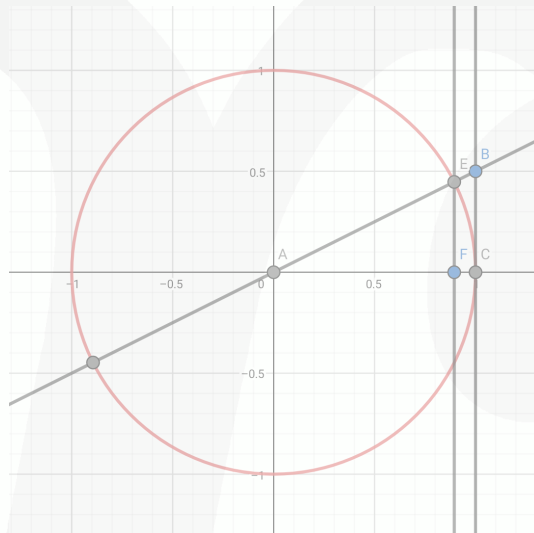


**Demonstração do primeiro limite fundamental,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ .**



No ciclo trigonométrico, seja  $A_1$  a área do triângulo  $\triangle AFE$ ,  $A_2$  a área do setor circular  $CAE$ ,  $A_3$  a área do triângulo  $\triangle ACB$ , e  $x = m(\widehat{CAE})$

$$A_1 \leq A_2 \leq A_3 \Rightarrow \frac{(\sin x)(\cos x)}{2} \leq \frac{x}{2} \leq \frac{\tan x}{2} \quad x \neq 0$$

$$\stackrel{x \neq 0}{\Rightarrow} \cos x \leq \frac{x}{\sin x} \leq \sec x \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \cos x \leq \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \leq \lim_{x \rightarrow 0} \sec x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 \leq \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \leq 1$$

Pelo teorema do confronto,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1$ .

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\frac{x}{\sin x}} = \frac{\lim_{x \rightarrow 0} 1}{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x}}$$

$$\text{Logo, } \boxed{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1}.$$

Documento compilado em Thursday 13<sup>th</sup> March, 2025, 20:57, tempo no servidor.

Última versão do documento (podem haver correções e/ou aprimoramentos): "[bit.ly/mathematicalramblings\\_public](https://bit.ly/mathematicalramblings_public)".

Comunicar erro: "[a.vandre.g@gmail.com](mailto:a.vandre.g@gmail.com)".