Equivalência de condições para a validação de um subespaço vetorial.

Um conjunto W é subespaço de V se e somente se W é não vazio, é fechado com relação à soma, e é fechado com relação à multiplicação por escalar. (I)

Mostrar que, para que W seja subespaço de V, basta mostrar que $O \in W$ e $kw + k'w' \in W$, k e k' escalares. (II)

Sejam $w, w', w'', w''' \in W$ e k e k' escalares.

Mostremos que (I) $\Rightarrow$ (II).

Se W é não vazio e é fechado com relação à soma e à multiplicação por escalar:

$-w \in W$, $w - w = O \in W$

$w + w' \in W \;\Rightarrow\; kw'' + kw''' \in W$

Mostremos agora que (II) $\Rightarrow$ (I).

$O \in W \;\Rightarrow\; W \neq \varnothing$

$kw + k'w' \in W$.

Tomemos $k = k' = 1$: $w + w' \in W$.

Tomemos $k' = 0$: $kw \in W$.

Quod Erat Demonstrandum.

Documento compilado em Wednesday 12th March, 2025, 22:02, tempo no servidor.

Sugestões, comunicar erros: "a.vandre.g@gmail.com".