Projeto Mathematical Ramblings

mathematical ramblings. blogspot.com

Lugar geométrico simétrico em relação a uma reta.

Seja a reta y = mx + n.

Se a reta é vertical x = a, de imediato o ponto simétrico de (x_o, y_o) , (x_i, y_i) é $(2a - x_o, y_o)$.

Se a reta é horizontal y = n, de imediato o ponto simétrico de (x_o, y_o) , (x_i, y_i) é $(x_o, 2n - y_o)$.

Se a reta tem coeficiente angular m = 1, $(x_i, y_i) = (y_o - n, x_o + n)$.

Se a reta tem coeficiente angular m = -1, $(x_i, y_i) = (-y_o + n, -x_o + n)$.

Se a reta não é vertical, nem horizontal, e se $|m| \neq 1$, $y = \frac{-1}{m}(x - x_o) + y_o$ é a reta perpendicular passando por (x_o, y_o) .

A intersecção entre as duas retas é $\left(\frac{(y_o-n)m}{m^2+1}, \frac{(y_o-n)m^2}{m^2+1}+n\right)$, e o ponto simétrico de (x_o,y_o) , (x_i,y_i) com relação à reta é dado por:

$$(x_i, y_i) = \left(\frac{2(y_o - n)m}{m^2 + 1} - x_o, \frac{2(y_o - n)m^2}{m^2 + 1} + 2n - y_o\right).$$

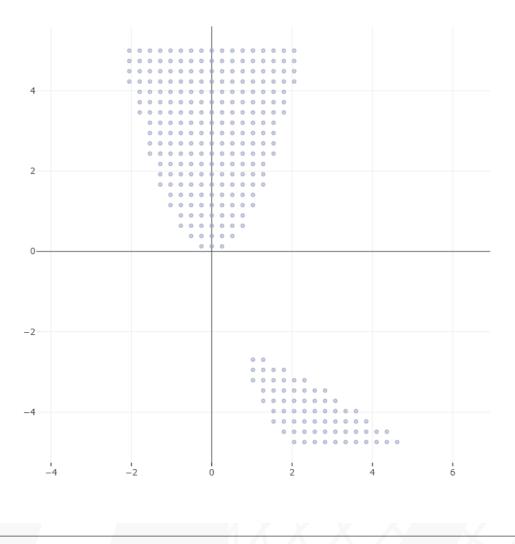
Ou, isolando x_o e y_o ,

$$(x_o, y_o) = \left(\frac{\frac{2my_i - 4mn}{m^2 - 1} - (m^2 + 1)x_i - mn}{m^2 + 1}, \frac{y_i - 2n}{m^2 - 1}\right)$$

Exemplo:

Seja a região $y \ge x^2$, o lugar geométrico simétrico com relação à reta $y = \frac{x}{2} - 1$ é

$$\frac{-y-2}{3/4} \ge \left(\frac{\frac{-y-2}{3/4} - \frac{5x}{4} + \frac{1}{2}}{5/4}\right)^2.$$



Documento compilado em Saturday $20^{\rm th}$ November, 2021, 18:12, tempo no servidor.

Última versão do documento (podem haver correções e/ou aprimoramentos): "bit.ly/mathematicalramblings_public".

 $Sugest\~oes,\ comunicar\ erros:\ "a.vandre.g@gmail.com".$

Licença de uso: \bigoplus_{sv} \bigoplus_{nc} \bigoplus_{sv} \bigoplus_{nc} Atribuição-Não Comercial-Compartilha Igual (CC BY-NC-SA).