Demonstração da irracionalidade de $\sqrt{2}$.

Visando chegar a uma contradição, vamos supor que $\sqrt{2}$ seja racional, ou seja, $\sqrt{2} = \dfrac{p}{q}$, $p, q \in \mathbb{Q}$, $q \neq 0$, $\dfrac{p}{q}$ fração irredutível.

$2 = \dfrac{p^2}{q^2} \;\Rightarrow\; p^2 = 2q^2$ (I)

Por (I), p deve ser par, logo podemos escrever, para um s inteiro, $p = 2s$.

$p = 2s \;\wedge\;$ (I) $\;\Rightarrow\; 4s^2 = 2q^2 \;\Rightarrow\; 2s^2 = q^2 \;\Rightarrow\; q$ é par. (II)

(II) é um absurdo, pois, por hipótese, $\dfrac{p}{q}$ é uma fração irredutível.

Logo, $\sqrt{2}$ é irracional.

Documento compilado em Thursday 13th March, 2025, 20:27, tempo no servidor.

Última versão do documento (podem haver correções e/ou aprimoramentos): ”bit.ly/mathematicalramblings_public”.

Comunicar erro: ”a.vandre.g@gmail.com”.