->Inferencia | P. NORMAL

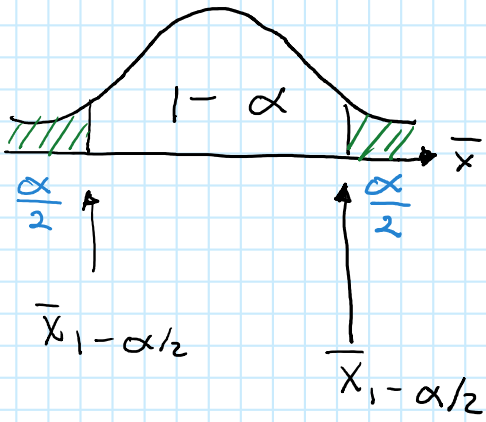
Tuesday, March 26, 2019 9:47 AM

- La varianza poblacional $\sigma^2 = E = \{(X - \mu_X)^2\}$

- La varianza muestral $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$

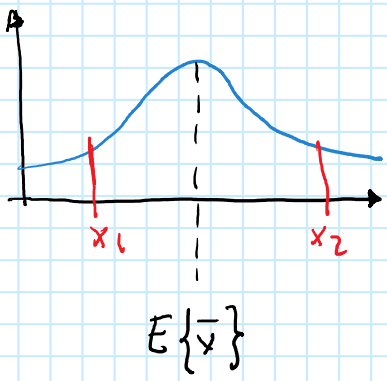
- Estimación
  - Estimación Pontual
  - Por intervalos de confianza

$E\{\bar{x}\} = \mu$



Estimación por intervalos de Confianza

Estimación
- Pontual
  En un Punto
- Intervalor
  Por rango del parámetro



$$P(x_1 < \bar{x} < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(\bar{x})\, d\bar{x}$$

Nivel de Confianza (Rango)

$1-\alpha$

Generalmente establecida por el investigador.
(Es una decisión)

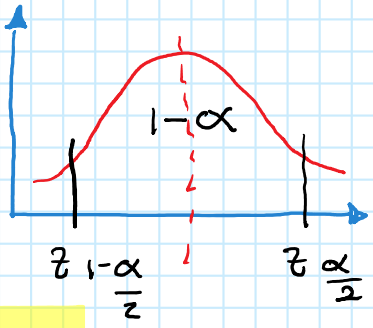
α = Es una probabilidad de error
Se conoce como nivel de significancia

Media de una Población Normal

- Si de una población normal media $\triangleq \mu$ varianza $\triangleq \sigma^2$ | Muestra de tamaño n

- $\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ • $z = \dfrac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)$

$$P\left(z_{\frac{1-\alpha}{2}} \leq z \leq z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1-\alpha$$



∴ Intervalo de confianza

$$\bar{X} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

//Es un valor no una probabilidad

▶ $\mu \in \bar{x} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ | Intervalo de Confianza para la media poblacional μ con la varianza de la población

---

2] - Serie (esd_s3a)

2.- El promedio muestral de resistencia final a la tensión, para una muestra de 35 anillos de acero de aleación magnética de alta resistencia, empleados en generadores de turbina fue 152.3 [Ksi], en tanto que la desviación estándar de la muestra fue 4.8 [Ksi]. Obtener un intervalo de confianza de 99% para el verdadero promedio de resistencia final a la tensión de tales anillos.
Respuesta: [150.214. 154.39]

$X \triangleq$ Resistencia final a la tensión

$\bar{x} = 152.3$
$s = 4.8$
$n = 35$

Intervalo de confianza de 99% para el verdadero promedio

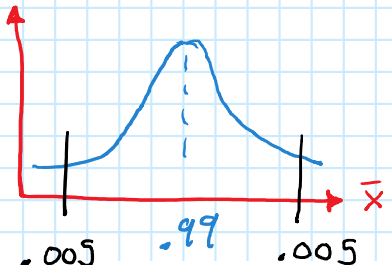
Población → Infinita, Desconocida

- $\hat{\mu} = \bar{x}$ $\quad \bar{x} \sim$ Aproximadamente. $N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$
- $\sigma^2 \triangleq$ Desconocida
- Variable de apoyo | $T \sim \dfrac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$

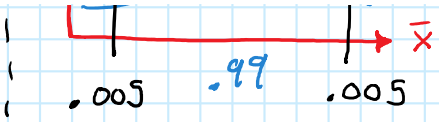
▶ $\mu \in \bar{x} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$1 - \alpha = 99\%$; $\alpha = .99 - 1 = .01$

$\frac{\alpha}{2} = .005$

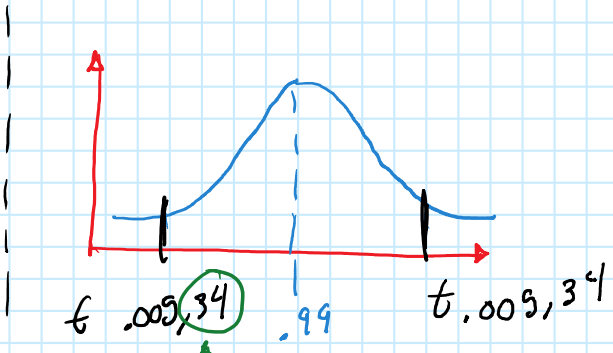


$\frac{\alpha}{2} = .005$



$E\{\bar{x}\} = \mu$

$\mu \in \bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}}$



Grado Libertad
$n-1$; $35-1=34$

Valores

$t(.005, 34) = 2.728$

$t(.005, -34) = 2.728$

// Regresando a la media

$$(\quad) \leq \mu \leq \bar{x} + \left(\begin{matrix}\text{Valor} \\ t \text{ student}\end{matrix}\right) \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$(152.3) + (2.728)\left(\frac{4.8}{\sqrt{35}}\right) \leq \mu \leq 152.3 + (2.728)\left(\frac{4.8}{\sqrt{35}}\right)$$

$$(150.0866) \leq \mu \leq (154.5133)$$

$\therefore$ Intervalos $[150.0866, 154.5133]$

Con una confianza de 99%

Si es desconocida Población	Si no podemos o tenemos
$\therefore$ T-Student	$\therefore$ Normal "z"

// Checar cantidad de la muestra

3.- El esfuerzo de cedencia de ciertas barras de acero que se registró en una revista especializada, dio los siguientes datos:

$$n = 150 \quad , \quad \bar{x} = 477 \left[\frac{N}{mm^2} \right] \quad , \quad s = 13$$

- $\bar{X} = 477$
- $s = 13$
- $n = 150$
- Intervalos 90% | Grados Libertad

$$\mu \in \bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$1 - \alpha = .9 \; ; \; \alpha = .1 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = .05$$

$$150 - 1 = 149$$

NOTA / Usamos t-Student porque no sabemos si es Normal pero es aproximada

$$t(.05, 149) = 1.6551$$
$$t(.05, -149) = -1.6551$$

NOTA

$1 - \frac{\alpha}{2}$ en Excel

→ Sustituyendo

$$\bigcirc \leq \mu \leq \bar{x} + \left(\text{Valor t-student}\right)\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$$(477) + (-1.6551)\left(\frac{13}{\sqrt{150}}\right) \leq \mu \leq (477) + (1.6551)\left(\frac{13}{\sqrt{150}}\right)$$

∴ Intervalos de confianza μ | $(475.24) \leq \mu \leq (478.7567)$

->Inferencia| Varianza

Thursday, March 28, 2019 10:47 AM

Tarea

- Problema 4 de la serie

a) Intervalo de confianza de μ

b) Intervalo de confianza de σ^2

4.- El comportamiento de vigas de concreto reforzado a la fatiga, en agua de mar, fue estudiado por T. Hodgkiess *et al*. El número de ciclos que fallan las vigas en agua de mar, sujetas a determinado esfuerzo flexionante y de carga es el siguiente (en miles de ciclos):

774, 633, 477, 268, 407, 576, 659, 963, 193.

Estimar el intervalo de confianza de 90% del número promedio de ciclos hasta que se produce la falla para vigas de este tipo.

Respuesta: [399.25, 700.45]

→ $\bar{x} = 530$ [miles de litros]

$1-\alpha = .9$ $\quad v = n-9$

$\alpha = .1$ $\quad = 8$

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} f(\bar{x}-\bar{x})^2 =$$

$$= 59117.75$$

$$s = \sqrt{59117.75} \cong 293.14117$$

$$\therefore P(t_{student} \leq t \leq \bigcirc) = 1-\alpha$$

$$P(t_{.95} \leq t \leq t_{.95}) = .9$$

$$\mu = \left(\bar{x} \pm t_{1-\alpha}\frac{s}{\sqrt{n}}\right) = 550 \pm (1.860)\left(\frac{243.14}{\sqrt{9}}\right)$$

$$[399.25 \leq \mu \leq 700.7476]$$

→ Varianza

$$\chi^2_{n-1} = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \; ; \; \sigma^2 = \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1}}$$

$1-\alpha = .9$; $\alpha = .1$; $\frac{\alpha}{2} = .05$

$$P(\chi^2_{n-1} \leq \sigma^2 \leq \chi^2_{n-1})$$

$$P\left(\frac{(n-1)s^2}{\chi_{n-1}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)s^2}{\chi_{n-1}}\right) = 1-\alpha$$

$$P\left(\frac{(n-1)\,s_1^2}{\chi_{n-1}} \le \sigma^2 \le \frac{(n-1)\,s_1^2}{\chi_{n-1}}\right) = 1-\alpha$$

$\therefore\ \chi\,(.95, 8) = 2.733$ Ji-Cuadrada

$\chi\,(.03, 8) = 15.507$

$$\sigma_{2\,min} = \frac{(9-1)(59117.75)}{15.507} = 30{,}998.6135$$

$$\sigma_{2\,max} = \frac{(9-1)(59117.75)}{2.733} = 173{,}048.6645$$

$$\therefore\ P\left(30{,}998.6133 < \sigma^2 < 173{,}048.6645\right) = .9$$

5.- Se emplean dos máquinas para llenar botellas de plástico con detergente para lavar platos. Se tienen como datos las desviaciones estándar del volumen de llenado en onzas de líquido para las dos máquinas, $s_1 = 0.15$ y $s_2 = 0.18$, respectivamente. Se seleccionan dos muestras aleatorias de $n_1 = 9$ botellas de la máquina 1 y $n_2 = 10$ botellas de la máquina 2, y las medias de la muestra de los volúmenes de llenado son $\bar{x}_1 = 30.87$ onzas líquidas y $\bar{x}_2 = 30.68$ onzas líquidas.

a) Construir un intervalo de confianza de dos lados del 90% respecto a la diferencia de medias del volumen de llenado.

b) Construir un intervalo de confianza de dos lados del 95% respecto a la diferencia de medias del volumen de llenado. Comparar el ancho de este intervalo con el obtenido en el inciso (a).

c) Construir un intervalo de confianza superior del 95% respecto a la diferencia de medias del volumen de llenado.

Respuesta: a) [0.06537, 0.314629], b) El intervalo es mayor, c) 0.314629

$\sigma_1 = .15$ $\sigma_2 = .18$

$n_1 = 9$ $n_2 = 10$

$X_1 \sim Desco$ $X_2 \sim Desco$

$\bar{X}_1 = 30.87$ $\bar{X}_2 = 30.68$

▶ Parámetros a estimar

$\mu_2 - \mu_1$

▶ Estimador

$$\bar{X}_2 - \bar{X}_1 \sim Normal\left(\mu_2 - \mu_1, \frac{\sigma_1^2}{n} + \frac{\sigma_2^2}{n}\right)$$

$X_1 - X_2 \sim$ Normal$\left(\mu_2-\mu_1, \frac{\sigma_1}{n} + \frac{\sigma_2}{n}\right)$

→ Población { Suponemos que X_1 y X_2 son aproximadamente Normal

→ Variable

$$Z = \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}_1 - (\mu_2-\mu_1)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

$Z = 1-\alpha$
$= 1-.9 = .1$

$Z_{\frac{\alpha}{2}} = .5 = 1.645$

a) //Despejando para encontrar $(\mu_2-\mu_1)$

$$\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \left(Z_{\frac{\alpha}{2}}\right)\left(\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma^2}{n_2}}\right) \leq \mu_1 - \mu_2 \leq$$

Buscar el valor en tablas

$\therefore .0653702 \leq \mu_1 - \mu_2 \leq .3146297$

- Signos Negativos ≙ Predominancia $\mu_y - \underline{\mu_x}$
- Signos Positivos ≙ $\underline{\mu_y} - \mu_x$
- Signos Alternos ≙ Pueden ser iguales $\mu_y \cong \mu_x$

6.- Una compañía transportista trata de decidir si compra neumáticos A ó B para su flotilla. Para estimar la diferencia de las dos marcas, lleva a cabo un experimento utilizando 12 de cada marca. Los neumáticos se usan hasta que se gastan obteniéndose los siguientes resultados para A y B, medias 36,300 y 38,100 $[\,km\,]$ y variancias $(\,5000\,)^2$ y $(\,6100\,)^2$ $[\,km^2\,]$, respectivamente. Calcular un intervalo de confianza del 95% para la diferencia de las medias de las poblaciones A y B, suponiendo que las poblaciones se distribuyen normalmente y con variancias desconocidas pero iguales.

Respuesta: [-6522.54, 2922.24]

$$E\{\bar{X}_B - \bar{X}_A\} = \mu_B - \mu_A \qquad 1-\alpha = .95$$

$$\frac{\alpha}{2} = .025$$

$$\sigma_1^2 \text{ y } \sigma_2^2 \rightarrow \text{Desconocidas}$$

$$x_1 - x_2 - t_{\frac{\alpha}{2}\, n_1+n_2-2}\; S_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}$$

$$x_1 - x_2 - t_{\frac{\alpha}{2}\, n_1+n_2-2}\; S_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}$$

$$S_p = \sqrt{\frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}}$$

- $S_p = 5577.18$
- $t_{.025,22} = 2.074$

$$\rightarrow 36300 - 38100 \pm (2.074)(5577.18)\sqrt{\frac{1}{12}+\frac{1}{12}}$$

$$-6522.237 \leq \mu_A - \mu_B \leq 2922.23709$$

Con confianza del 95 %

7.- Las edades de cinco profesores universitarios en una muestra aleatoria son 39, 54, 61, 72 y 59 años. Obtener un intervalo de confianza de 99%, a partir de estos datos, para la variancia poblacional de las edades de todos los profesores de la universidad, suponiendo que las edades se distribuyen normalmente.
Respuesta: [38.89, 2792.4]

$\bar{x} = 57 \qquad s^2 = 144.5 \qquad s = 12.0208$

$1-\alpha = .99$

$\frac{\alpha}{2} = .005$

$$\sigma^2_{min} = \frac{(4)(144.5)}{14.86}$$

$$\sigma^2_{max} = \frac{(4)(144.5)}{.207}$$

$\rightarrow \chi(0.995, 4) = .207$

$\chi(.005, 4) = 14.86$

$38.8963 \leq \sigma^2 \leq 2792.4$

Con confianza del 99 %

8.- Checar

Se deben eliminar gases ácidas de otros gases de refinería en una instalación de productos químicos para reducir al mínimo la corrosión de las plantas. Dos métodos para eliminar estos gases produjeron el ritmo de corrosión (mm/año) que se representan a continuación:

Método A:	0.3	0.7	0.5	0.8	0.9	0.7	0.8	
Método B:	0.7	0.8	0.7	0.6	2.1	0.6	1.4	2.3

$\frac{\alpha}{2} = .05$

Estimar la relación de las variancias para los dos métodos de eliminación de gases ácidos con un intervalo de confianza del 90 %.)Qué hipótesis se deben hacer para que sea válida la respuesta? (Los datos provienen de A.J. Kosseim

$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \qquad \bar{x}_1 = .6714 \qquad s_1^2 = .0424 \qquad n_1 = 7$

$\bar{x}_2 = 1.15 \qquad s_2^2 = .4885 \qquad n_2 = 8$

$$\frac{s_1^2}{s_2^2} F_{1-\frac{\alpha}{2}, n_2-1, n_1-1} \leq \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq \frac{s_1^2}{s_2^2} F_{\frac{\alpha}{2}, n_2-1, n_1}$$

NOTA

$\rightarrow F$

$\rightarrow F_{7,6,.05} = .2587$

$\rightarrow F_{6,7,.95} = 4.2067$

NOTA

$$F_{V_A,V_B,1-\frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{F_{V_B,V_A,\frac{\alpha}{2}}}$$

$$\therefore \left(\frac{.0424}{.4885}\right)(.2587) \leq \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq \left(\frac{.0424}{.4885}\right)(4.2067)$$

$$.0224 \leq \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq .3651$$

Con intervalo de confianza del 90%

9.- Al probar 100 resistores que fabricó la compañía A se encuentra que 12 no cumplieron con las especificaciones de tolerancia.

a) Determinar un intervalo de confianza de 95% para la fracción verdadera de los resistores que tienen fallas. ¿Qué hipótesis son necesarias para que la respuesta sea válida?

b) Se desea estimar la proporción verdadera que no cumple con las especificaciones de tolerancia, con una exactitud de $\pm\ 0.05$ y un coeficiente de confianza de 0.95. ¿Cuántos resistores se deben muestrear?

Respuestas: [0.056, 0.184] , 163.

$1-\alpha = .95$ | $\hat{p} = \frac{12}{100}$ .12

$\frac{\alpha}{2} = .025$

$$P\left(\hat{p} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \leq p \leq \hat{p} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right) = .95$$

$$p = \hat{p} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

$$= (.12) \pm (1.96)\left(\sqrt{\frac{(.12)(.88)}{100}}\right)$$

$\therefore .0563 \leq p \leq .1836$ | Confianza del 95%

a) p = proporción de resistencias que no

a) p = proporción de resistencias que no cumplen con las especificaciones

$n = 100$

$$z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{\hat{p}\,q}{n}}} \sim Normal(0,1)$$

$$\hat{p} = \frac{12}{100} = .12$$

$1 - \alpha = .95$

$\frac{\alpha}{2} = .025$

$$\therefore \hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{p\,q}{n}} < p < \hat{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{p\,q}{n}}$$

$.056 < p < .184$; Con una confianza del 95%

b) Error en la estimación

$$Error = \pm (\hat{p} - p) \qquad E = |\hat{p} - p|$$

$$Error_{mayor} = \pm .005$$

$$z_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{p\,q}{n}}} \; ; \; n = \frac{\left(z_{\frac{\alpha}{2}}\right)^2 p\,q}{E^2} = \frac{(1.96)(.12)(.88)}{(.05)^2}$$

$$\therefore n = 162.26 \; ; \; n = 163$$

Ejercicio

Thursday, April 4, 2019 9:17 AM

6.- Una compañía transportista trata de decidir si compra neumáticos A ó B para su flotilla. Para estimar la diferencia de las dos marcas, lleva a cabo un experimento utilizando 12 de cada marca. Los neumáticos se usan hasta que se gastan obteniéndose los siguientes resultados para A y B, medias 36,300 y 38,100 $[\,km\,]$ y variancias $(5000)^2$ y $(6100)^2$ $[\,km^2\,]$, respectivamente. Calcular un intervalo de confianza del 95% para la diferencia de las medias de las poblaciones A y B, suponiendo que las poblaciones se distribuyen normalmente y con variancias desconocidas pero iguales.
Respuesta: [-6522.54, 2922.24]

- X_A y X_B $\triangleq$ distancia recorrida hasta que gasta la llanta
- Parametros de interés: $\mu_B - \mu_A$

→ Poblaciones normales con varianzas poblacionales desconocidas pero iguales

$$\mu_B - \mu_A = \bar{X}_B - \bar{X}_A$$

$$V = 12 + 12 - 2 = 22$$

$$n_B = n_A = 12$$

$$\bar{X}_B - \bar{X}_A \sim Normal\left(\mu_B - \mu_A, \frac{\sigma_A^2}{n} + \frac{\sigma_B^2}{n}\right)$$

$$T_V = \frac{\bar{X}_B - \bar{X}_A - (\mu_B - \mu_A)}{S_p\sqrt{\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}}}$$

→ Calculando

$$\mu_B - \mu_A = 1800$$

- $ES[\bar{X}_B - \bar{X}_A] = \sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}}$

$$ES[\bar{X}_B - \bar{X}_A] = S_p\sqrt{\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}}$$

→ Conclusiones

Como el intervalo de confianza incluye al cero, décimos que estadísticamente no hay diferencia en la duración promedio de ambos tipos de llantas

décimos que estadísticamente no hay diferencia en la duración promedio de ambos tipos de llantas al nivel de confianza de 95%

- Intervalo de Confianza de $(1-\alpha)100\%$

- Si se toman todos las muestras posibles del mismo tamaño n, aproximadamente $(1-\alpha)100\%$ de los intervalos resultantes contendrán al verdadero valor del parámetro buscado, mientras que $\alpha 100\%$ de esos intervalos estarán equivocados.

Intervalos de confianza

lunes, 8 de abril de 2019 07:32 p. m.

1.- Un fabricante de fibras sintéticas desea estimar la tensión de ruptura media de una fibra. Diseña un experimento en el que se observan las tensiones de ruptura, en libras, de 16 hilos del proceso seleccionados aleatoriamente. Las tensiones son: 20.8, 20.6, 21.0, 20.9, 19.9, 20.2, 19.8, 19.6, 20.9, 21.1, 20.4, 20.6, 19.7, 19.6, 20.3, y 20.7. Suponer que la tensión de ruptura de una fibra se encuentra modelada por una distribución normal con desviación estándar de 0.45 libras. Construir un intervalo de confianza del 98% para el valor real de la tensión de ruptura promedio de la fibra.
Respuesta: [20.119, 20.643]

- $n = 16 \quad \bar{x} = 20.38125 \quad \sigma = .45$

- $z = \dfrac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \qquad 1-\alpha = .95 \qquad \frac{\alpha}{2} = .01 \qquad z_{.01} = 2.326$

$$\rightarrow \bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$(20.38125) + (2.326)\left(\frac{.45}{4}\right)$$

$20.1195 \leq \mu \leq 20.6429$ ¡Confianza 98 %

2.- Se comparan dos tipos distintos de recubrimientos para tubos, en cuanto a su aptitud para tolerar la corrosión. La cantidad de corrosión en una muestra de tubo se cuantifica midiendo la profundidad máxima de las picaduras. Para el recubrimiento A, 35 muestras mostraron una profundidad máxima promedio de 0.18 cm. La desviación estándar de estas profundidades máximas fue 0.02 cm. Para el recubrimiento B, las profundidades máximas de picaduras en 30 muestras tuvieron un promedio de 0.21 cm y desviación estándar de 0.03 cm. Estimar la diferencia verdadera entre profundidades promedio en un intervalo de confianza del 90%. ¿Piensa usted que el recubrimiento B es un mejor inhibidor de la corrosión?
Respuesta: La corrosión promedio en B es mayor.

$n_A = 33 \quad \bar{x}_A = .18 \quad s_A = .02$

$n_B = 30 \quad \bar{x}_B = .21 \quad s_B = .03$

$1-\alpha = .9 \qquad \sigma \triangleq$ Desconocido

$\frac{\alpha}{2} = .05$

$t_{\frac{\alpha}{2}, n_2+n_1-2}$

$t_{.05,73} = 1.293$

$\mu_A = \mu_B$

$$x_1 - x_2 - t_{\frac{\alpha}{2}\, n_1+n_2-2}\, S_p \sqrt{\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}} \pm \mu_A - \mu_B =$$

$$x_1 - x_2 + t_{\frac{\alpha}{2}\, n_1+n_2-2}\, S_p \sqrt{\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}}$$

$$S_p = \sqrt{\frac{(n_A-1)S_A^2 + (n_B-1)S_B^2}{n_A+n_B-2}} = .02332$$

$$\rightarrow \quad -.0375 \le \mu_A - \mu_B \le -.0224$$

$\therefore$ B es mayor

3.- Una tienda de donas se interesa en estimar su volumen de ventas diarias. Suponer que el valor de la desviación estándar es de \$50.
Si el volumen de ventas se encuentra aproximado por una distribución normal, ¿cuál debe ser el tamaño de la muestra para que con una probabilidad de 0.95 la media muestral se encuentre a no más de \$20 del verdadero volumen de ventas promedio?
Respuesta: 25

$\rightarrow$ Normal

DATOS
- Error $= \bar{x} - \mu$; $\bar{x} + 20 = \mu$
- $\sigma = \$50$
- $1-\alpha = .95$; $z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

$$z = \frac{\bar{x}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \; ; \; n = \frac{\left(z_{\frac{\alpha}{2}}\right)(\sigma^2)}{(\bar{x}-\mu)^2}$$

$$\therefore \frac{(1.96)(50)^2}{(20)^2} = 24.01 \; ; \; n \rightarrow 25$$

4.- La Cámara de Comercio de una ciudad se encuentra interesada en estimar la cantidad promedio de dinero que gasta la gente que asiste a convenciones, calculando comidas, alojamiento y entretenimiento por un día. De las distintas convenciones que se llevan a cabo en la ciudad, se seleccionaron 60 personas $\rightarrow$ 16

se les preguntó la cantidad que gastaban por día. Se obtuvo la siguiente información en dólares 150, 175, 163, 148, 142, 189, 135, 174, 168, 152, 158, 184, 134, 146, 155, 163. Si se supone que la cantidad de dinero gastada en un día es una variable aleatoria distribuida normal, obtener los intervalos de confianza del 90, 95 y 98% para la cantidad promedio real.
Respuesta: a)[151.31 , 165.69]

$n = 60$ Distribución Normal
$n = 16$
$\bar{x} = 158.3$

$s^2 = 269.966$
$s = 16.41$

- $1-\alpha = .9$
  $\alpha = .1$
  $\frac{\alpha}{2} = .05$
- $1-\alpha = .91$
  $\frac{\alpha}{2} = .025$
- $1-\alpha = .98$
  $\alpha = .01$

$$\bar{x} - t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

a) $158.5 \pm (1.753)\frac{16.41}{\sqrt{16}}$

a) $158.5 \pm (1.753)\frac{16.41}{\sqrt{16}}$

$157.303 \leq \mu \leq 165.69$

$1-\alpha = .98$

$\frac{\alpha}{2} = .01$

b) $158.5 \pm 2.131\left(\frac{16.41}{\sqrt{16}}\right)$

$149.75 \leq \mu \leq 167.2424$

c) $158.5 \pm 3.732\left(\frac{16.41}{\sqrt{16}}\right)$

$143.18 \leq \mu \leq 173.314$

5.- Considérese una población con σ conocida

a) ¿Cuál es el nivel de confianza para el intervalo $\bar{x} \pm 2.81\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$?

b) ¿Cuál es el nivel de confianza para el intervalo $\bar{x} \pm 1.44\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$?

c) ¿Cuál es el valor de $z_{\frac{\alpha}{2}}$ para un intervalo de confianza de dos lados para la media, con un nivel de confianza de 99.7%?

d) Para el inciso anterior, ¿Cuál es el valor de $z_{\frac{\alpha}{2}}$ para un nivel de 75%?

Respuesta: a) 99.5%

→ Varianza conocida Normal

$\bar{x} \pm z + \frac{s}{\sqrt{n}}$

a) $z_{\frac{\alpha}{2}} = 2.81$ $\quad \frac{\alpha}{2} = .0025$; $\alpha = .005$

$1 - .005 = .995$

b) $x \pm 1.44\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.44$ $\quad 1-\alpha = .9251$

$\alpha = .0749$

c) $\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$z_{\frac{\alpha}{2}} = .005$ | $1-\alpha = .997$

$.003 = \alpha$

$\therefore \alpha = .0015$

d) $z_{\frac{\alpha}{2}} = .68$ | $1-\alpha = .75$

$\alpha = .25$

$\frac{\alpha}{2} = .125$

6.- Una muestra aleatoria de 15 bombas de calor de cierto tipo produjeron las siguientes observaciones en duración (en años):

2.0	1.3	6.0	1.9	5.1
0.4	1.0	5.3	15.7	0.7

6.- Una muestra aleatoria de 15 bombas de calor de cierto tipo produjeron las siguientes observaciones en duración (en años):

2.0	1.3	6.0	1.9	5.1
0.4	1.0	5.3	15.7	0.7
4.8	0.9	12.2	5.3	0.6

a) Suponiendo que la distribución de duración es exponencial y sabiendo que el estadístico $h\left(X_1, X_2, \ldots, X_n : \lambda\right) = 2\lambda \sum_{i=1}^{n} X_i$ tiene una distribución χ^2 con $2n$ grados de libertad, obtener un intervalo de confianza de 95%, para la duración esperada (promedio verdadero) de las bombas.

b) Modificar el intervalo obtenido en (a) para alcanzar el 99% de confianza.

c) Obtener un intervalo de confianza del 95% para la desviación estándar de una v.a. exponencial con su media.

Respuestas: a) [2.69, 7.53]

Datos:

X: Tiempo de duración (en años) de las bombas de calor.

X~Exponencial(λ) <- Esto indica que la población tiene distribución exponencial con parámetro λ.

Se sabe que, para una variable con distribución exponencial, su función de densidad de probabilidad es:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}; & x \geq 0 \\ 0; & c.o.c. \end{cases}$$

su media y varianza son respectivamente:

$$\mu_x = E[X] = \frac{1}{\lambda} \qquad y \qquad \sigma^2_x = V[X] = \frac{1}{\lambda^2}$$

Así que para el inciso (a) lo que se solicita es un intervalo de confianza para $\frac{1}{\lambda}$

Del enunciado se tiene que el estadístico $2\lambda \sum_{i=1}^{n} Xi$ tiene distribución Ji-cuadrada con 2n grados de libertad, esto es:

$$h(X_1, X_2, \ldots X_n) = 2\lambda \sum_{i=1}^{n} Xi \sim \chi^2_{2n}$$

$$h(X_1, X_2, \ldots X_n) = 2\lambda n\bar{X} \sim \chi^2_{2n}$$

Por lo que, para encontrar un intervalo de confianza para $\frac{1}{\lambda}$ usaremos la variable: $\chi^2_{2n} = 2\lambda n\bar{X}$

$$P\left(\bar{x}_{1-\frac{\alpha}{2}} < \bar{X} < \bar{x}_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left(\chi^2_{2n,1-\frac{\alpha}{2}} < 2\lambda n\bar{X} < \chi^2_{2n,\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \alpha$$

para obtener el intervalo de confianza, en la expresión anterior debemos despejar $\frac{1}{\lambda}$ quedando:

$$\chi^2_{2n,1-\frac{\alpha}{2}} < 2\lambda n\bar{X} < \chi^2_{2n,\frac{\alpha}{2}}$$

$$\frac{\chi^2_{2n,1-\frac{\alpha}{2}}}{2n\bar{X}} < \lambda < \frac{\chi^2_{2n,\frac{\alpha}{2}}}{2n\bar{X}}$$

$$\frac{2n\bar{X}}{\chi^2_{2n,\frac{\alpha}{2}}} < \frac{1}{\lambda} < \frac{2n\bar{X}}{\chi^2_{2n,1-\frac{\alpha}{2}}}$$

Finalmente, como $\mu_x = \frac{1}{\lambda}$ tenemos que el intervalo es:

$$\frac{2n\bar{X}}{\chi^2_{2n,\frac{\alpha}{2}}} < \mu < \frac{2n\bar{X}}{\chi^2_{2n,1-\frac{\alpha}{2}}}$$

Con una confianza de $(1-\alpha)100\%$

De los datos del problema se tiene:

n=15, 1-α=0.95, α/2=0.025, 1-α/2=0.975, $\chi^2_{30,0.975}$=16.795 $\chi^2_{30,0.025}$=46.979

$\bar{X}$=4.2

$$\frac{2(15)(4.2)}{46.979} < \mu < \frac{2(15)(4.2)}{16.795}$$

$$2.68 < \mu < 7.50$$

con una confianza de 95%

- Para el inciso (b), como 1-α=0.99 deberemos encontrar $\chi^2_{30,0.995}$ y $\chi^2_{30,0.005}$ y recalcular el intervalo.
- Para el inciso (c) hemos de recordar que, para una variable aleatoria exponencial, la media y la desviación estándar son iguales, por lo que el estimador para $\frac{1}{\lambda}$ es el mismo que el encontrado en el inciso (a).

Si además se desea un estimador para la varianza, hay que considerar que ya se tiene un estimador por intervalos para $\frac{1}{\lambda}$, esto es: $\frac{2n\bar{X}}{\chi^2_{2n,\frac{\alpha}{2}}} < \frac{1}{\lambda} < \frac{2n\bar{X}}{\chi^2_{2n,1-\frac{\alpha}{2}}}$ y la varianza es $\frac{1}{\lambda^2}$ por lo que únicamente habría que elevar al cuadrado el intervalo anterior para obtener el intervalo para $\frac{1}{\lambda^2}$

7.- La medición de la dureza Rockwell de lingotes de acero se lleva a cabo oprimiendo una punta de diamante en el acero y midiendo la profundidad de penetración. Una muestra de 15 mediciones de dureza Rockwell en especímenes de acero tuvo un promedio muestral de 65 y variancia de la muestra de 90. Se midió la dureza Rockwell en veinte especímenes de un acero ligeramente distinto al anterior y los resultados tuvieron un promedio de 72 y una variancia de 94. Estimar la diferencia entre las durezas promedio de las dos variedades de acero, en un intervalo de confianza de 95%.

Respuesta: [-13.43 , -0.568]

$1-\alpha = .95$

$\alpha = .05$

$\frac{\alpha}{2} = .025$

$n = 15 \quad \bar{X}_1 = 65 \quad s^2 = 90$

$n = 20 \quad \bar{X}_2 = 72 \quad s^2 = 94$

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - t_{\frac{\alpha}{2}, n_1+n_1-2}\, S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

$$\leq \mu_1 - \mu_2 \leq$$

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 + t_{\frac{\alpha}{2}\, n_1+n_2-2}\, S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

$$\rightarrow S_p = \sqrt{\frac{(n_1-1)\, s_1^2 + (n_2-1)\, s_2^2}{n_1+n_2-2}} = 9,60744$$

$$t_{.023,33} = 1.692$$

$$\therefore\ 13.6781 \leq \mu_1 - \mu_2 \leq -.3218$$

8.- Se seleccionó una muestra aleatoria de 21 ingenieros de un grupo mayor que labora para un fabricante de equipo electrónico. La desviación estándar de la muestra de las horas de trabajo por semana fue de 7 horas. Determinar un intervalo de confianza de 90% para la varianza de la población de las horas de trabajo para todos los ingenieros que laboran para el fabricante, al suponer que estas mediciones tienen una distribución normal.
Respuesta: [31.2 , 90.32]

$n = 21 \qquad s = 7\ ;\ s^2 = 49 \qquad 1-\alpha = .9$

$\sigma^2 \triangleq$ Varianza Población $\qquad$ Normal

$$\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}, n-1}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)\, s^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}}$$

$\therefore\ \chi^2_{.05,20} = 10,851 \qquad \frac{20(49)}{31,41} \leq \sigma^2 \frac{(20)(49)}{10,851}$

$\chi^2_{.95,20} = 31,410$

$$31.2 \leq \sigma^2 \leq 90.3142$$

9.- Una encuesta en Florida, del 25 al 31 de octubre de 1984, incluye las entrevistas por teléfono de 497 adultos residentes en Florida seleccionados al azar. Al preguntárseles si consideraban decisivo el sexo de un candidato político, el 62% de los hombres y el 49% de la mujeres opinaron que el sexo del candidato no importaba. Si se entrevistaron 241 hombres y 256 mujeres, construya un intervalo de confianza de 99% para la diferencia entre las proporciones de hombres y mujeres en Florida para los cuales el sexo del candidato no tendría importancia. (Fuente: *Gainesville Sun*, noviembre 11 de 1984).

$\hat{p}_1 = .62 \qquad 1-\alpha = .99$

$\hat{p}_2 = .9423 \qquad \frac{\alpha}{2} = .005$

$z_{\frac{\alpha}{2}} = 2.376$

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{p_1(\hat{q}_2)}{n_i}} \leq p \leq p_i \hat{p}_2 + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2 \hat{q}_2}{n_2}}$$

$$.62 \pm .4932 \pm (2.576) \left(\sqrt{\frac{\frac{(.82)(1-.62)}{24_I}}{\frac{(.49)(1-.49)}{256}}} \right.$$

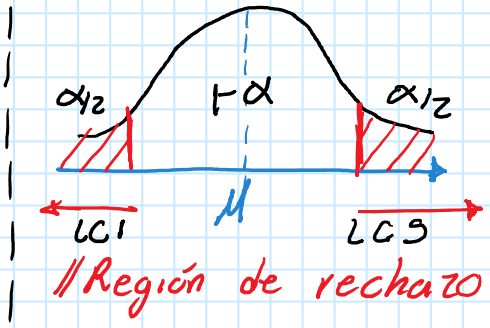
$\therefore$ $.01613 \leq p \leq .2435$

Con confianza del 99%

->Prueba de Hipótesis

martes, 9 de abril de 2019 09:19 a. m.

• $\alpha \triangleq$ Nivel de significancia



12.- El voltaje de salida en cierto circuito eléctrico debe ser igual a 130, según se especifica. Una muestra de 40 lecturas independientes para este circuito dió una media muestral de 128.6 y una desviación estándar de 2.1. Pruebe la hipótesis de que el voltaje de salida promedio es 130 frente a la hipótesis alternativa de que es menor que 130. Utilizar un nivel de significación de $5\ \%$.

Respuesta: H_0 Se rechaza.

$x \triangleq$ Voltaje de salida de ciertos circuitos

$H_0: \mu = 130$ | //No debe existir intersección

$H_1: \mu < 130$

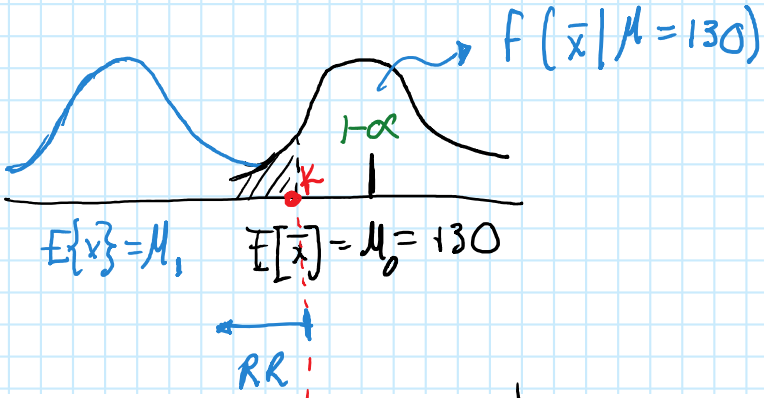
$\hat{\mu} = \bar{x}$, $x \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ | $n = 40$, $\sigma^2 = ¿?$ $\therefore T$

NOTA

Se aproxima a T a Z when $n > 30$

$$T = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

→ Regla de decisión ; nivel de significancia $\alpha = .05$



$RR\{\bar{x} \in RR\}$ se rechaza H_0 | $\bar{x} = 128.6$

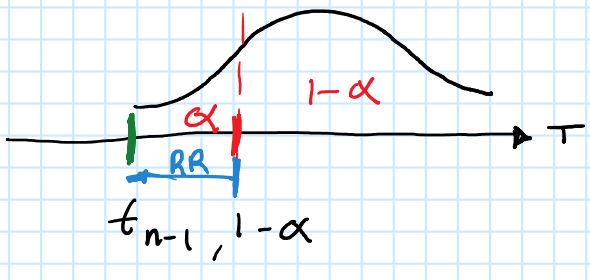
$K \triangleq$ Es el punto crítico a partir del cual debe rechazar H_0

$RR\{\bar{x} < K\}$;

$RR\{t_m < t_{v,1-\alpha}\}$

Rehazar H_0 si $\bar{x} < K$

$$t_m = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$



$RR \triangleq$ Región de rechazo

- $t_m = \dfrac{128.6 - 130}{\frac{2.1}{\sqrt{210}}} = -4.21637$

- $t_{n-1,n-\alpha} = t_{39,.95} = -1.6849$

$\therefore RR\{t_m < -1.6849\}$

Conclusión | 128.6 si es diferente de 130 al nivel de significancia del 5%

// Calculando K

$$t_{n-1,1-m} = \frac{K - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = -1.6848$$

$$\frac{s}{\sqrt{n}} t_{n-1,1-m} + \mu_0 = K$$

$$\frac{s}{\sqrt{n}}\, t_{n-1,\,1-m} + \mu_0 = K$$

$$\therefore K = 129{,}44$$

16.- Un lote de cierta materia prima es muestreado al azar para efectuar inferencias sobre su peso. Se extrae una muestra de 10 elementos, obteniéndose un peso promedio igual a 14 [g], con una variancia insesgada de 2 [g^2]. Se juzga que el peso de la materia prima X, se distribuye normalmente de manera cercana con $N\left(\mathbf{m}_X, \mathbf{s}_X^2\right)$.

a) Obtener intervalos de confianza del 90% para la media, la desviación estándar y para la variancia de X.

b) Determinar el tamaño de muestra necesario para que el error en la estimación de la media no exceda 0.5 [g].

c) Probar el valor de $\mathbf{m}_X = 13.5$[g], en contra de la alternativa $\mathbf{m}_X > 13.5$[g] empleando los valores de la muestra, con $1 - \mathbf{a} = 0.95$.

d) Si $\bar{x} = 14$ [g] delimitara las regiones de aceptación y de rechazo de H_0 en la prueba del inciso anterior, ¿cuánto valdría $\mathbf{a}$?

e) Otro lote Y de materia prima se muestrea con $n = 9$, obteniéndose $\bar{y} = 13$ [g] y $s_y^2 = 3.75$[g^2]. Determinar si este lote se puede confundir con el anterior con un nivel de significancia del 1%.

Respuesta: a) [13.10,14.81], [1.063, 5.4135], [1.03, 2.3267]
b) 34, c) H_0 no se rechaza. d) 0.14

DATOS

- $n = 10$
- $\bar{X} = 14$
- $\sigma^2 = 2$ ← Muestra insesgada
- $\sim N(m_X, s^2_X)$

Hipótesis

$H_0: m_X = 13.5$

$H_1: m_X > 13.5$

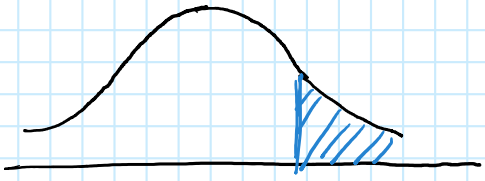
$1 - \alpha = .95$

$\alpha = .05$

$$\rightarrow T_m = \frac{\bar{X} - \mu_1}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \; ; \; t_{n-1,\,1-\alpha} =$$

$$t_{9,\,.05} = 1.833$$

- $$T_m = \frac{14 - 13.5}{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}}} =$$



$$= 1.11803$$

$$RR = \{T_m > T\}$$

$$RR = \{1.11803 > 1.833\} \times$$

$\therefore$ No se rechaza | $H_0: m_X = 13.5$

Valor K

$$t_{n-1,\,1-m} = \frac{K - \mu_0}{\ldots} \; ; \; K = \left(t_{n-1,\,1-m}\right)\left(\frac{s}{\sqrt{n}}\right) + \mu_0 =$$

$$t_{n-1,1-m} = \frac{K-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \; ; \quad K = \left(t_{n-1,1-m}\right)\left(\frac{s}{\sqrt{n}}\right) + \mu_0 =$$

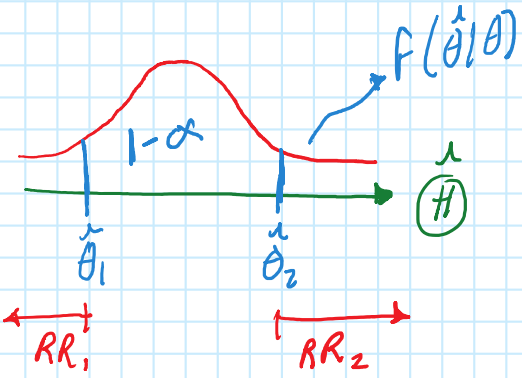
$$= \underbrace{(1.833)}_{\text{Tabla}}\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}}\right) + 13.5 =$$

$$= 14.3197$$

NOTA: Válida si se rechaza

Pruebas de Hipótesis

martes, 23 de abril de 2019 09:15 a. m.



- Errores Tipo I y II

Situación Real

Posibles resultados de una prueba

	H_0 se rechaza	H_0 es falsa
H_0 se rechaza	Error I α = Nivel de significan	Decisión Correcta p = potencia de prueba
H_0 es falsa	Decisión Correcta α = Nivel de Confianza	Error II $\beta = P(E_{II})$

→ Error tipo I

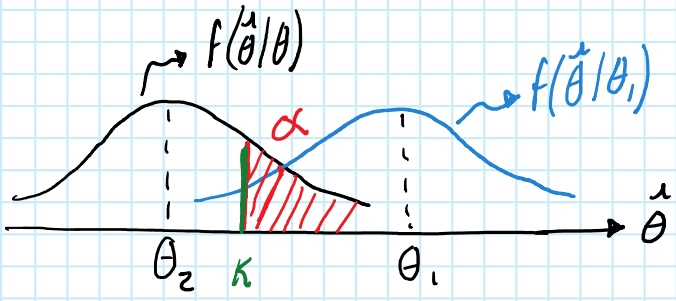
- Realizar una hipótesis nula que en realidad es correcta

$\alpha = P(\text{Rechazar } H_0 \mid H_0 \text{ es cierta})$

$1-\alpha = P(\text{No rechazar } H_0 \mid H_0 \text{ es cierta})$

Suponer que: $H_0: \theta = \theta_0$ $\quad \theta_1 > \theta_0$

$H_1: \theta = \theta_1$



→ Error tipo II

- No rechazar la Hipótesis nula que en realidad es falsa

- No rechazar la Hipótesis nula que en realidad es falsa

$\beta = P(\text{No rechazar } H_0 \mid H_1)$

$1-\beta \triangleq$ Probabilidad de rechazar H_0 dado que H_0 es falsa

$P = 1-\beta$ $\quad P \triangleq$ Se conoce como "Potencia de la Prueba"

11.- Un investigador ha preparado el nivel de dosificación de un fármaco que afirma que provocará sueño en por lo menos $80\ \%$ de las personas que padecen insomnio. Después de examinar la dosificación, se considera que su afirmación acerca de la efectividad del fármaco es exagerada. En un intento por refutar su afirmación se administra la dosificación prescrita a 20 personas que padecen insomnio, y se observa Y, el número de personas que se adormecen debido al fármaco. Se desea probar la hipótesis $H_0: p = 0.8$ frente a la alternativa $H_a: p < 0.8$. Supóngase que se utiliza la región de rechazo $\{ Y \leq 12 \}$.

a) Obtener $\boldsymbol{a}$.
b) Obtener $\boldsymbol{b}$ para $p = 0.6$.
c) Obtener $\boldsymbol{b}$ para $p = 0.4$.

$y \triangleq$ Núm. de personas que son afectadas

Respuesta: a) 0.032, b) 0.416

- Variable $\triangleq$ Porcentaje de personas en la que es efectivo el fármaco
- $P \triangleq$ Proporción // Parámetro de interés

$H_0: P = .8$ $\quad n = 20$ ← Nota no podemos usar Distribución Normal sino Binomial "q" y "p"

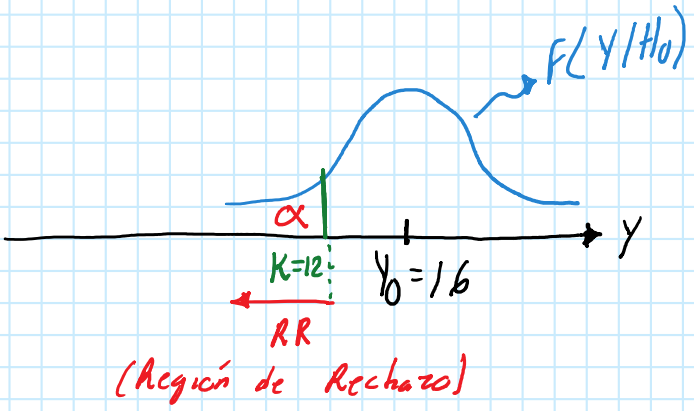
$H_1: P < .8$

→ Estadístico de prueba

$\beta = \frac{Y}{n}$

$Y \sim$ Binomial con parámetros $n=20$ y $p=.8$ | Partimos de que la nula es cierta

$RR: \{Y \leq 12\}$



• 80% de 20
↳ 16

$\therefore \alpha = P(Y \leq 12 \mid Y \sim \text{Binomial}(n=20, p=.8))$

$= \text{Distribucion.Normal.N}(\underset{k}{12}, \underset{n}{20}, \underset{p}{.8}, 1) =$

$\alpha = P(Y \leq 12 \mid Y \sim \text{Binomial}(n=20, p=.8)) = .0321466$

Calculando error tipo II

• β para $p = .6$

$\beta = P(Y \leq 12 \mid Y \sim \text{Binomial}(n=20, p=.6)) = .5841$

Pero queremos la parte superior | $\therefore \beta = .4158 \cong .416$

$\beta = P(Y \leq 12 / Y \sim Binomial(n=20, p=.6)) = .9789$

Porte Superior | $\therefore \beta = .02102$

13.- Unos cohetes determinados se fabrican con alcance de 2500 metros. Teóricamente, se supone que el alcance se reduce después de haber estado almacenados durante algún tiempo. Seis de esos cohetes se almacenan durante un determinado período y, a continuación, se prueban. Los alcances que se determinan en las pruebas son los siguientes: 2490, 2510, 2360, 2410, 2300 y 2440. El alcance, ¿es más corto después del almacenamiento? Probar en el nivel de significación de 1%

Respuesta: H_0 no se rechaza.

- $H_0: \mu_0 = 2500$ • $n = 6$
- $H_1: \mu < 2500$

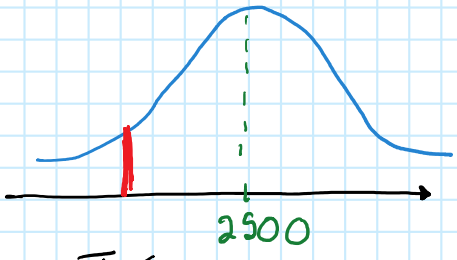
//Estadístico de prueba

- $\bar{X} \rightarrow T = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$

Muestrales

2490
2510
2360
2410
2300

- Media: 2418.
- Var S^2: 6296.66
- Desviación Estandar: 79.3515



- $t(.99, 5) = 3,684$

$n-1$

RR = $\{T_m < 3,684\}$

$T = \dfrac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = -2.5344$

- Concluyendo | No hay evidencias que demuestre que para el tiempo dado de almacena

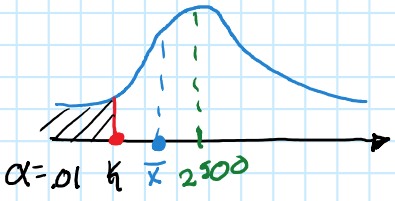
- Concluyendo: No hay evidencias que demuestre que para el tiempo dado de almacenamiento se reduzca la distancia de alcance de los cohetes

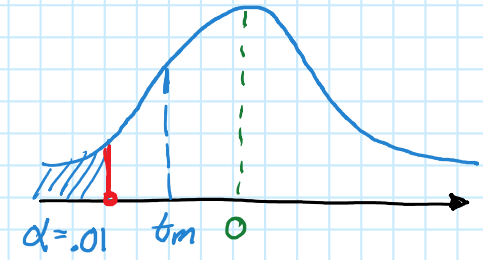
$\therefore$ H_0 no se rechaza

//Extra → Buscando valor K

$$t_{1-\alpha, n-1} = \frac{K - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$\therefore$ $K = 2.391$





$t_{.099,5}$

$t = -3.365$

Región de Rechazo

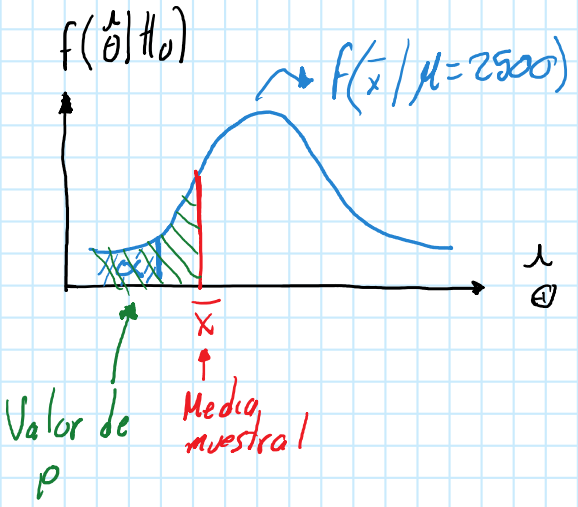
Nivel de significancia alcanzado

jueves, 25 de abril de 2019 09:46 a. m.

- Valor p

$$\text{Valor } p = P(\bar{X} < \bar{x} \mid H_0)$$

//Para una prueba de cola inferior



- $\alpha <$ Valor p $\therefore$ No se rechaza H_0
- $\alpha >$ Valor p $\therefore$ Se rechaza H_0

→ Valor p es el mínimo que se podría elegir, con base en el resultado de la muestra, que nos permitiría rechazar la Hipótesis nula

$$\text{Valor de } p = P(\bar{X} < \bar{x} \mid H_0) = P\left(T < \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}\right) =$$

$$= P\left(T < \frac{2418.33 - 2500}{\frac{79.3515}{\sqrt{6}}}\right) =$$

$$= P(T < \underset{t_m}{-2.5209}) = 0.0265$$

Nota

En excel hag

T.N $\triangleq$ Cola izquierda

T.C $\triangleq$ Cola Derecha

$$\underbrace{(T \quad -2.5209}_{t_m}, \underset{n-1}{5})$$

14.- Se emplean dos máquinas para llenar botellas de plástico con un volumen neto de 16.0 onzas. El proceso de llenado puede suponerse normal, con desviaciones estándar de $s_1 = 0.015$ y $s_2 = 0.018$. Ingeniería de calidad sospecha que ambas máquinas llenan hasta el mismo volumen neto, sin importar que este volumen sea o no de 16.0 onzas. Se toma una muestra aleatoria de la salida de cada máquina.

Máquina 1		Máquina 2	
16.03	16.01	16.02	16.03
16.04	15.96	15.97	16.04
16.05	15.98	15.96	16.02
16.05	16.02	16.01	16.01
16.02	15.99	15.99	16.00

a) ¿Piensa usted que la ingeniería de calidad está en lo correcto? Utilizar $a = 0.05$.

b) Suponiendo tamaños de muestras iguales ¿qué tamaño de muestra se utilizaría para asegurar que $b = 0.05$ si la diferencia en medias reales es 0.075?. Suponer $a = 0.5$.

c) ¿Cuál es la potencia de la prueba en el inciso (a) para una diferencia en medias reales de 0.075?

De la tabla

Media Muestral$_1$ = 16.015

Media Muestral$_2$ = 16.005

X_1 y X_2 $\stackrel{\Delta}{=}$ Volumen de llenado

$X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2 = .015^2)$

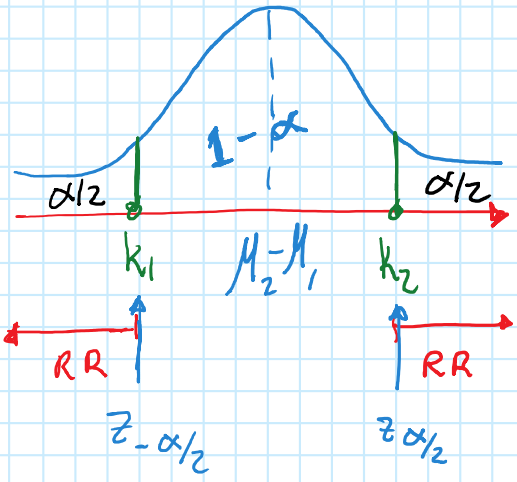
$X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_1^2 = .018^2)$

- $H_0: \mu_2 - \mu_1 = 0$ | $\alpha = .05$
- $H_1: \mu_2 - \mu_1 \neq 0$

▸ Estadístico de Prueba

- $\bar{X}_2 - \bar{X}_1 \rightarrow Z = \dfrac{(\bar{x}_2 - \bar{x}_1) - (\mu_2 - \mu_1)}{\sqrt{\dfrac{\sigma^2}{n_1} + \dfrac{\sigma^2}{n_2}}}$

- $RR: \{ |Z_m| > Z_{\frac{\alpha}{2}} \}$



$$\therefore Z_m = \frac{(16.015 - 16.005) - \cancel{(0)}^{H_0}}{\sqrt{\dfrac{.015^2}{10} + \dfrac{.018^2}{10}}}$$

$$Z_m = -1.3496$$

$$\therefore \left[|Z_m| = \cancel{-}1.3496 \right] > \left[Z_{\frac{\alpha}{2}} \right] = ?$$

CHECAR PROBLEMA

$$= \left[|Z_m| = 1.3496 \right] > \left[Z_{\alpha} = 1.96 \right]$$

$$= \left[|Z_m| = 1.3496 \right] > \left[Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96 \right]$$

Relación de Varianzas

martes, 7 de mayo de 2019 09:12 a. m.

8.- Se deben eliminar gases ácidas de otros gases de refinería en una instalación de productos químicos para reducir al mínimo la corrosión de las plantas. Dos métodos para eliminar estos gases produjeron el ritmo de corrosión (mm/año) que se representan a continuación:

Método A:	0.3	0.7	0.5	0.8	0.9	0.7	0.8	
Método B:	0.7	0.8	0.7	0.6	2.1	0.6	1.4	2.3

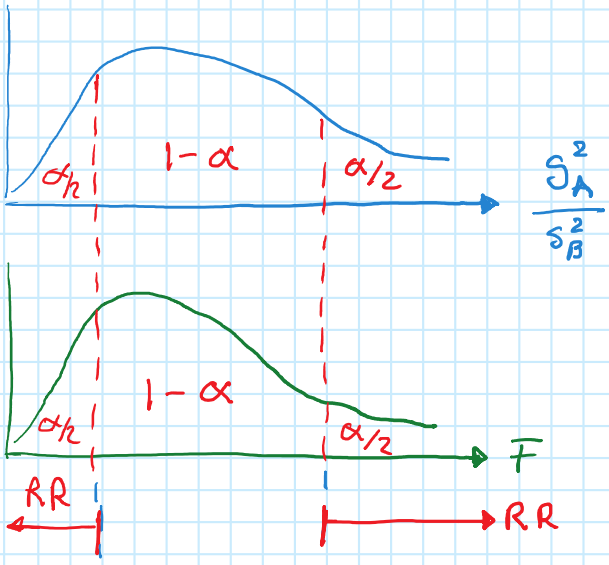
Estimar la relación de las variancias para los dos métodos de eliminación de gases ácidos con un intervalo de confianza del 90 %.)Qué hipótesis se deben hacer para que sea válida la respuesta? (Los datos provienen de A.J. Kosseim et al, Chemical Engineersing Progress,80,1984,página 64.)

Respuesta: [0.0224 , 0.3652]

- F - Fisher
  Relación de Varianzas
- J_1 - Cuadrada
  Varianza

	Media	Desviación Estandar	
Método A	.671462	1,15	$n=7$
Método B	.03632	.4885	$n=8$

$x \triangleq$ Ritmo de corrosión medido en milímetros



$$\cdot F_{\underline{u_x u_y}} = \frac{S_x^2 \sigma_x^2}{S_y^2 \sigma_y^2} = \frac{\frac{S_x^2}{\sigma_x^2}}{\frac{S_y^2}{\sigma_y^2}}$$

Grados de libertad

//Recuerda

$$\cdot f_{v_1, v_2, \alpha} = \frac{1}{F_{v_2, v_1, 1-\alpha}}$$

$$\underbrace{f_{u_x u_y, 1-\frac{\alpha}{2}}}_{f_{6,7,.95} = 0.238}{}^{*} \qquad \underbrace{f_{u_x u_y, \frac{\alpha}{2}}}_{f_{6,7,.05} = 3.86}{}^{*}$$

$* \; f_{1-\frac{\alpha}{2}, v_x, v_y}$

$* \; f_{\frac{\alpha}{2}, v_x, v_y}$

0.238 3.86

→ Intervalo de Confianza

$$\frac{S_y^2}{S_x^2} f_{1-\frac{\alpha}{2}, V_x, V_y} < \frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2} < \frac{S_y^2}{S_x^2} f_{\frac{\alpha}{2}, V_x V_y}$$

$$2.74043 < \frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2} < 44.5672$$

→ Probar la hipótesis de que las varianzas son iguales

$H_0: \frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2} = 1$

$H_1: \frac{\sigma^2}{\sigma_y^2} \neq 1$

// Estadístico de prueba

$$F_{V_x, V_y} = \frac{S_x^2 \sigma_y^2}{S_y^2 \sigma_x^2}$$

si H_0 es cierta

$$F = \frac{S_x^2}{S_y^2}$$

Región $\{ F_m < f_{V_x, V_y, 1-\frac{\alpha}{2}} \cup F_m > f_{V_x, V_y, \frac{\alpha}{2}} \}$

$\therefore RR\{ F_m < .238 \cup F_m > 3.866 \}$

$$F_m = \frac{S_x^2}{S_y^2} = \frac{.48857}{.0424} = 11.528$$

// Interpretación de Resultados

- Al nivel de significancia del 10% se rechaza H_0 y se concluye que las varianzas de los 2 métodos no son iguales

→ Se observa que el método B produce una mayor variabilidad en el ritmo de corrosión

→ Se observa que el método B produce una mayor variabilidad en el ritmo de corrosión