Seja f diferenciável em a, demonstre que $f'(a) = \lim_{h\to 0} \dfrac{f(a+h) - f(a-h)}{2h}$.

Resolução:

Primeiramente demonstrarmos que $f'(a) = \lim_{h\to 0} \dfrac{f(a) - f(a-h)}{h}$:

Tomando $k = -h$, $\lim_{h\to 0} \dfrac{f(a) - f(a-h)}{h} = \lim_{k\to 0} \dfrac{f(a) - f(a+k)}{-k} =$

$= \lim_{k\to 0} \dfrac{f(a+k) - f(a)}{k} = f'(a)$.

Agora a demonstração principal:

$\lim_{h\to 0} \dfrac{f(a+h) - f(a-h)}{2h} =$

$= \lim_{h\to 0} \dfrac{f(a+h) - f(a) + f(a) - f(a-h)}{2h} =$

$= \dfrac{1}{2}(\lim_{h\to 0} \dfrac{f(a+h) - f(a)}{h} + \lim_{h\to 0} \dfrac{f(a) - f(a-h)}{h}) =$

$= \dfrac{2f'(a)}{2} = \boxed{f'(a)}$

Q.E.D.

Documento compilado em Thursday 13th March, 2025, 20:56, tempo no servidor.

Última versão do documento (podem haver correções e/ou aprimoramentos): "bit.ly/mathematicalramblings_public".

Comunicar erro: "a.vandre.g@gmail.com"