Projeto Mathematical Ramblings

mathematicalramblings.blogspot.com

Utilizando a definição, mostre que $(\sin x)' = \cos x$.

Demonstração:

$$(\sin x)' = \lim_{h\to 0}\frac{\sin(x+h)-\sin x}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{(\sin x)(\cos h)+(\sin h)(\cos x)-\sin x}{h} =$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{(\sin x)(\cos h)-\sin x}{h} + \lim_{h\to 0}\frac{(\sin h)(\cos x)}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{(\sin x)[(\cos h)-1]}{h} + \lim_{h\to 0}\frac{(\sin h)(\cos x)}{h} =$$

$$= -\lim_{h\to 0}[(\sin x)\cdot\frac{(\sin\frac{h}{2})}{h/2}\cdot(\sin\frac{h}{2})] + \lim_{h\to 0}\frac{(\sin h)(\cos x)}{h} = \overbrace{-(\lim_{h\to 0}\sin x)\cdot(\underbrace{\lim_{h\to 0}\frac{(\sin\frac{h}{2})}{h/2}}_{1})\cdot(\lim_{h\to 0}\sin\frac{h}{2})}^{0} + \lim_{h\to 0}\frac{(\sin h)(\cos x)}{h} =$$

$$= \underbrace{\lim_{h\to 0}\frac{\sin h}{h}}_{1}\cdot\cos x$$

Logo $\boxed{(\sin x)' = \cos x}$.

Documento compilado em Sunday 28th March, 2021, 18:05, tempo no servidor.

Última versão do documento (podem haver correções e/ou aprimoramentos): ”bit.ly/mathematicalramblings_public”.

Comunicar erro: ”a.vandre.g@gmail.com”.