Projeto Mathematical Ramblings

mathematicalramblings.blogspot.com

A velocidade ${\mathcal{V}_\mathcal{A}}_{f(x)}^{[v,(a,b)]}$ de distanciamento (ou de aproximação, caso negativa) de um ponto pertencente à curva de uma função contínua, derivável $f(x)$, que se move a uma velocidade v, a um ponto (a, b) é dada por

$$\boxed{{\mathcal{V}_\mathcal{A}}_{f(x)}^{[v,(a,b)]} = \frac{v\{(x-a) + [f(x)-b]f'(x)\}}{\sqrt{\{(x-a)^2 + [f(x)-b]^2\}\{1+[f'(x)]^2\}}}}.$$

Demonstração:

Seja $D = \sqrt{(x-a)^2 + [f(x)-b]^2}$ a distância de $(x, f(x))$ a (a, b).

Seja $C = \displaystyle\int_c^x \sqrt{1+[f'(k)]^2}\, dk$, $c \in D_f$ o comprimento da curva $f(x)$ de $x = c$ a x.

$$\frac{dC}{dx} = \sqrt{1+[f'(x)]^2}$$

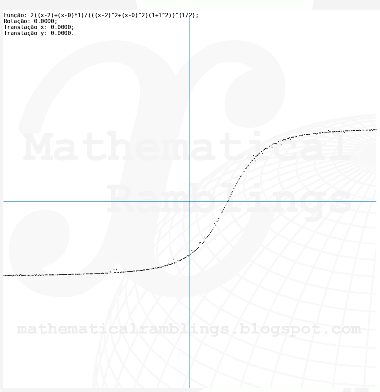
$${\mathcal{V}_\mathcal{A}}_{f(x)}^{[v,(a,b)]} = \frac{dD}{dt} = \frac{dD}{dx} \cdot \frac{dx}{dC} \cdot \frac{dC}{dt}$$

$${\mathcal{V}_\mathcal{A}}_{f(x)}^{[v,(a,b)]} = \frac{(x-a) + [f(x)-b]f'(x)}{\sqrt{(x-a)^2 + [f(x)-b]^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+[f'(x)]^2}} \cdot v$$

Exemplo: para $f(x) = x$, $x = 1$, $(a, b) = (2, 0)$ e $v = 2$:

$${\mathcal{V}_\mathcal{A}}_{x}^{[2,(2,0)]} = \frac{-1+1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2 = 0$$

Eis o gráfico de ${\mathcal{V}_\mathcal{A}}_{x}^{[2,(2,0)]}$ por x:



Documento compilado em Wednesday 21st April, 2021, 08:26, tempo no servidor.

Última versão do documento (podem haver correções e/ou aprimoramentos): "bit.ly/mathematicalramblings_public".

Comunicar erro: "a.vandre.g@gmail.com".