

Projeto Mathematical Ramblings

mathematicalramblings.blogspot.com

Sejam U e W subespaços de dimensões finitas de um espaço vetorial V , mostre que $\dim (U + W) = \dim U + \dim W - \dim (U \cap W)$.

Sejam $\{u_1, \dots, u_m\}$ uma base de U e $\{w_1, \dots, w_n\}$ uma base de W , $\{u_1, \dots, u_m, w_1, \dots, w_n\}$ gera $U + W$.

Seja $\{u_{i_1}, \dots, u_{i_p}, w_{j_1}, \dots, w_{j_q}\}$ um subconjunto independente maximal de $U + W$, logo

- $\dim (U + W) = p + q$

e, além disto,

$\{u_{i_{p+1}}, \dots, u_{i_m}, w_{j_{q+1}}, w_{j_n}\}$ é uma base de $U \cap W$, logo

- $\dim (U \cap W) = m - p + n - q$.

Como $p + q = m + n - (m - p + n - q)$, $\boxed{\dim (U + W) = \dim U + \dim W - \dim (U \cap W)}$.

Quod Erat Demonstrandum.

Documento compilado em Monday 16th May, 2022, 19:20, tempo no servidor.

Última versão do documento (podem haver correções e/ou aprimoramentos):
"bit.ly/mathematicalramblings_public".

Sugestões, comunicar erros: "a.vandre.g@gmail.com".

Licença de uso:



Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual (CC BY-NC-SA).