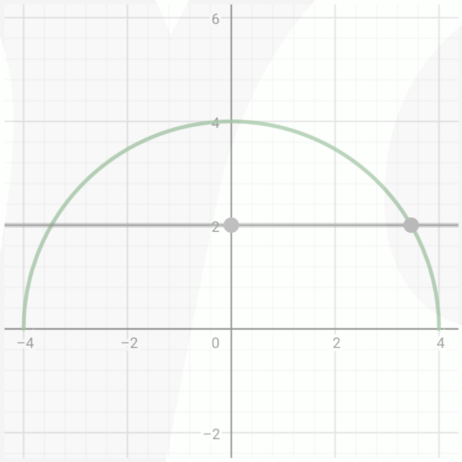
Projeto Mathematical Ramblings

mathematicalramblings.blogspot.com

Determine as duas áreas compreendidas entre a semicircunferência, a reta, e o eixo das abscissas.



Observemos inicialmente que as intersecções entre a semicircunferência e a reta são $(-2\sqrt{3},\ 2)$ e $(2\sqrt{3},\ 2)$.

Calculemos a área superior A_1.

$A_1 \ = \ \int_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}} (\sqrt{16 - x^2} - 2) dx$

Seja $x = 4\sin\theta$ para $\theta \in [-\frac{\pi}{2},\ \frac{\pi}{2}]$, $dx = 4\cos\theta\ d\theta$.

$A_1 \ = \ \int_{-\pi/3}^{\pi/3} 16(\cos\theta)^2 d\theta - \int_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}} 2\ dx \ =$

$= \ 16\int_{-\pi/3}^{\pi/3} \frac{(\cos 2\theta) + 1}{2} d\theta - \int_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}} 2\ dx \ =$

$= \ 16\int_{-\pi/3}^{\pi/3} \frac{(\cos 2\theta)}{2} d\theta + \int_{-\pi/3}^{\pi/3} 8\ d\theta - \int_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}} 2\ dx \ =$

$= 4\sqrt{3} + \frac{16\pi}{3} - 8\sqrt{3} \ \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{A_1 \ = \ \frac{16\pi}{3} - 4\sqrt{3}}$

A área de baixo, A_2, será $8\pi - A_1$.

$\boxed{A_2 \ = \ \frac{8\pi}{3} + 4\sqrt{3}}$

Documento compilado em Tuesday 16th March, 2021, 13:37, tempo no servidor.

Última versão do documento (podem haver correções e/ou aprimoramentos): "bit.ly/mathematicalramblings_public".

Comunicar erro: "a.vandre.g@gmail.com".