Projeto Mathematical Ramblings

mathematicalramblings.blogspot.com

Seja $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função duas vezes continuamente diferenciável, isto é, f, f' e f'' são contínuas. Determine o valor de $f(0)$ sabendo que $f(\pi) = 2$ e que

$$\int_0^{\pi} (f(x) + f''(x)) \sin x \; dx \;=\; 5.$$

Resolução:

Seja $I = \displaystyle\int (f(x) + f''(x)) \sin x \; dx$

$$I = \int f(x) \cdot \sin x \; dx \;+\; \int f''(x) \cdot \sin x \; dx \;=$$

$$= -f(x) \cdot \cos x + \cancel{\int f'(x) \cdot \cos x \; dx} \;+\; f'(x) \cdot \sin x - \cancel{\int f'(x) \cdot \cos x \; dx} \;= -f(x) \cdot \cos x + f'(x) \cdot \sin x \;+ c$$

Logo $\displaystyle\int_0^{\pi} (f(x) + f''(x)) \sin x \; dx \;=\; (-f(x) \cdot \cos x + f'(x) \cdot \sin x)\,\big|_0^{\pi} \;=\; 2 + f(0).$

$$\int_0^{\pi} (f(x) + f''(x)) \sin x \; dx \;=\; 5 \;\Rightarrow\; 2 + f(0) = 5 \;\Rightarrow\; \boxed{\text{f}(0) = 3}$$

Documento compilado em Wednesday 7th April, 2021, 21:56, tempo no servidor.

Última versão do documento (podem haver correções e/ou aprimoramentos): "bit.ly/mathematicalramblings_public".

Comunicar erro: "a.vandre.g@gmail.com".