reais a_k.

c) Recupere o sinal a partir dos coeficientes de Fourier, usando a função `ifft()`.

4. Considere o seguinte sinal periódico:

$$x[n] = \cos\left(\tfrac{2\pi}{5}n\right) + 2\sin\left(\tfrac{2\pi}{5}n\right) + 3\cos\left(2\tfrac{2\pi}{5}n\right)$$

a) Identifique o período do sinal. Represente 10 períodos do sinal.

b) Determine os coeficientes de Fourier deste sinal. Use a função `fft`. Sintetize depois um período do sinal com `ifft`.

c) Identifique valor DC do sinal e os harmónicos presentes. Faça um gráfico (discreto) do módulo dos coeficientes a_k num período.