Desigualdade de Schwarz.

$\langle A, B\rangle^2 \leq \langle B, B\rangle\langle A, A\rangle$

Demonstração:

Seja $x = B \cdot B$ e $y = -A \cdot B$

$0 \leq (xA + yB) \cdot (xA + yB) \ \Rightarrow\ 0 \leq x^2(A \cdot A) + 2xy(A \cdot B) + y^2(B \cdot B)$

Substituindo x e y:

$0 \leq (B \cdot B)^2(A \cdot A) - 2(B \cdot B)(A \cdot B)^2 + (A \cdot B)^2(B \cdot B)$.

Se $B = 0$, a desigualdade é imeditada. Se $B \neq 0$, $\langle B, B\rangle > 0$; logo podemos dividir ambos os membros por $\langle B, B\rangle$. Teremos:

$0 \leq \langle B, B\rangle\langle A, A\rangle - \langle A, B\rangle^2$

C.Q.D.

Documento compilado em Wednesday 12^{th} March, 2025, 22:11, tempo no servidor.

Sugestões, comunicar erros: ”a.vandre.g@gmail.com”.