Sejam os vetores $A_1,...,A_r$ no \mathbb{R}^n , não nulos perpendiculares entre si. Mostrar que são linearmente independentes.

Resolução:

Devemos mostrar que

$$\underbrace{\sum_{i=1}^{r} a_i A_i = 0}_{\text{(I)}} \Rightarrow a_k = 0, \ 1 \le k \le r.$$

Se os vetores são perpendiculares entre si, $\langle A_p, A_q \rangle = 0, \ p \neq q, \ 1 \leq p, q \leq r.$ (II)

$$(\mathrm{I}) \ \Rightarrow \ \left\langle \sum_{i=1}^r a_i A_i, \sum_{i=1}^r a_i A_i \right\rangle = 0 \ \stackrel{(\mathrm{II})}{\Rightarrow} \ \sum_{i=1}^r a_i^2 \underbrace{\langle A_i, A_i \rangle}_{\neq 0} = 0 \ \Rightarrow \ a_k = 0, \ 1 \leq k \leq r$$

Quod Erat Demonstrandum.

Documento compilado em Thursday 13th March, 2025, 00:27, tempo no servidor.

Sugestões, comunicar erros: "a.vandre.g@gmail.com".