

$$L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x}, \quad a, b \in \mathbb{R}_+.$$

- Primeiro caso:  $a = b = 0$ :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{0}{x} = \boxed{0}$$

- Segundo caso:  $a \neq 0 \wedge b = 0$ :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{a^x}{x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{a^x}{x} = -\infty$$

Logo  $\boxed{\nexists L}$ .

- Terceiro caso:  $a = 0 \wedge b \neq 0$ :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-b^x}{x} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-b^x}{x} = +\infty$$

Logo  $\boxed{\nexists L}$ .

- Quarto caso:  $a \neq 0 \wedge b \neq 0$ :

Aplicando L'Hospital:

$$L = \lim_{x \rightarrow 0} [(a^x \log a) - (b^x \log b)] = \boxed{\log \frac{a}{b}}$$

---

Documento compilado em Thursday 13<sup>th</sup> March, 2025, 20:30, tempo no servidor.

Última versão do documento (podem haver correções e/ou aprimoramentos):  
["bit.ly/mathematicalramblings\\_public"](https://bit.ly/mathematicalramblings_public).

Comunicar erro: "a.vandre.g@gmail.com".