

Seja  $\langle f, g \rangle = \int_{-\pi}^{\pi} f(x)g(x) dx$ .

Mostre que  $\sin nx$  é ortogonal a  $\cos mx$ ,  $m, n \in \mathbb{Z}$ .

Resolução:

$$P = \langle \sin nx, \cos mx \rangle = \frac{1}{2} \left[ \underbrace{\int_{-\pi}^{\pi} \sin(n+m)x dx}_{\alpha} + \underbrace{\int_{-\pi}^{\pi} \sin(n-m)x dx}_{\beta} \right]$$

Se  $n = -m$ ,

$$P = \frac{\cancel{\alpha} + \overset{0}{\beta}}{2} = \underbrace{\left[ -\frac{\cos(n-m)x}{2(n-m)} \right]_{-\pi}^{\pi}}_{\gamma} = 0.$$

Se  $n = m$ ,

$$P = \frac{\alpha + \cancel{\beta}^0}{2} = \underbrace{\left[ -\frac{\cos(n+m)x}{2(n+m)} \right]_{-\pi}^{\pi}}_{\theta} = 0.$$

Se  $n \neq |m|$ ,

$$P = \gamma + \theta = 0.$$

C.Q.D.

---

Documento compilado em Thursday 13<sup>th</sup> March, 2025, 20:27, tempo no servidor.

Sugestões, comunicar erros: "a.vandre.g@gmail.com".

Licença de uso:    Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual (CC BY-NC-SA).