

## Lugar geométrico simétrico em relação a uma reta.

Seja a reta  $y = mx + n$ .

Se a reta é vertical  $x = a$ , de imediato o ponto simétrico de  $(x_o, y_o)$ ,  $(x_i, y_i)$  é  $(2a - x_o, y_o)$ .

Se a reta é horizontal  $y = n$ , de imediato o ponto simétrico de  $(x_o, y_o)$ ,  $(x_i, y_i)$  é  $(x_o, 2n - y_o)$ .

Se a reta tem coeficiente angular  $m = 1$ ,  $(x_i, y_i) = (y_o - n, x_o + n)$ .

Se a reta tem coeficiente angular  $m = -1$ ,  $(x_i, y_i) = (-y_o + n, -x_o + n)$ .

Se a reta não é vertical, nem horizontal, e se  $|m| \neq 1$ ,  $y = \frac{-1}{m}(x - x_o) + y_o$  é a reta perpendicular passando por  $(x_o, y_o)$ .

A intersecção entre as duas retas é  $\left( \frac{(y_o - n)m}{m^2 + 1}, \frac{(y_o - n)m^2}{m^2 + 1} + n \right)$ , e o ponto simétrico de  $(x_o, y_o)$ ,  $(x_i, y_i)$  com relação à reta é dado por:

$$(x_i, y_i) = \left( \frac{2(y_o - n)m}{m^2 + 1} - x_o, \frac{2(y_o - n)m^2}{m^2 + 1} + 2n - y_o \right).$$

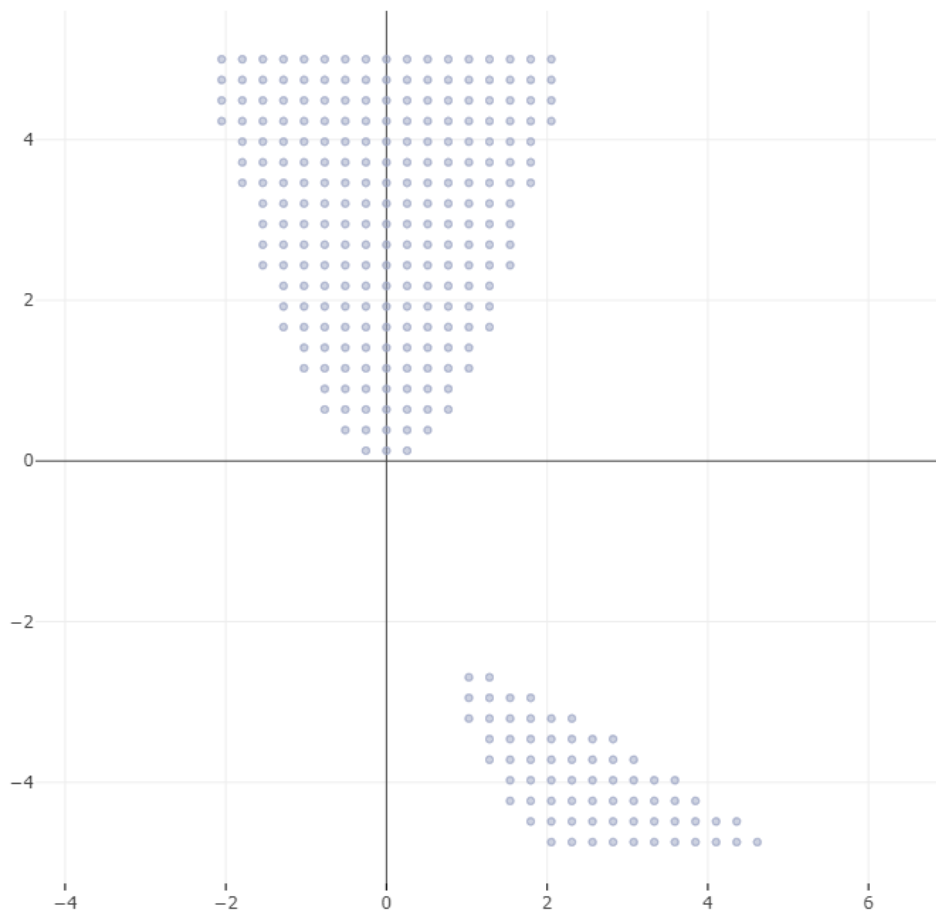
Ou, isolando  $x_o$  e  $y_o$ ,

$$(x_o, y_o) = \left( \frac{\frac{2my_i - 4mn}{m^2 - 1} - (m^2 + 1)x_i - mn}{m^2 + 1}, \frac{y_i - 2n}{m^2 - 1} \right).$$

Exemplo:

Seja a região  $y \geq x^2$ , o lugar geométrico simétrico com relação à reta  $y = \frac{x}{2} - 1$  é

$$\frac{-y - 2}{3/4} \geq \left( \frac{\frac{-y - 2}{3/4} - \frac{5x}{4} + \frac{1}{2}}{5/4} \right)^2.$$



---

Documento compilado em Wednesday 12<sup>th</sup> March, 2025, 23:38, tempo no servidor.

Sugestões, comunicar erros: "a.vandre.g@gmail.com".

Licença de uso:  Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual (CC BY-NC-SA).