Função raiz complexa.

No universo complexo, a raiz enésima de um número pode assumir n valores distintos, logo, em alguns problemas, é conveniente especificar qual delas se deseja, tendo assim uma função.

Definamos ($\sqrt[n]{z})_j$ como a (j+1)-ésima raiz, definida da seguinte forma:

Se
$$z = \rho[\cos(\theta_0 + 2k\pi) + i\sin(\theta_0 + 2k\pi)], k \in \mathbb{Z},$$

$$(\sqrt[n]{z})_j = \sqrt[n]{\rho} \left[\cos(\frac{\theta_0}{n} + \frac{2j\pi}{n}) + i\sin(\frac{\theta_0}{n} + \frac{2j\pi}{n})\right], j \in \mathbb{Z}, 0 \le j < n.$$

Exemplo:

Encontrar $(\sqrt{4})_1$.

Resolução:

$$\sqrt{4} = 2(\cos k\pi + i\sin k\pi), \ k = 0 \ \lor \ k = 1 \Rightarrow \underbrace{\sqrt{4} = 2}_{k=0} \ \lor \ \underbrace{\sqrt{4} = -2}_{k=1}$$

Logo
$$(\sqrt{4})_1 = -2$$
.

Documento compilado em Thursday 13th March, 2025, 20:57, tempo no servidor.

Comunicar erro: "a.vandre.g@gmail.com".