Clase 1 (Propedéuticos)

Antonio Rivera

1 Operaciones básicas

- Suma o adición
- Resta, diferencia o sustracción
- Multiplicación o producto
- División o cociente
- Potencia
- Radiación o raíz

1.1 Operaciones de signos

$$\begin{array}{ll} (+)(+) = (+) & (+) \div (+) = (+) \\ (-)(-) = (+) & (-) \div (-) = (+) \\ (+)(-) = (-) & (+) \div (-) = (-) \\ (-)(+) = (-) & (-) \div (+) = (-) \end{array}$$

Entonces, obtenemos el mismo tipo de signo si multiplicamos o dividimos.

2 Operaciones básicas con fracciones

$$\frac{a}{b} \begin{array}{l} \leftarrow \text{ numerador} \\ \leftarrow \text{ denominador} \end{array}$$

"denominador" porque denomina en cuántas partes partimos el pastel; "numerador" porque denomina cuántas partes nos tomamos (nos vamos a comer).

2.1 Suma y resta de fracciones

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd} \tag{1}$$

Nota importante: para poder sumar o restar los numeradores de dos fracciones directamente, es necesario que tengan el mismo denominador.

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b} \tag{2}$$

Si quieren ver otra forma de hacer suma y resta de fracciones, les recominendo revisar estos vídeos cortos:

- Suma de fracciones `https://youtu.be/MQFTAGdVWjo`
- Resta de fracciones `https://youtu.be/_-piXiAuRT8`

2.2 Multiplicación de fracciones

La multiplicación es muy directa, numerador con numerador, denominador con denominador:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \ .$$

Si quieren ver otra forma de hacer multiplicación de fracciones, les recominendo revisar estos vídeos cortos:

- Multiplicación de fracciones `https://youtu.be/6w-zqXPip3s`

2.3 División de fracciones

Una forma muy fácil de hacer la división es voltear el numerador y el denominador de la segunda fracción y multiplicarla por la primera fracción:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc} \ .$$

Si quieren ver otra forma de hacer suma y resta de fracciones, les recomiendo revisar estos vídeos cortos:

- División de fracciones `https://youtu.be/o4xoVTKRpgo`

2.4 Simplificación (y complicación) de fracciones

Siempre que puedan dividir el numerador y el denominador de una fracción por el mismo número es conveniente hacerlo. A esto le llamamos *simplificación* de una fracción. Por ejemplo:

$$\frac{21}{49} = \frac{3}{7} \ .$$

Esto se pudo hacer porque tanto el 21 como el 49 son divisibles entre 9.

También podemos *complicar* la fracción. Por ejemplo:

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \cdot 1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{5} = \frac{10}{15} \ .$$

Esto se pudo hacer porque cualquier número entre sí mismo es 1.

3 Propiedades de las operaciones

3.1 Suma

- Asociativad :

$$a + (b + c) = (a + b) + c \ ,$$

- Neutro aditivo, 0 :

$$a + 0 = a \ .$$

3.2 Multiplicación

- Asociativad :

$$a(bc) = (ab)c \ ,$$

Aquí quiero agregar un ejemplo:

$$\frac{1}{2}(6 \cdot 7) = \left(\frac{1}{2} \cdot 6\right) 7 \ ,$$

el lado izquierdo es

$$\frac{1}{2}(6 \cdot 7) = \frac{1}{2}(42) = \frac{42}{2} = 21$$

y el lado derecho es

$$\left(\frac{1}{2} \cdot 6\right) 7 = \left(\frac{6}{2}\right) 7 = (3)7 = 21 \ .$$

- Neutro multiplicativo, 1 :

$$a \cdot 1 = a \ .$$

3.3 Suma y multiplicación

- Distributividad :

$$a(b + c) = ab + ac \ .$$

3.4 Potencia

- $a^m a^n = a^{m+n}$
- $(a^m)^n = a^{mn}$
- $(ab)^n = a^n b^n$

De estas tres leyes salen otros resultados interesantes. Por ejemplo:

- $a^0 = 1$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

4 Jerarquía de operaciones

4.1 Reglas de jerarquía

1. Nos fijamos en el paréntesis más "anidado" (más adentro). El orden de los paréntesis es

   $$\{ \ [\ (\quad) \ ] \ \} \ .$$

   Los nombres de cada uno son:

- $\{\quad\}$: llaves,
- $[\quad]$: corchetes,
- $(\quad)$: paréntesis.

2. Resolvemos lo que esté dentro del paréntesis, haciendo las operaciones en el siguiente orden:
   (a) potencias y radicales,
   (b) multiplicación y división, y
   (c) suma y resta.
3. Al terminar de realizar las operaciones, el paréntesis desaparece y podemos operar lo que se encuentra en el siguiente paréntesis.

4.2 Ejemplo 1

$$
\begin{aligned}
&3\{4-[6\cdot 2^2(9-5)+1]\}\\
&=3\{4-[6\cdot 2^2\cdot 4+1]\}\\
&=3\{4-[96+1]\}\\
&=3\{4-97\}\\
&=3\{-93\}\\
&=-279\ .
\end{aligned}
$$

4.3 Ejemplo 2

$$
\begin{aligned}
&1+3\cdot 2^3\div 2-3\cdot 3-5(4+3)\\
&=1+3\cdot 2^3\div 2-3\cdot 3-5\cdot 7\\
&=1+3\cdot 8\div 2-3\cdot 3-5\cdot 7\\
&=1+12-9-35\\
&=-31\ .
\end{aligned}
$$