Seja $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função duas vezes continuamente diferenciável, isto é, f, f' e f'' são contínuas. Determine o valor de $f(0)$ sabendo que $f(\pi) = 2$ e que

$$\int_0^{\pi} (f(x) + f''(x)) \sin x \ dx \ = \ 5.$$

Resolução:

Seja $I = \displaystyle\int (f(x) + f''(x)) \sin x \ dx$

$$I = \int f(x) \cdot \sin x \ dx \ + \ \int f''(x) \cdot \sin x \ dx \ =$$

$$= -f(x) \cdot \cos x + \cancel{\int f'(x) \cdot \cos x \ dx} \ + \ f'(x) \cdot \sin x - \cancel{\int f'(x) \cdot \cos x \ dx} \ = -f(x) \cdot \cos x + f'(x) \cdot \sin x \ + c$$

Logo $\displaystyle\int_0^{\pi} (f(x) + f''(x)) \sin x \ dx \ = \ (-f(x) \cdot \cos x + f'(x) \cdot \sin x) \ |_0^{\pi} \ = \ 2 + f(0).$

$$\int_0^{\pi} (f(x) + f''(x)) \sin x \ dx \ = \ 5 \ \Rightarrow \ 2 + f(0) = 5 \ \Rightarrow \boxed{\text{f}(0) = 3}$$

Documento compilado em Thursday 13th March, 2025, 20:29, tempo no servidor.

Última versão do documento (podem haver correções e/ou aprimoramentos): "bit.ly/mathematicalramblings_public".

Comunicar erro: "a.vandre.g@gmail.com".