Seja o espaço vetorial das matrizes 2 x 2, mostrar que o subespaço V das matrizes simétricas é 3.

As matrizes 2 x 2 simétricas são do tipo $\begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix}$.

Notemos que há três variáveis, atribuindo 1 a uma e 0 às demais, teremos

$E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ e $E_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

como candidatos à elementos de uma base, para tanto basta mostrar que geram V e são linearmente independentes.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix} = a \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + c \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Portanto geram V. (I)

Determinemos os escalares x, y e z tais que $xE_1 + yE_2 + zE_3 = O$.

Encontraremos $x = y = z = 0$, portanto E_1, E_2 e E_3 são LI. (II)

Por (I) e (II) teremos que $\dim V = 3$.

Documento compilado em Wednesday 12$^{\text{th}}$ March, 2025, 21:59, tempo no servidor.

Sugestões, comunicar erros: ”a.vandre.g@gmail.com”.