Projeto Mathematical Ramblings

mathematicalramblings.blogspot.com

Demonstração da regra da cadeia.

Sejam f e g funções diferenciáreis,

$$f'(u) = \lim_{\Delta u \to 0} \frac{f(u+\Delta u) - f(u)}{\Delta u} = \lim_{\Delta u \to 0} \frac{\Delta f(u)}{\Delta u};$$

$$g'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta g(x)}{\Delta x}.$$

Observemos que $\Delta g(x) \to 0 \ \Leftrightarrow \ \Delta x \to 0$.

$$(f \circ g)'(x) = \lim_{\Delta g(x) \to 0} \frac{\Delta (f \circ g)(x)}{\Delta g(x)} = \lim_{\Delta g(x) \to 0} \left[\frac{\Delta (f \circ g)(x)}{\Delta x} \cdot \frac{\Delta g(x)}{\Delta g(x)} \right] =$$

$$= \lim_{\Delta g(x) \to 0} \frac{\Delta (f \circ g)(x)}{\Delta g(x)} \cdot \lim_{\Delta g(x) \to 0} \frac{\Delta g(x)}{\Delta x} = f'[g(x)] \cdot g'(x)$$

Quod Erat Demonstrandum.

Documento compilado em Monday 4th July, 2022, 11:01, tempo no servidor.

Última versão do documento (podem haver correções e/ou aprimoramentos): "bit.ly/mathematicalramblings_public".

Sugestões, comunicar erros: "a.vandre.g@gmail.com".