ASIGNATURA: Fundamentos de Estadística

GRUPO:

Tarea _núm.: 4

ALUMNO: Murrieta Villegas Alfonso

FECHA: 5 / 03 / 2019

▸ Teorema del Limite Central

• El teorema del limite central o teorema central del limite indica que en ~~genera~~ condiciones muy generales, si S_n es la suma de n variables aleatorias independientes y de varianza no nula.

- Definición

Sea $N(\mu, \sigma^2)$ la función de densidad de la distribución normal definida como

$$f_{\mu,\sigma^2}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$\mu \overset{\Delta}{=}$ media
$\sigma^2 =$ varianza

• Teorema del Limite Central

• Sea $X_1, X_2, \ldots X_n$ un conjunto de variables aleatorias, independientes e idénticamente distribuidas con media μ y varianza $0 < \sigma^2 < \infty$.

• Sea $S_n = X_1 + \ldots + X_n$

$\therefore \lim_{n\to\infty} P_r\left(\frac{S_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \leq z\right) = \Phi(z)$

• Teorema (No normalizado)

• Sea $X_1, X_2, \ldots, X_n$ un conjunto de variables aleatorias, independientes e idénticamente distribuidos de una distribución con media μ y varianza $\sigma^2 \neq 0$.

• Entonces, si n es suficientemente grande, la variable aleatoria

$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ tiene aproximadamente una distribución normal con

$\mu_{\bar{x}} = \mu \qquad \sigma^2_{\bar{x}} = \frac{\sigma^2}{n}$

• Ejemplo

En la clase de estadística la media de un examen bimestral es de 80 puntos con una desviación típica de 12 puntos. Si la distribución de notas es normal y en la clase hay 35 alumnos. ¿Cuál es la probabilidad de que hayas obtenido una nota entre 75 y 85 puntos?

Datos

$x_1 = 75 \quad \mu = 80 \quad n = 35$

$x_2 = 85 \quad \sigma\ 12$

$P(75 \leq \mu \leq 85) = P(-2.46 \leq Z \leq 2.46) = 2(.493) = .9861$

$Z_1 = \frac{x_1 - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{75-80}{(12/\sqrt{35})} = -2.46 \qquad Z_2 = \frac{85-80}{(12/\sqrt{35})} = 2.46$

Estandar

$2.46 = .493$

- $x_1 = 75$
- $x_2 = 85$
- $\mu = 80$
- $\sigma = 12$
- $n = 35$

- $P(75 \leq \mu \leq 85) = P(-2.46 \leq \mu \leq 2.46) = 2(.493) = \underline{.9861}$ //

- $Z_1 = \dfrac{x_1 - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \dfrac{75-80}{\frac{12}{\sqrt{35}}} = \underline{-2.46}$

- $Z_2 = \dfrac{x_2 - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \dfrac{85-80}{\frac{12}{\sqrt{35}}} = \underline{2.46}$

- Estandarización

  $2.46 = \underline{.493}$

$\therefore P(-2.46 \leq \mu \leq 2.46) = \underline{.98.61}$ //

▶ Mesografía

- Probabilidad y Estadística. Teoría y 760 problemas resueltos. Murray R. Spiegel. McGraw Hill.