

Encontrando π como uma série de potências:

Consideremos a função $f(x) = \arctan x$:

$$f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

$f'(x)$ é uma série conhecida: $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n}$, que converge para $|x| < 1$.

Integrando $f'(x)$ afim de obter uma série para $f(x)$:

$$f(x) = \int \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n} dx = \left[\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} \right] + c$$

Como $f(0) = 0$, temos que $c = 0$.

Tomemos agora um valor para x respeitando a limitação de $|x| < 1$ e de tal modo que conheçamos $f(x)$, por exemplo $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ e $f(x) = \frac{\pi}{6}$:

$$\frac{\pi}{6} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \left(\frac{\sqrt{3}}{3} \right)^{2n+1}$$

$$\pi = \sum_{n=0}^{\infty} 6 \cdot \frac{(-1)^n}{2n+1} \left(\frac{\sqrt{3}}{3} \right)^{2n+1}$$

Documento compilado em Thursday 13th March, 2025, 20:21, UTC +0.

Comunicar erro: "a.vandre.g@gmail.com".