

Projeto Mathematical Ramblings

mathematicalramblings.blogspot.com

Seja $\langle f, g \rangle = \int_{-\pi}^{\pi} f(x)g(x) dx$.

Mostre que $\sin nx$ é ortogonal a $\cos mx$, $m, n \in \mathbb{Z}$.

Resolução:

$$P = \langle \sin nx, \cos mx \rangle = \frac{1}{2} \left[\underbrace{\int_{-\pi}^{\pi} \sin(n+m)x dx}_{\alpha} + \underbrace{\int_{-\pi}^{\pi} \sin(n-m)x dx}_{\beta} \right]$$

Se $n = -m$,

$$P = \frac{\cancel{\alpha} + \overset{0}{\beta}}{2} = \underbrace{\left[-\frac{\cos(n-m)x}{2(n-m)} \right]_{-\pi}^{\pi}}_{\gamma} = 0.$$

Se $n = m$,

$$P = \frac{\alpha + \cancel{\beta}^0}{2} = \underbrace{\left[-\frac{\cos(n+m)x}{2(n+m)} \right]_{-\pi}^{\pi}}_{\theta} = 0.$$

Se $n \neq |m|$,

$$P = \gamma + \theta = 0.$$

C.Q.D.

Documento compilado em Thursday 6th May, 2021, 15:31, tempo no servidor.

Última versão do documento (podem haver correções e/ou aprimoramentos):
"bit.ly/mathematicalramblings_public".

Sugestões, comunicar erros: "a.vandre.g@gmail.com".

Licença de uso:  Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual (CC BY-NC-SA).