

Projeto Mathematical Ramblings

mathematicalramblings.blogspot.com

Seja o espaço vetorial das matrizes 2×2 , mostrar que o subespaço V das matrizes simétricas é 3.

As matrizes 2×2 simétricas são do tipo $\begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix}$.

Notemos que há três variáveis, atribuindo 1 a uma e 0 às demais, teremos

$$E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } E_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

como candidatos à elementos de uma base, para tanto basta mostrar que geram V e são linearmente independentes.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix} = a \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + c \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Portanto geram V . (I)

Determinemos os escalares x , y e z tais que $xE_1 + yE_2 + zE_3 = O$.

Encontraremos $x = y = z = 0$, portanto E_1 , E_2 e E_3 são LI. (II)

Por (I) e (II) teremos que $\dim V = 3$.

Documento compilado em Saturday 2nd November, 2024, 12:35, tempo no servidor.

Última versão do documento (podem haver correções e/ou aprimoramentos):
"bit.ly/mathematicalramblings_public".

Sugestões, comunicar erros: "a.vandre.g@gmail.com".

Licença de uso:



Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual (CC BY-NC-SA).