

Utilizando a definição, mostre que $(\cos x)' = -\sin x$.

Demonstração:

$$\begin{aligned}
 (\cos x)' &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(x+h) - \cos x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\cos x)(\cos h) - (\sin x)(\sin h) - \cos x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\cos x)[(\cos h) - 1]}{h} - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sin x)(\sin h)}{h} = \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} -(\cos x) \cdot \frac{\sin \frac{h}{2}}{h/2} \cdot \left(\sin \frac{h}{2}\right) - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sin x)(\sin h)}{h} = -\left(\lim_{h \rightarrow 0} \cos x\right) \cdot \underbrace{\left(\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{h}{2}}{h/2}\right)}_1 \cdot \left(\lim_{h \rightarrow 0} \sin \frac{h}{2}\right) - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sin x)(\sin h)}{h} = \\
 &= -(\sin x) \cdot \underbrace{\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin h}{h}}_1
 \end{aligned}$$

Logo, $\boxed{(\cos x)' = -\sin x}$.

Documento compilado em Thursday 13th March, 2025, 09:44, tempo no servidor.

Última versão do documento (podem haver correções e/ou aprimoramentos): "bit.ly/mathematicalramblings_public".

Comunicar erro: "a.vandre.g@gmail.com".