Projeto Mathematical Ramblings

mathematical ramblings. blogspot.com

A velocidade $\mathcal{V}_{\mathcal{A}_{f(x)}^{[v,(a,b)]}}(x)$ de distanciamento (ou de aproximação, caso negativa) de um ponto pertencente à curva de uma função contínua, derivável f(x), que se move a uma velocidade v, a um ponto (a,b) em x é dada por

$$\boxed{ \mathcal{V}_{\mathcal{A}_{f(x)}^{[v,(a,b)]}}(x) = \frac{v\{(x-a) + [f(x)-b]f'(x)\}}{\sqrt{\{(x-a)^2 + [f(x)-b]^2\}\{1 + [f'(x)]^2\}}} }$$

Demonstração:

Seja $D = \sqrt{(x-a)^2 + [f(x)-b]^2}$ a distância de (x, f(x)) a (a, b).

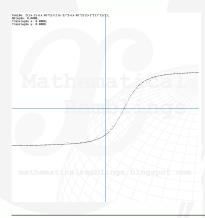
Seja $C = \int_{c}^{x} \sqrt{1 + [f'(k)]^2} dk$, $c \in D_f$ o comprimento da curva f(k) de k = c a x.

$$\frac{dC}{dx} = \sqrt{1 + [f'(x)]^2}
\mathcal{V}_{\mathcal{A}_{f(x)}^{[v,(a,b)]}}(x) = \frac{dD}{dt} = \frac{dD}{dx} \cdot \frac{dx}{dC} \cdot \frac{dC}{dt}
\mathcal{V}_{\mathcal{A}_{f(x)}^{[v,(a,b)]}}(x) = \frac{(x-a) + [f(x) - b]f'(x)}{\sqrt{(x-a)^2 + [f(x) - b]^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + [f'(x)]^2}} \cdot v$$

Exemplo: para f(x) = x, x = 1, (a, b) = (2, 0) e v = 2:

$$\mathcal{V}_{\mathcal{A}_x^{[2,(2,0)]}}(1) = \frac{-1+1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2 = 0$$

Eis o gráfico de $\mathcal{V}_{\mathcal{A}_x}^{[2,(2,0)]}$ por x:



Documento compilado em Thursday $29^{\rm th}$ December, 2022, 13:13, tempo no servidor.

1

Última versão do documento (podem haver correções e/ou aprimoramentos): "bit.ly/mathematicalramblings_public".

Comunicar erro: "a.vandre.g@gmail.com".