$\begin{array}{c} \textbf{Projeto Mathematical Ramblings} \\ \textbf{mathematical ramblings.blogspot.com} \end{array}$

Seja V o espaço vetorial de dimensão infinita gerado por $\{\sin \alpha x : \alpha \in \mathbb{Z}\}$ e $\langle f, g \rangle = \int_{-\pi}^{\pi} f(x)g(x) \ dx$, mostre que $\sin mx$ e $\sin nx$, com $m, n \in \mathbb{Z}$, $m \neq n$ são linearmente independentes.

Resolução:

Basta mostrar que sin mx e sin nx, com $m,n\in\mathbb{Z},\ m\neq n$ são perpendiculares.

De fato,
$$\int_{-\pi}^{\pi} (\sin mx)(\sin nx) dx = \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \cos(m-n)x - \cos(m+n)x dx = 0.$$

Quod Erat Demonstrandum.

Documento compilado em Thursday 27th May, 2021, 16:11, tempo no servidor.

Última versão do documento (podem haver correções e/ou aprimoramentos): "bit.ly/mathematicalramblings_public".

Sugestões, comunicar erros: "a.vandre.g@gmail.com".



 ${\it Atribuição-Não Comercial-Compartilha Igual~(CC~BY-NC-SA)}.$