Lista 1 - Organização Industrial

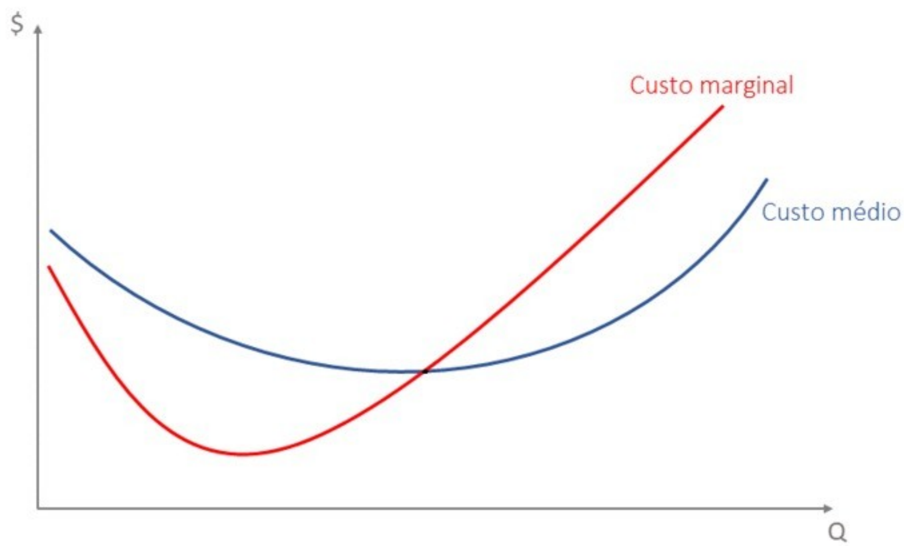
Monitor: Antonio Ricciardi Macedo

Março, 2023

Exercício 1

Suponha que uma firma tem função custo $TC(q) = f + c(q)$, em que $f > 0$, $c : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ tal que $c(0) = 0$.

(a) Suponha que $c'(q) > 0$ é uma função limitada. Mostre que a firma tem economias de escala para estágios iniciais de produção.
(b) Suponha que $c(q) = cq$ para $c > 0$. Mostre que a firma apresenta economia de escala global (para qualquer q).
(c) Suponha que $c(q) = cq^2$ para $c > 0$. Para quais valores há economias de escala? E deseconomias de escala? E retornos constantes de escala?



(a) Sabemos que o ponto mínimo da função de custo médio (AC) é igual ao custo marginal (CMg). Assim, a firma terá economias de escala nos pontos da curva situados anteriormente ao ponto em que AC = CMg, cuja inclinação da curva é negativa. Como AC= CMg quando $\frac{\partial AC}{\partial q} = 0$, mostraremos que há economias de escala quando $\frac{\partial AC}{\partial q} < 0$.

$$AC(q) = \frac{f + c(q)}{q}$$

$$AC'(q) = \frac{c'(q)q - (f + c(q))}{q^2}$$

Então, $AC'(q) < 0$ quando $c'(q)q < f + c(q)$. Para os estágios iniciais da produção, teremos:

$$\lim_{q \to 0^+} \to 0 < f + c(0)$$

que é uma implicação verdadeira, uma vez que $f > 0$ e $c(0) = 0$. Sendo assim, há economias de escala para os estágios iniciais da produção.

(b) Se $c(q) = cq$, então $TC(q) = f + cq$.
Assim,

$$AC(q) = \frac{f}{q} + c$$

Tomando a derivada em q:

$$AC'(q) = -\frac{f}{q^2} < 0, \qquad \forall q > 0$$

Como $AC'(q) < 0$, estamos na parte com inclinação negativa da curva de custo médio e há economia de escala global para todo q.

(c) $TC(q) = f + cq^2$, então $AC(q) = \frac{f}{q} + cq$.
Sua derivada parcial será:

$$AC'(q) = -\frac{f}{q^2} + c$$

Para retornos constantes de escala, precisamos de $AC'(q) = 0$, para crescentes $AC'(q) < 0$ e para decrescentes $AC'(q) > 0$.
Assim,

$$AC'(q) = -\frac{f}{q^2} + c = 0$$

$$\frac{f}{q^2} = c$$

$$\frac{f}{c} = q^2$$

$$q = \sqrt{\frac{f}{c}}$$

Assim, a firma terá retornos contantes de escala quanto $q = \sqrt{\frac{f}{c}}$, crescentes quando $q < \sqrt{\frac{f}{c}}$ e decrescentes para $q > \sqrt{\frac{f}{c}}$.

Exercício 2

Considere uma economia com duas firmas. Cada firma se comporta competitivamente e tem função custo total dada por $TC_i(q_i) = c_i q_i$, em que $c_2 > c_1 \geq 0$. Suponha que a demanda inversa de mercado seja representada por

$$p(Q) = a - bQ,$$

em que $a, b > 0$ e $Q = q_1 + q_2$.

(a) Defina um equilíbrio de competição perfeita.
(b) Encontre o único equilíbrio de competição perfeita.
(c) Quantas firmas produzem quantidades estritamente positivas em equilíbrio? Por quê?

(a) **Definição.** A tripla $\{p^e, q_1^e, q_2^e\}$ é um equilíbrio competitivo se

1. Dado p^e, para $i = 1, 2$ temos que
$$q_i^e \in \arg\max_{q_i} p^e q_i - c_i q_i \equiv \pi_i(q_i)$$
2. $p^e = a - b(q_1^e + q_2^e)$; em que $p^e, q_1^e, q_2^e \geq 0$

(b) Pelo **Lemma 4.1** de Shy (1995), para $i = 1, 2$:

$$q_i = \begin{cases} \infty & \text{se } p > c_i \\ [0, \infty) & \text{se } p = c_i \\ 0 & \text{se } p < c_i \end{cases}$$

Assim, pela **Proposição 4.1** de Shy (1995) se $c_2 > c_1 \Rightarrow q_2^e = 0$ e $p^e = c_1$.
Então,

$$p^e = a - b(q_1^e + q_2^e)$$
$$c_1 = a - bq_1^e$$
$$q_1^e = \frac{a - c_1}{b}$$

que é o único equilíbrio de competição perfeita.

(c) Em equilíbrio apenas a firma 1 produzirá quantidades positivas, isso é uma decorrência direta da **Proposição 4.1** de Shy (1995), implicando $c - 1 = p^e$. Pois,

- se $p^e > c_1$, $c_1 = \min\{c_1, c_2\}$ e $q + 2 = \infty$, violando a condição 2 do equilíbrio competitivo do item (a).
- se $p^e < c_1 \Rightarrow q_i = 0$ para $i = 1, 2$, violando novamente a condição 2 do equilíbrio do item (a).

Assim, se $c_2 > c_1 = p^e$, pelo **Lemma 4.1** $q_2^e = 0$ e somente a firma 1 produzirá quantidades positivas em equilíbrio.

Exercício 3

Seja um monopolista com função custo $c(x) = cx$, em que $c > 0$, e que se depara com uma demanda $Q(p) = Ap^{-\varepsilon}$, em que $\varepsilon > 0$.

(a) Calcule a elasticidade-preço da demanda.
(b) Resolva o problema de maximização de lucro do monopolista e encontre a relação preço-custo em função de ε.
(c) Mostre que se $\varepsilon \geq 1$, o preço ótimo não está definido.
(d) Como o preço varia com ε? O que acontece se $\varepsilon \to \infty$? E se $\varepsilon \to 1^+$?
(e) Como um aumento nos custos é repassado ao preço no caso desta função com elasticidade constante?
(f) Qual seria o preço se o monopolista se comportasse competitivamente? Neste caso qual seria a quantidade de um equilíbrio competitivo?

(a) A elasticidade é definida como $\varepsilon_p = \dfrac{dQ}{dp}\dfrac{p}{q}$. Então

$$\varepsilon_p = \frac{dQ}{dp}\frac{p}{q} = -\varepsilon A p^{-\varepsilon-1}\frac{p}{Ap^{-\varepsilon}} = -\varepsilon$$

(b) A demanda inversa será: $p = A^{1/\varepsilon}q^{-1/\varepsilon}$. Assim o problema do monopolita é:

$$\max_q p(q)q - cq$$

$$\max_q A^{1/\varepsilon}q^{-1/\varepsilon}q - cq$$

$$\max_q A^{\frac{1}{\varepsilon}}q^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} - cq$$

CPO:

$$A^{\frac{1}{\varepsilon}}\left(\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\right)q^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}-1} - c = 0$$

$$A^{\frac{1}{\varepsilon}}\left(\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\right)q^{-\frac{1}{\varepsilon}} = c$$

Como $p = A^{1/\varepsilon}q^{-1/\varepsilon}$, então

$$p\left(\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\right) = c$$

$$p = \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}\right)c$$

(c) Como $p = \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}\right)c$, teremos dois casos:

- Se $\varepsilon = 1$: p não está definido pois teremos uma divisão por zero.
- Se $\varepsilon < 1$: $\varepsilon - 1 < 0$ e então $p < 0$.

(d) Para ver como o preço varia com ε basta derivar o preço em ε: $\dfrac{dp}{d\varepsilon} = \dfrac{c(\varepsilon-1)-\varepsilon c}{(\varepsilon-1)^2} = -\dfrac{c}{(\varepsilon-1)^2} < 0$.
Quando $\varepsilon \to \infty$:

$$\lim_{\varepsilon\to\infty}\frac{\varepsilon c}{\varepsilon-1} = \lim_{\varepsilon\to\infty}\frac{c}{1-\frac{1}{\varepsilon}} = c$$

ou seja, o preço tende à constante c.

Quando $\varepsilon \to 1^+$:

$$\lim_{\varepsilon \to 1^+} \frac{\varepsilon c}{\varepsilon - 1} = \infty$$

o preço tende ao infinito.

(e) Quando a elasticidade é contante:

$$p = \frac{\varepsilon c}{\varepsilon - 1}, \qquad \Delta c > 0$$

$$\Delta p = \frac{\varepsilon \Delta c}{\varepsilon - 1}$$

Como $\varepsilon > 1$, temos que $\varepsilon > \varepsilon - 1$, e então

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} > 1$$

Assim, o repasse da variação do consumo é mais que proporcional (maior que 1) na variação do preço.

(f) O comportamento competitivo exige que o preço seja igual ao custo marginal, então $p = c$. Assim,

$$q = Ap^{-\varepsilon} = Ac^{-\varepsilon}$$

Exercício 4

Suponha que o governo pretenda usar instrumentos tributários para diminuir as distorções causadas pelo monopólio.

(a) Sem fazer contas, argumente sobre qual o tipo de tributação (impostos, subsídios) a ser imposta ao monopolista.
(b) Se a demanda inversa é dada por $p(q)$, em que q é a quantidade e p o preço, e os custos por cq, mostre o imposto ou subsídio que levaria o monopolista a produzir a quantidade eficiente.
(c) Suponha que o monopolista depara-se com uma curva de demanda dada por $q = 500 - 20p$. Seu custo marginal de produção é constante e igual a 20 por unidade. O governo pretende intervir de forma a diminuir a distorções de mercado. Utilizando as suas respostas dos itens anteriores, calcule o valor da tributação necessária para implementar preço e quantidade de concorrência perfeita.

(a) O monopólio possui domínio sobre o mercado, com isso, um aumento na quantidade produzida pela monopolista impacta diretamente o preço ofertado no mercado, fazendo com que o monopolista oferte um preço superior ao seu custo marginal. Como decorrência disso, a quantidade ofertada pelo monopolista é menor que o socialmente ótimo, ou seja, a quantidade de equilíbrio do bem para satisfazer a sociedade. Assim, o governo pode intervir a fim de que a quantidade ótima seja ofertada pelo monopolista. Desta forma, a única maneira para incentivar o monopolista a produzir mais é através da imposição de um subsídio ao monopolista no valor com que a oferta aumente até o valor socialmente ótimo.

(b) O problema do monopolista será:

$$\max_q p(q)q - cq - tq$$

em que t representa o imposto ou subsídio aplicado.
CPO:

$$p'(q)q + p(q) - c - t = 0$$

$$p'(q)q + p(q) = c + t$$

A quantidade socialmente ótima é aquela que é ofertada em concorrência perfeita, em que $p(q) = c$. Substituindo na equação acima

$$p'(q)q + c = c + t$$

$$t = p'(q^e)q^e < 0$$

é menor que zero pois $p'(q^e) < 0$ e $q^e > 0$. Como t é negativo, deve ser aplicado um subsídio.

(c) Como $q = 500 - 20p$, $c = 20$. Assim, a demanda inversa será

$$p = 20 - \frac{q}{20}$$

$$\frac{dp}{dq} = -\frac{1}{20}$$

Em concorrência perfeita, teríamos que $p = c$, então $p^e = 20$. Logo, $q^e = 100$. Assim a tributação será

$$t = -\frac{1}{20}100 = -5$$

Exercício 5

Em uma economia de 2 períodos, um consumidor deseja comprar um aparelho de TV no período 1. O consumidor vive por dois períodos e está disposto a pagar um preço máximo de US$ 100 por período de uso da TV. No período 2, nascem dois consumidores (que vivem apenas no período 2). Cada um dos consumidores recém-nascidos está disposto a pagar um máximo de cinquenta dólares por usar uma TV no período 2. Suponhamos que neste mercado há apenas uma empresa que produz TV, que os aparelhos de TV são duráveis e que a produção é sem custo.

(a) Calcule os preços que monopólio cobra pelos aparelhos de TV nos períodos 1 e 2.
(b) Responda a pergunta anterior, supondo que no primeiro período, o consumidor que vive dois períodos não está disposto a pagar mais de vinte dólares por período para o uso da TV.

(a) Trata-se de um problema de monopólio com bem durável. Nesse caso, resolveremos de maneira retroativa. Suponha que o consumidor do período 1 não compra a TV em $t = 1$, então no período 2 teremos 3 consumidores possíveis para a TV, sendo que 2 deles terão disposição a pagar de Us$ 50 e 1 terá disposição a pagar de US$100. Assim,

- se $p_2 = 100 \Rightarrow \pi = 100$
- se $p_2 = 50 \Rightarrow \pi = 3 \cdot 50 = 150$

Assim, será mais vantajoso para o monopolista vender a TV por US$ 50, uma vez que não há usto de produção.
Porem, em $t = 1$, o consumidor antecipa o preço de US$ 50 de forma que seu benefício é dado por

$$BS^1_{t=1} = 2 \cdot 100 - p_1$$

$$BS^1_{t=2} = 100 - p_2 = 100 - 50 = 50$$

Então, o monopolista escolhe um preço que deixa o consumidor indiferente entre consumir em 1 ou em 2, então

$$BS^1_{t=1} = BS^1_{t=2}$$

$$200 - p_1 = 50$$

$$p_1 = 50$$

Portanto, os preços de equilíbrio são $p_1 = 150$ e $p_2 = 50$.

(b) Agora, temos a restrição de que o consumidor 1 não pagará mais de 20 dólares pela TV. Então, novamente resolvendo retroativamente, se o consumidor 1 não compra a TV em $t = 1$, em $t = 2$ teremos um consumidor disposto a pagar US$ 20 e dois consumidores dispostos a pagar US$ 50. Assim,

- se $p_2 = 20 \Rightarrow \pi = 3 \cdot 20 = 60$
- se $p_2 = 50 \Rightarrow \pi = 2 \cdot 50 = 100$

Em $t = 1$:

$$BS^1_{t=1} = 2 \cdot 20 - p_1$$

$$BS^1_{t=2} = 0$$

Deixando o consumidor indiferente entre os benefícios possíveis:

$$BS^1_{t=1} = BS^1_{t=2}$$

$$40 - p_1 = 0$$

$$p_1 = 40$$

Portanto, agora os preços de equilíbrio são: $p_1 = 40$ e $p_2 = 50$.

References

Shy, O. (1995). Industrial organization. *MIT Press, chapt*, 10, 253–277.