

Projeto Mathematical Ramblings

mathematicalramblings.blogspot.com

Demonstração do primeiro limite fundamental, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.



No ciclo trigonométrico, seja A_1 a área do triângulo $\triangle AFE$, A_2 a área do setor circular CAE , A_3 a área do triângulo $\triangle ACB$, e $x = m(\widehat{CAE})$

$$A_1 \leq A_2 \leq A_3 \Rightarrow \frac{(\sin x)(\cos x)}{2} \leq \frac{x}{2} \leq \frac{\tan x}{2} \quad x \neq 0$$

$$\stackrel{x \neq 0}{\Rightarrow} \cos x \leq \frac{x}{\sin x} \leq \sec x \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \cos x \leq \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \leq \lim_{x \rightarrow 0} \sec x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 \leq \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \leq 1$$

Pelo teorema do confronto, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1$.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\frac{x}{\sin x}} = \frac{\lim_{x \rightarrow 0} 1}{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x}}$$

$$\text{Logo, } \boxed{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1}.$$

Documento compilado em Wednesday 24th March, 2021, 12:21, tempo no servidor.

Última versão do documento (podem haver correções e/ou aprimoramentos): "bit.ly/mathematicalramblings_public".

Comunicar erro: "a.vandre.g@gmail.com".