Seja $\sum_{i=1}^{n} x_i A_i = 0$ um sistema homogêneo, mostrar que todos $X = (x_i)_1^n$, soluções do sistema, formam um espaço vetorial.

Resolução:

Se $A_1, ..., A_n$ são linearmente independentes, teremos como única solução o O, e $\{O\}$ é um espaço vetorial. Se são linearmente dependentes, há uma infinidade de soluções; como estas soluções são um subconjunto do espaço vetorial $\mathbb{R}^n$, basta mostrar que

- O pertence ao subconjunto, o que é evidente;
- Sejam v e w dois elementos, $v + w$ também é elemento. De fato, se $v = (v_i)_1^n$ e $w = (w_i)_1^n$, $\sum_{i=1}^{n} v_i A_i = 0$ e $\sum_{i=1}^{n} w_i A_i = 0$, $\sum_{i=1}^{n} (v_i + w_i) A_i = 0$;
- Se c é um escalar e $v = (v_i)_1^n$ é um elemento, $\sum_{i=1}^{n} c v_i A_i = c \sum_{i=1}^{n} v_i A_i = 0$.

Quod Erat Demonstrandum.

Documento compilado em Wednesday 12^{th} March, 2025, 22:31, tempo no servidor.

Sugestões, comunicar erros: ”a.vandre.g@gmail.com”.