Projeto Mathematical Ramblings

mathematicalramblings.blogspot.com

Distância de um ponto a uma função.

Seja $f:\ I \to \mathbb{R},\ I \subset \mathbb{R}$ e um ponto $P(a,b)$. A distância de P a f, $d_{[f(x),(a,b)]}$ é dada de acordo com o seguinte algoritmo:

Consideremos a função $D(x) = \sqrt{(x-a)^2 + [f(x)-b]^2}$.

Sejam $\alpha_1, \alpha_2, ...$ os pontos de descontinuidade de f; sejam $\beta_1, \beta_2, ...$ os pontos onde D não é diferenciável; e $\gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_i, ...$ reais tais que $D'(\gamma_i) = 0$.

Construamos o conjunto $\mathcal{D} = \{D(\alpha_1), D(\alpha_2), ..., D(\beta_1), D(\beta_2), ..., D(\gamma_1), D(\gamma_2), ...\}$.

$\boxed{d_{[f(x),(a,b)]} = min\ \mathcal{D}}$

Exemplo: $f(x) = \sin x$ e $P(0,2)$:

$$D'(x) = \frac{x + (\sin x)(\cos x) - 2(\cos x)}{\sqrt{x^2 + [(\sin x) - 2]^2}} = 0.$$

$I = \mathbb{R}$ e não há pontos de descontinuidade em f e nem onde D' não exista. Resta assim apenas ter as soluções de $D'(x) = 0$, que é única, utilizando uma calculadora, aproximadamente, 0.83912, e dela calcular $D(0.83912) \approx 1,51$.

Construímos assim $\mathcal{D} = \{\theta\},\ \theta \approx 1,51$.

Logo, $d_{[\sin x,(0,2)]} \approx 1.51$.