Seja V o espaço vetorial de dimensão infinita gerado por $\{\sin \alpha x \ : \ \alpha \in \mathbb{Z}\}$ e $\langle f, g\rangle = \displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} f(x)g(x)\ dx$, mostre que $\sin mx$ e $\sin nx$, com $m, n \in \mathbb{Z},\ m \neq n$ são linearmente independentes.

Resolução:

Basta mostrar que $\sin mx$ e $\sin nx$, com $m, n \in \mathbb{Z},\ m \neq n$ são perpendiculares.

De fato, $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} (\sin mx)(\sin nx)\ dx \ = \ \frac{1}{2}\int_{-\pi}^{\pi} \cos(m-n)x - \cos(m+n)x\ dx \ = \ 0.$

Quod Erat Demonstrandum.

Documento compilado em Thursday 13th March, 2025, 21:03, tempo no servidor.

Sugestões, comunicar erros: "a.vandre.g@gmail.com".