

Seja f diferenciável em a , demonstre que $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h}$.

Resolução:

Primeiramente demonstrarmos que $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a) - f(a-h)}{h}$:

$$\begin{aligned} \text{Tomando } k = -h, \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a) - f(a-h)}{h} &= \lim_{k \rightarrow 0} \frac{f(a) - f(a+k)}{-k} = \\ &= \lim_{k \rightarrow 0} \frac{f(a+k) - f(a)}{k} = f'(a). \end{aligned}$$

Agora a demonstração principal:

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h} &= \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a) + f(a) - f(a-h)}{2h} = \\ &= \frac{1}{2} \left(\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a) - f(a-h)}{h} \right) = \\ &= \frac{2f'(a)}{2} = \boxed{f'(a)} \end{aligned}$$

Q.E.D.

Documento compilado em Wednesday 12th March, 2025, 23:56, tempo no servidor.

Última versão do documento (podem haver correções e/ou aprimoramentos):
”bit.ly/mathematicalramblings_public”.

Comunicar erro: ”a.vandre.g@gmail.com”