

Utilizando a definição, mostre que $(\sin x)' = \cos x$.

Demonstração:

$$\begin{aligned}
 (\sin x)' &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sin x)(\cos h) + (\sin h)(\cos x) - \sin x}{h} = \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sin x)(\cos h) - \sin x}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sin h)(\cos x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sin x)[(\cos h) - 1]}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sin h)(\cos x)}{h} = \\
 &= - \lim_{h \rightarrow 0} [(\sin x) \cdot \frac{(\sin \frac{h}{2})}{h/2} \cdot (\sin \frac{h}{2})] + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sin h)(\cos x)}{h} = -(\lim_{h \rightarrow 0} \sin x) \cdot \underbrace{\left(\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sin \frac{h}{2})}{h/2} \right)}_1 \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \sin \frac{h}{2} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sin h)(\cos x)}{h} = \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \underbrace{\frac{\sin h}{h}}_1 \cdot \cos x \\
 \text{Logo } &\boxed{(\sin x)' = \cos x}.
 \end{aligned}$$

Documento compilado em Thursday 13th March, 2025, 21:04, tempo no servidor.

Última versão do documento (podem haver correções e/ou aprimoramentos): "bit.ly/mathematicalramblings_public".

Comunicar erro: "a.vandre.g@gmail.com".