Seja $f:\ \mathbb{R} \to [a, +\infty[$, contínua e suponha que $\lim_{x\to+\infty} f(x) = L$. Prove que

$\lim_{b\to+\infty} \dfrac{1}{b-a} \displaystyle\int_a^b f(x)\ dx = L$.

Resolução:

Seja F uma primitiva de f.

$\lim_{b\to+\infty} \dfrac{1}{b-a} \displaystyle\int_a^b f(x)\ dx = \lim_{b\to+\infty} \dfrac{F(b)-F(a)}{b-a}$, que chamaremos de Q.

$\lim_{b\to+\infty} \dfrac{F(b)-F(a)}{b-a} = Q$

$\lim_{a\to b} \lim_{b\to+\infty} \dfrac{F(b)-F(a)}{b-a} = \lim_{a\to b} Q$

$\lim_{b\to+\infty} \lim_{a\to b} \dfrac{F(b)-F(a)}{b-a} = Q$

$\lim_{b\to+\infty} f(b) = Q$

$L = Q$

C.Q.D.

Documento compilado em Thursday 13^{th} March, 2025, 20:31, tempo no servidor.

Última versão do documento (podem haver correções e/ou aprimoramentos): "bit.ly/mathematicalramblings_public".

Comunicar erro: "a.vandre.g@gmail.com".