Distância de um ponto a um plano no 3-espaço.

Sejam o ponto $P = (x_P, y_P, z_P)$ e o plano $\alpha \ : \ ax + bx + cx + d = 0$.

$N = (a, b, c)$ é um vetor normal ao plano.

$P' = P + tN$ é o pé da perpendicular ao plano que passa por P para $t = \dfrac{(Q - P) \cdot N}{N \cdot N}$, $Q \in \alpha$.

Suponhamos $a \neq 0$, $Q_0 = \left(-\dfrac{c+d}{a}, 0, 1\right)$.

$$t = \frac{\left(-\dfrac{c+d}{a} - x_P, -y_P, 1 - z_P\right) \cdot (a, b, c)}{a^2 + b^2 + c^2} = \frac{-ax_P - by_P - cz_P - d}{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$P' = (x_P, y_P, z_P) + \left(\frac{-ax_P - by_P - cz_P - d}{a^2 + b^2 + c^2}\right)(a, b, c)$$

$$d_{P,\alpha} = \frac{|-ax_P - by_P - cz_P - d|\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{a^2 + b^2 + c^2}.$$

$$\boxed{d_{P,\alpha} = \frac{|ax_P + by_P + cz_P + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}}.$$

Chegaremos ao mesmo resultado supondo $b \neq 0$ ou $c \neq 0$.

Documento compilado em Sunday 13th April, 2025, 18:06, tempo no servidor.

Sugestões, comunicar erros: ”a.vandre.g@gmail.com”.