Lista 4 - Organização Industrial

Monitor: Antonio Ricciardi Macedo

Junho, 2023

Exercício 1

Considere o modelo de Hotteling visto em sala, mas com custo de transporte quadrático, isto é, para um consumidor se deslocar y unidades de espaço, seu custo de transporte é dado por ty^2. Suponha também que as firmas estão localizadas com a mesma distância entre os extremos da cidade (a = b).

(a) Escreva a preferência do consumidor.
(b) Assumindo que as firmas tem custo de produção nulo, encontre o equilíbrio de Nash para os preços praticados.
(c) Assuma que apenas a firma A pode se mover antes do estabelecimento de preços por ambas as firmas. A firma A decide se mover para esquerda ou para direita? Mostre formalmente seu argumento.

(a) Para o consumidor na posição x

$$U_x = \begin{cases} -p_A - t(x-a)^2 & \text{se compra de A} \\ -p_B - t(x-L+b)^2 & \text{se compra de B} \end{cases}$$

(b) Com custo de produção nulo, primeiramente devemos encontrar o valor de $\hat{x}$ que iguala as funções utilidades das compras de A e B. Assim,

$$U_{\hat{x}}(\text{comprar de A}) = U_{\hat{x}}(\text{comprar de B})$$

$$-p_A - t(\hat{x}-a)^2 = -p_B - t(L-b-\hat{x})^2$$

$$p_B - p_A = +t(\hat{x}-a)^2 - t(L-b-\hat{x})^2$$

$$p_B - p_A = +t(\hat{x}^2 - 2\hat{x}a + a^2) - t(L^2 - bL - \hat{x}L - bL + b^2 + b\hat{x} - L\hat{x} + b\hat{x} + \hat{x}^2)$$

$$p_B - p_A = +t(\hat{x}^2 - 2\hat{x}a + a^2) - t(L^2 - 2bL - 2\hat{x}L + b^2 + 2b\hat{x} + \hat{x}^2)$$

$$p_B - p_A = t(\hat{x}^2 - 2\hat{x}a + a^2 - L^2 + 2bL + 2\hat{x}L - b^2 - 2b\hat{x} - \hat{x}^2)$$

$$p_B - p_A = t(-2\hat{x}a + a^2 - L^2 + 2bL + 2\hat{x}L - b^2 - 2b\hat{x})$$

Como $a = b$

$$p_B - p_A = t(-4\hat{x}a - L^2 + 2aL + 2\hat{x}L)$$

$$p_B - p_A = t(\hat{x}(-4a + 2L) - L^2 + 2aL)$$

$$\hat{x} = \frac{p_B - p_A}{(2L-4a)t} + \frac{L(L-2a)}{2L-4a}$$

Para a firma A

$$\max_{p_A} \hat{x}p_A = \frac{p_B p_A - p_A^2}{(2L-4a)t} + \frac{L(L-2a)p_A}{2L-4a}$$

Tomando a CPO

$$\frac{p_A - 2p_A}{(2L-4a)t} + \frac{L(L-2a)}{2L-4a} = 0$$

$$p_B - 2p_A + tL(L-2a) = 0$$

$$p_B - 2p_A = tL(L-2a)$$

Para a firma B

$$\max_{p_B}(L-\hat{x})p_B = Lp_B - \frac{p_B^2 - p_A p_B}{(2L-4a)t} + \frac{L(L-2a)p_B}{2L-4a}$$

Tomando a CPO

$$L - \frac{2p_B - p_A}{(2L-4a)t} - \frac{L(L-2a)}{2L-4a} = 0$$

$$L(2L-4a)t - 2p_B + p_A - L(L-2a)t = 0$$
$$L(2L-4a-(L-2a))t - 2p_B + p_A = 0$$
$$2p_B - p_A = tL(L-2a)$$

Assim, pelas CPO's:

$$p_B = p_A = tL(L-2a)$$

Assim, voltando na expressão de $\hat{x}$, temos

$$\hat{x} = \frac{p_B - p_A}{(2L-4a)t} + \frac{L(L-2a)}{2L-4a}$$
$$\hat{x} = \frac{L(L-2a)}{2(L-2a)} = \frac{L}{2}$$

(c) O lucro da firma A será:

$$\pi_A = \hat{x}p_A = \frac{L}{2}tL(L-2a) = \frac{tL^2(L-2a)}{2}$$

A direção em que a firma A se moverá depende de $\frac{\partial \pi_a}{\partial a}$. Assim,

$$\frac{\partial \pi_a}{\partial a} = -tL^2$$

Como $\frac{\partial \pi_a}{\partial a} < 0$, a firma A se moverá para esquerda.

Exercício 2

Considere o modelo sobre dispersão de preços visto em aula em que o consumidor minimiza a esperança do preço para somado ao custo de procura pelo menor preço. Suponha que L = 0 e que $H = 1$. Mostre os efeitos de um aumento do custo de procura α sobre:

(a) p_N^e.
(b) p_D^e
(c) $p_N^e - p_D^e$
(d) Lucro das firmas
(e) bem-estar dos consumidores

(a,b e c) Do modelo visto em aula, o número de compradores em cada loja será:
Loja com desconto

$$E[b_D] = \hat{s} - L + \frac{H - \hat{s}}{3}$$

A demanda esperada será

$$\begin{aligned} E[b_D] &= \frac{H}{3} - L + \frac{2}{3}\hat{s} \\ &= \frac{H}{3} - L + \frac{4(p_N - p - D)}{9\alpha} \end{aligned}$$

A esperança do lucro em D será

$$E[\pi_D] = p_D E[b_D] = p_D \left[\frac{H}{3} - L + \frac{4(p_N - p_D)}{9\alpha}\right]$$

Maximizando com relação a p_D

$$\max_{p_D} E[\pi_D]$$

CPO

$$\begin{aligned} \frac{H}{3} - L + \frac{4p_N}{9\alpha} - \frac{8p_D}{9\alpha} &= 0 \\ \frac{8p_D}{9\alpha} &= \frac{H - 3L}{3} + \frac{4p_N}{9\alpha} \\ p_D &= \frac{3\alpha(H - 3L)}{8} + \frac{p_N}{2} \end{aligned}$$

Loja de preços normais

$$\begin{aligned} E[b_N] = \frac{2(H - \hat{s})}{3} &= \frac{2}{3}H - \frac{2}{3}\hat{s} \\ &= \frac{2}{3}H - \frac{4(p_N - p_D)}{9\alpha} \\ &= \frac{2}{3}H + \frac{4(p_D - p_N)}{9\alpha} \end{aligned}$$

Lucro esperado

$$E[\pi_N] = p_N E[b_N] = p_N \left[\frac{2}{3}H + \frac{4(p_D - p_N)}{9\alpha}\right]$$

Maximizando com relação a p_N

$$\max_{p_N} E[\pi_N]$$

CPO

$$\begin{aligned} \frac{2H}{3} - L + \frac{4p_D}{9\alpha} - \frac{8p_N}{9\alpha} &= 0 \\ \frac{8p_N}{9\alpha} &= \frac{2H}{3} + \frac{4p_D}{9\alpha} \\ p_N &= \frac{3\alpha H)}{4} + \frac{p_D}{2} \end{aligned}$$

A partir das expressões de p_D e p_N, obtemos

$$p_D^e = \frac{\alpha(2H-3L)}{2}$$
$$p_N^e = \frac{\alpha(5H-3L)}{4}$$
$$\hat{s} = \frac{H+3L}{6}$$

Para $L=0$ e $H=1$, chegamos a

$$p_N^e = \frac{\alpha(5H-3L)}{4} = \frac{5\alpha}{4}$$

Derivando com relação a α

$$\frac{\partial p_N^e}{\partial \alpha} = \frac{5}{4} > 0$$

$$p_D^e = \frac{\alpha(2H-3L)}{2} = \alpha$$

Derivando com relação a α

$$\frac{\partial p_D^e}{\partial \alpha} = 1 > 0$$

$$d = p_N^e - p_D^e = \frac{5\alpha}{4} - \alpha = \frac{\alpha}{4}$$

Derivando com relação a α

$$\frac{\partial d}{\partial \alpha} = \frac{1}{4} > 0$$

(d)

$$E[\pi_D] = p_D E[b_D] = p_D\left[\frac{H}{3} - L + \frac{4(p_N-p_D)}{9\alpha}\right] = p_D[\frac{1}{3}+\frac{1}{9}] = p_D\frac{4}{9}$$

Derivando com relação a α

$$\frac{\partial \pi_D^e}{\partial \alpha} > 0$$

$$E[\pi_N] = p_N E[b_N] = p_N\left[\frac{2}{3}H + \frac{4(p_D-p_N)}{9\alpha}\right] = p_N\frac{5}{9}$$

Derivando com relação a α

$$\frac{\partial \pi_N^e}{\partial \alpha} > 0$$

(e) O bem-estar é dado por

$$w = \hat{s}\int_0^{\hat{s}}(-p_D - \alpha s)ds + \frac{H-\hat{s}}{3}(-p_D) + \frac{2}{3}(H-\hat{s})(-p_N)$$

$$w = \hat{s}(-p_D\hat{s} - \alpha\frac{\hat{s}^2}{2}) + \frac{H-\hat{s}}{3}(-p_D) + \frac{2}{3}(H-\hat{s})(-p_N)$$

$$w = -p_D\hat{s}^2 - \alpha\frac{\hat{s}^3}{2} + \frac{H-\hat{s}}{3}(-p_D) + \frac{2}{3}(H-\hat{s})(-p_N)$$

Como $H=1$ e $L=0$, $\hat{s}=\frac{1}{6}$, então

$$w = -p_D\frac{1}{36} - \alpha\frac{\frac{1}{216}}{2} + \frac{H-\frac{1}{6}}{3}(-p_D) + \frac{2}{3}(H-\frac{1}{6})(-p_N)$$

$$\frac{\partial w}{\partial \alpha} = -\frac{1}{432} < 0$$

References