A velocidade ${\mathcal{V}_\mathcal{A}}_{f(x)}^{[v,(a,b)]}(x)$ de distanciamento (ou de aproximação, caso negativa) de um ponto pertencente à curva de uma função contínua, derivável $f(x)$, que se move a uma velocidade v, a um ponto (a,b) em x é dada por

$$\boxed{{\mathcal{V}_\mathcal{A}}_{f(x)}^{[v,(a,b)]}(x)=\frac{v\{(x-a)+[f(x)-b]f'(x)\}}{\sqrt{\{(x-a)^2+[f(x)-b]^2\}\{1+[f'(x)]^2\}}}}.$$

Demonstração:

Seja $D=\sqrt{(x-a)^2+[f(x)-b]^2}$ a distância de $(x,f(x))$ a (a,b).

Seja $C=\displaystyle\int_c^x \sqrt{1+[f'(k)]^2}\,dk$, $c\in D_f$ o comprimento da curva $f(k)$ de $k=c$ a x.

$$\frac{dC}{dx}=\sqrt{1+[f'(x)]^2}$$

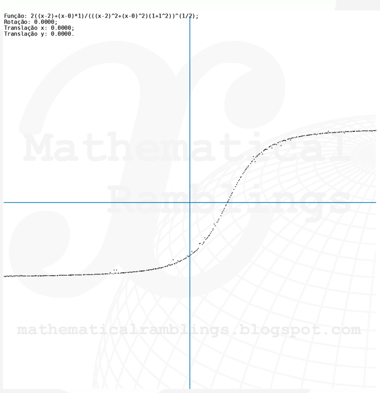
$${\mathcal{V}_\mathcal{A}}_{f(x)}^{[v,(a,b)]}(x)=\frac{dD}{dt}=\frac{dD}{dx}\cdot\frac{dx}{dC}\cdot\frac{dC}{dt}$$

$${\mathcal{V}_\mathcal{A}}_{f(x)}^{[v,(a,b)]}(x)=\frac{(x-a)+[f(x)-b]f'(x)}{\sqrt{(x-a)^2+[f(x)-b]^2}}\cdot\frac{1}{\sqrt{1+[f'(x)]^2}}\cdot v$$

Exemplo: para $f(x)=x$, $x=1$, $(a,b)=(2,0)$ e $v=2$:

$${\mathcal{V}_\mathcal{A}}_{x}^{[2,(2,0)]}(1)=\frac{-1+1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot 2=0$$

Eis o gráfico de ${\mathcal{V}_\mathcal{A}}_{x}^{[2,(2,0)]}$ por x:



Documento compilado em Thursday 13th March, 2025, 20:52, tempo no servidor.

Comunicar erro: "a.vandre.g@gmail.com".