Sejam A, B e C pontos distintos do $\mathbb{R}^n$, se $B - A$ e $C - A$ são linearmente independentes, mostrar que A, B e C não são colineares.

$a(B - A) + b(C - A) = O \ \Leftrightarrow \ a = b = 0$, a e b escalares.

Transladando o sistema de modo a A coincidir com O:

$aB + bC = A \ \Leftrightarrow \ a = b = 0$

Logo tomando um escalar k de modo que $a = \dfrac{1}{k}$ com $k \neq 0$ e $k \neq 1$, e $b = 0$:

$\dfrac{B}{k} \neq A \ \Rightarrow B \neq kA \qquad \text{(I)}$

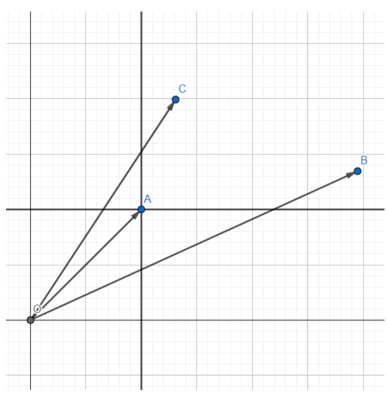
Procedendo de modo análogo para com C, com $k' \neq 0$ e $k' \neq 1$:

$\dfrac{C}{k'} \neq A \ \Rightarrow C \neq k'A \qquad \text{(II)}$

Tomando agora $a = 1$ e $b = \dfrac{-1}{k”}$, com $k” \neq 0$:

$C \neq k”(B - A) \qquad \text{(III)}$

Por (I), (II) e (III), A, B e C não são colineares.



Quod Erat Demonstrandum.

Documento compilado em Wednesday 12$^{\text{th}}$ March, 2025, 23:18, tempo no servidor.

Sugestões, comunicar erros: ”a.vandre.g@gmail.com”.