

Demonstração do terceiro limite fundamental, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \log a$.

Seja $y = a^x - 1$.

$$y + 1 = a^x \Rightarrow \log(y + 1) = x \log a \Rightarrow x = \frac{\log(y + 1)}{\log a}$$

Observemos que $x \rightarrow 0 \Rightarrow y \rightarrow 0$.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{y}{\frac{\log(y + 1)}{\log a}} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\log a}{\frac{\log(y + 1)}{y}} = \frac{\log a}{\log \lim_{y \rightarrow 0} (1 + y)^{1/y}}$$

O segundo limite fundamental é $\lim_{y \rightarrow 0} (1 + y)^{1/y} = e$. Logo:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \log a.$$

Documento compilado em Wednesday 12th March, 2025, 23:43, tempo no servidor.

Última versão do documento (podem haver correções e/ou aprimoramentos): "bit.ly/mathematicalramblings_public".

Comunicar erro: "a.vandre.g@gmail.com".