

Obtenha uma estimativa do erro (ou resto) R_n para a n -ésima soma parcial S_n da série convergente $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{1,1}}$ com relação à soma total S .

Resolução:

Não sabemos e não vamos deduzir aqui a expressão para S_n , no entanto, mesmo não conhecendo a fórmula, podemos estimar o erro para um dado n .

Observemos que se trata de uma p -série, em que $p = 1,1 > 1$, logo converge.

Como os termos são não negativos e decrescentes, podemos estimar o erro R_n através da desigualdade:

$$\int_{n+1}^{+\infty} \frac{1}{x^{1,1}} dx \leq R_n \leq \int_n^{+\infty} \frac{1}{x^{1,1}} dx$$

$$\text{Logo } \boxed{\frac{10}{(n+1)^{0,1}} \leq R_n \leq \frac{10}{n^{0,1}}}.$$

Exemplo: para $n = 1000000$, com auxílio de um software ou calculadora, obtemos $S_{1000000} \approx 8,07$ com a margem de erro $\frac{10}{1000000^{0,1}} \approx 2,51$ com relação à soma total.

Documento compilado em Thursday 13th March, 2025, 20:56, UTC +0.

Comunicar erro: "a.vandre.g@gmail.com".