Sejam A, B e C matrizes tais que A e B possam ser multiplicadas, e B e C possam ser multiplicadas. Mostre que

- A e BC podem ser multiplicadas;
- AB e C podem ser multiplicadas;
- $A(BC) = (AB)C$.

Resolução:

Sejam $A = (a_{ij})$ uma m x n matriz, $B = (b_{jk})$ uma n x r matriz, e $C = (c_{kl})$ uma r por s matriz,

BC será uma n por s matriz e $A(BC)$ existirá e será uma m x s matriz;

AB será uma m por r matriz e $(AB)C$ existirá e será uma m por s matriz.

Um elemento da posição (j, l) de BC será $\displaystyle\sum_{k=1}^{r} b_{jk}c_{kl}$, e um elemento da posição (i, l) de $A(BC)$ será $\displaystyle\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\left(\sum_{k=1}^{r} b_{jk}c_{kl}\right) = \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{r} a_{ij}b_{jk}c_{kl}$.

$\displaystyle\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{r} a_{ij}b_{jk}c_{kl}$ será a soma de todos os $a_{ij}b_{jk}c_{kl}$ com $1 \leq j \leq n$ e $1 \leq k \leq r$, resultado que igualmente chegaríamos calculando o elemento da posição (i, l) de $(AB)C$.

Quod Erat Demonstrandum.

Documento compilado em Wednesday 12^{th} March, 2025, 23:24, tempo no servidor.

Sugestões, comunicar erros: ”a.vandre.g@gmail.com”.