Projeto Mathematical Ramblings

mathematicalramblings.blogspot.com

Seja $f:\ \mathbb{R} \to [a, +\infty[$, contínua e suponha que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = L$. Prove que

$\lim\limits_{b\to+\infty} \dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(x)\ dx = L.$

Resolução:

Seja F uma primitiva de f.

$\lim\limits_{b\to+\infty} \dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(x)\ dx = \lim\limits_{b\to+\infty} \dfrac{F(b)-F(a)}{b-a}$, que chamaremos de Q.

$$\lim_{b\to+\infty} \frac{F(b)-F(a)}{b-a} = Q$$

$$\lim_{a\to b}\lim_{b\to+\infty} \frac{F(b)-F(a)}{b-a} = \lim_{a\to b} Q$$

$$\lim_{b\to+\infty}\lim_{a\to b} \frac{F(b)-F(a)}{b-a} = Q$$

$$\lim_{b\to+\infty} f(b) = Q$$

$$L = Q$$

C.Q.D.

Documento compilado em Thursday 8th April, 2021, 09:04, tempo no servidor.

Última versão do documento (podem haver correções e/ou aprimoramentos): "bit.ly/mathematicalramblings_public".

Comunicar erro: "a.vandre.g@gmail.com".