

Equivalência de condições para a validação de um subespaço vetorial.

Um conjunto W é subespaço de V se e somente se W é não vazio, é fechado com relação à soma, e é fechado com relação à multiplicação por escalar. (I)

Mostrar que, para que W seja subespaço de V , basta mostrar que $O \in W$ e $kw + k'w' \in W$, k e k' escalares. (II)

Sejam $w, w', w'', w''' \in W$ e k e k' escalares.

Mostremos que (I) \Rightarrow (II).

Se W é não vazio e é fechado com relação à soma e à multiplicação por escalar:

$$-w \in W, w - w = O \in W$$

$$w + w' \in W \Rightarrow kw'' + kw''' \in W$$

Mostremos agora que (II) \Rightarrow (I).

$$O \in W \Rightarrow W \neq \emptyset$$

$$kw + k'w' \in W.$$

$$\text{Tomemos } k = k' = 1: w + w' \in W.$$

$$\text{Tomemos } k' = 0: kw \in W.$$

Quod Erat Demonstrandum.

Documento compilado em Thursday 13th March, 2025, 20:24, tempo no servidor.

Sugestões, comunicar erros: "a.vandre.g@gmail.com".

Licença de uso:



Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual (CC BY-NC-SA).