Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ contínua em $\mathbb{R}$ tal que $|f(x)| \leq |x^3 + x^2|$, para todo $x \in \mathbb{R}$. A função f é derivável em 0?

Resolução:

Observemos inicialmente que $f(0) = 0$.

$$f'(0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(h) - f(0)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{f(h)}{h}$$

$$-x^3 - x^2 \leq f(x) \leq x^3 + x^2 \overset{x \geq 0}{\Rightarrow} -x^2 - x \leq \frac{f(x)}{x} \leq x^2 + x$$

$$-x^3 - x^2 \leq f(x) \leq x^3 + x^2 \overset{x \leq 0}{\Rightarrow} -x^2 - x \geq \frac{f(x)}{x} \geq x^2 + x$$

Logo, pelo teorema do confronto, $f'(0)$ existe e é igual a 0.

Documento compilado em Wednesday 12$^{\text{th}}$ March, 2025, 22:42, tempo no servidor.

Última versão do documento (podem haver correções e/ou aprimoramentos): "bit.ly/mathematicalramblings_public".

Comunicar erro: "a.vandre.g@gmail.com".