Encontrando π como uma série de potências:

Consideremos a função $f(x) = \arctan x$:

$f'(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$

$f'(x)$ é uma série conhecida: $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$, que converge para $|x| < 1$.

Integrando $f'(x)$ afim de obter uma série para $f(x)$:

$f(x) \ = \ \int \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n} \ dx \ = \ [\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \dfrac{x^{2n+1}}{2n+1}] \ + \ c$

Como $f(0) = 0$, temos que $c = 0$.

Tomemos agora um valor para x respeitando a limitação de $|x| < 1$ e de tal modo que conheçamos $f(x)$, por exemplo $x = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ e $f(x) = \dfrac{\pi}{6}$:

$\dfrac{\pi}{6} = \sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{2n+1} (\dfrac{\sqrt{3}}{3})^{2n+1}$

$\boxed{\pi = \sum_{n=0}^{\infty} 6 \cdot \dfrac{(-1)^n}{2n+1} (\dfrac{\sqrt{3}}{3})^{2n+1}}$

Documento compilado em Wednesday 12$^{\text{th}}$ March, 2025, 21:57, UTC +0.

Comunicar erro: ”a.vandre.g@gmail.com”.