

Seja $\sum_{i=1}^n A_i x_i = 0$, Com $A_i \in \mathfrak{M}_{m \times 1}(\mathbb{R})$ um sistema com solução não trivial em \mathbb{C} , mostre que ele admite solução não trivial em \mathbb{R} .

Resolução:

Se o sistema admite solução não trivial complexa, A_1, \dots, A_n são linearmente dependentes sobre \mathbb{C} , ou seja,

$$\sum_{i \in I} A_i z_i = A_j, \text{ com } I = \{1, \dots, j-1, j+1, \dots, n\}.$$

Como A_j tem componentes reais,


$$\sum_{i \in I} A_i [\operatorname{Re}(z_i)] = A_j, \text{ com } I = \{1, \dots, j-1, j+1, \dots, n\}.$$

Ou seja, A_1, \dots, A_n são linearmente dependentes sobre \mathbb{R} . Consequentemente o sistema admite solução não trivial em \mathbb{R} .

Quod Erat Demonstrandum.

Documento compilado em Wednesday 12th March, 2025, 23:07, tempo no servidor.

Sugestões, comunicar erros: "a.vandre.g@gmail.com".

Licença de uso:  Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual (CC BY-NC-SA).