

Projeto Mathematical Ramblings

mathematicalramblings.blogspot.com

Comprimento de uma curva tridimensional dada por coordenadas paramétricas.

Sejam $f(t)$, $g(t)$ e $h(t)$ três funções diferenciáveis no intervalo (a, b) , chamando de C o comprimento da curva

$$\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \\ z = h(t) \end{cases} \quad \text{quando } t \text{ varia de } a \text{ a } b:$$

$$C = \lim_{N \rightarrow 0} \sum \sqrt{[f(t_{i+1}) - f(t_i)]^2 + [g(t_{i+1}) - g(t_i)]^2 + [h(t_{i+1}) - h(t_i)]^2}$$

Sejam t_{k_1} , t_{k_2} , e t_{k_3} tais que $t_i \leq t_{k_1} \leq t_{i+1}$, $t_i \leq t_{k_2} \leq t_{i+1}$ e $t_i \leq t_{k_3} \leq t_{i+1}$, pelo TVM (Teorema do Valor Médio):

$$C = \lim_{N \rightarrow 0} \sum \sqrt{[f'(t_{k_1})]^2 + [g'(t_{k_2})]^2 + [h'(t_{k_3})]^2} (t_{i+1} - t_i)$$

Logo, pela definição de integral:

$$C = \int_a^b \sqrt{[f'(t)]^2 + [g'(t)]^2 + [h'(t)]^2} dt$$

Documento compilado em Tuesday 5th April, 2022, 10:51, tempo no servidor.

Última versão do documento (podem haver correções e/ou aprimoramentos):
"bit.ly/mathematicalramblings_public".

Sugestões, comunicar erros: "a.vandre.g@gmail.com".

Licença de uso:  Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual (CC BY-NC-SA).