# Projeto Mathematical Ramblings

mathematicalramblings.blogspot.com

Sabe-se que a equação $x^4-6x^3+15x^2-18x+10=0$ admite as raízes complexas $1-i$ e $2+i$. Quais as demais raízes dessa equação?

Resolução:

Seja $P(x) \equiv x^4-6x^3+15x^2-18x+10$.

Dividindo $P(x)$ por $x-(1-i)$, e, em seguida, por $x-(2+i)$, utilizando Briot-Ruffini:

$$\begin{array}{c|ccccc} 1 - i & 1 & -6 & 15 & -18 & 10 \\ 2 + i & 1 & -5 - i & 9 + 4i & -5 - 5i & 0 \\ & 1 & -3 & 3 + i & 0 & \end{array}$$

Logo as raízes procuradas serão as raízes de $x^2-3x+(3+i)$.

$\Delta = 9-12-4i = -3-4i$

Para extrair as raízes quadradas de $-3-4i$ vamos o por em sua forma trigonométrica:

$5(\cos\arccos -\dfrac{3}{5} + i \cdot \sin\arcsin -\dfrac{4}{5})$

Seja $\theta$ o argumento de uma das raízes quadradas, a de menor argumento, (observemos que, se $2\theta$ pertence ao terceiro quadrante (seno negativo e cosseno negativo), $\theta$ será um arco do segundo quadrante):

$-\dfrac{3}{5} = 2\cos^2\theta - 1 \;\Rightarrow\; \cos\theta = -\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

$\sin\theta = \sqrt{1-(-\dfrac{\sqrt{5}}{5})^2} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

Chamando de $R_1$ e $R_2$ as raízes quadradas de $-3-4i$, teremos:

$R_1 = \sqrt{5}(-\dfrac{\sqrt{5}}{5} + i \cdot \dfrac{2\sqrt{5}}{5}) = -1+2i$

$R_2 = 1-2i$

Continuando a resolução de $x^2-3x+(3+i)=0$:

$x' = \dfrac{3-1+2i}{2} = 1+i$

$x'' = \dfrac{3+1-2i}{2} = 2-i$

Logo as raízes procuradas são $\boxed{1+i}$ e $\boxed{2-i}$.

---

Documento compilado em Tuesday 17$^{\text{th}}$ September, 2019, 10:17, UTC +0.

Comunicar erro: "a.vandre.g@gmail.com".