Projeto Mathematical Ramblings

mathematicalramblings.blogspot.com

Função raiz complexa.

No universo complexo, a raiz enésima de um número pode assumir n valores distintos, logo, em alguns problemas, é conveniente especificar qual delas se deseja, tendo assim uma função.

Definamos $(\sqrt[n]{z})_j$ como a $(j+1)$-ésima raiz, definida da seguinte forma:

Se $z = \rho[\cos(\theta_0 + 2k\pi) + i\sin(\theta_0 + 2k\pi)]$, $k \in \mathbb{Z}$,

$(\sqrt[n]{z})_j = \sqrt[n]{\rho}[\cos(\dfrac{\theta_0}{n} + \dfrac{2j\pi}{n}) + i\sin(\dfrac{\theta_0}{n} + \dfrac{2j\pi}{n})]$, $j \in \mathbb{Z}$, $0 \leq j < n$.

Exemplo:

Encontrar $(\sqrt{4})_1$.

Resolução:

$\sqrt{4} = 2(\cos k\pi + i\sin k\pi)$, $k = 0 \ \vee \ k = 1 \Rightarrow \underbrace{\sqrt{4} = 2}_{k=0} \ \vee \ \underbrace{\sqrt{4} = -2}_{k=1}$

Logo $(\sqrt{4})_1 = -2$.

Documento compilado em Saturday 24$^{\text{th}}$ April, 2021, 21:40, tempo no servidor.

Última versão do documento (podem haver correções e/ou aprimoramentos): "bit.ly/mathematicalramblings_public".

Comunicar erro: "a.vandre.g@gmail.com".