

Sejam f e g contínuas em $[-1, 1]$, defina o produto escalar

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^1 f(x)g(x) \, dx.$$

Mostre que $\langle f, f \rangle \geq 0$.

Resolução:

Tomemos a definição de integral:


$$\int_{-1}^1 [f(x)]^2 \, dx = \lim_{|P| \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n [f(c_i)]^2 (x_i - x_{i-1}), \quad x_0 = -1 \text{ e } x_n = 1.$$

Como $[f(x)]^2 \geq 0$ e $x_i > x_{i-1}$, segue que $\langle f, f \rangle \geq 0$.

C.Q.D.

Documento compilado em Wednesday 12th March, 2025, 22:07, tempo no servidor.

Sugestões, comunicar erros: "a.vandre.g@gmail.com".

Licença de uso:  Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual (CC BY-NC-SA).