Demonstração: todo polinômio de grau ímpar tem ao menos uma raiz.

Se $\mathbb{U} = \mathbb{C}$, pelo teorema fundamental da Álgebra, a demonstração é imediata.

Se $\mathbb{U} = \mathbb{R}$, observemos que a função cuja lei de formação é o polinômio é uma função contínua. Seja f tal função:

$f(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i, \ a_n \neq 0.$

$n = 2k - 1, \ k \in \mathbb{N}.$

Temos 2 casos a considerar:

(I) $a_n > 0$:

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} a_n x^n = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} a_n x^n = -\infty$

(II) $a_n < 0$:

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} a_n x^n = -\infty$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} a_n x^n = +\infty$

Em ambos os casos, pelo TVI, existe ao menos um x_0 tal que $f(x_0) = 0$.

Documento compilado em Thursday 13$^{\text{th}}$ March, 2025, 20:49, UTC +0.

Última versão do documento (podem haver correções e/ou aprimoramentos): "bit.ly/mathematicalramblings_public".

Comunicar erro: "a.vandre.g@gmail.com".