A velocidade $\mathcal{V}_{\mathcal{A}_{f(x)}}^{[v,(a,b)]}(x)$ de distanciamento (ou de aproximação, caso negativa) de um ponto pertencente à curva de uma função contínua, derivável $f(x)$, que se move a uma velocidade v, a um ponto (a,b) em x é dada por

$$\boxed{\mathcal{V}_{\mathcal{A}_{f(x)}}^{[v,(a,b)]}(x) = \frac{v\{(x-a)+[f(x)-b]f'(x)\}}{\sqrt{\{(x-a)^2+[f(x)-b]^2\}\{1+[f'(x)]^2\}}}}.$$

Demonstração:

Seja $D = \sqrt{(x-a)^2+[f(x)-b]^2}$ a distância de $(x, f(x))$ a (a,b).

Seja $C = \displaystyle\int_c^x \sqrt{1+[f'(k)]^2}\, dk$, $c \in D_f$ o comprimento da curva $f(k)$ de $k = c$ a x.

$$\frac{dC}{dx} = \sqrt{1+[f'(x)]^2}$$

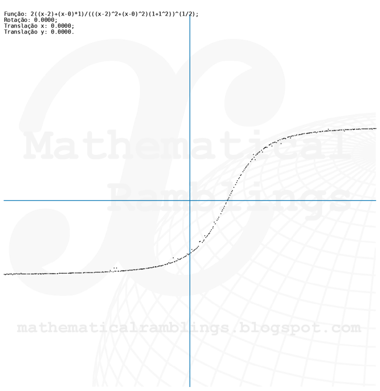
$$\mathcal{V}_{\mathcal{A}_{f(x)}}^{[v,(a,b)]}(x) = \frac{dD}{dt} = \frac{dD}{dx} \cdot \frac{dx}{dC} \cdot \frac{dC}{dt}$$

$$\mathcal{V}_{\mathcal{A}_{f(x)}}^{[v,(a,b)]}(x) = \frac{(x-a)+[f(x)-b]f'(x)}{\sqrt{(x-a)^2+[f(x)-b]^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+[f'(x)]^2}} \cdot v$$

Exemplo: para $f(x) = x$, $x = 1$, $(a,b) = (2,0)$ e $v = 2$:

$$\mathcal{V}_{\mathcal{A}_{x}}^{[2,(2,0)]}(1) = \frac{-1+1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2 = 0$$

Eis o gráfico de $\mathcal{V}_{\mathcal{A}_{x}}^{[2,(2,0)]}$ por x:



Documento compilado em Wednesday 12th March, 2025, 23:39, tempo no servidor.

Comunicar erro: "a.vandre.g@gmail.com".