Seja V o espaço vetorial de todas as funções de um corpo K em um corpo K; seja U o subespaço das funções pares e W o subespaço das funções ímpares. Mostrar que $V = U \oplus W$.

Sejam f uma função par e g uma função ímpar. Seja uma função h tal que $h(x) = f(x) + g(x)$ (I).

$h(-x) = f(x) - g(x)$ (II)

Somando (I) e (II) obtemos $f(x) = \dfrac{h(x) + h(-x)}{2}$

Subtraindo (II) de (I) obtemos $g(x) = \dfrac{h(x) - h(-x)}{2}$

Como $h(x) = \underbrace{\dfrac{h(x) + h(-x)}{2}}_{\text{Função par.}} + \underbrace{\dfrac{h(x) - h(-x)}{2}}_{\text{Função ímpar.}}$,

$V = U + W$ (III)

Como a única função que é simultaneamente par e ímpar é a função nula O,

$U \cap W = \{O\}$ (IV)

Por (III) e (IV), obtemos o desejado.

Documento compilado em Wednesday 12^{th} March, 2025, 23:37, tempo no servidor.

Sugestões, comunicar erros: ”a.vandre.g@gmail.com”.