

Seja V o espaço vetorial de dimensão infinita gerado por $\{\sin \alpha x : \alpha \in \mathbb{Z}\}$ e $\langle f, g \rangle = \int_{-\pi}^{\pi} f(x)g(x) dx$, mostre que $\sin mx$ e $\sin nx$, com $m, n \in \mathbb{Z}$, $m \neq n$ são linearmente independentes.

Resolução:


Basta mostrar que $\sin mx$ e $\sin nx$, com $m, n \in \mathbb{Z}$, $m \neq n$ são perpendiculares.

$$\text{De fato, } \int_{-\pi}^{\pi} (\sin mx)(\sin nx) dx = \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \cos(m-n)x - \cos(m+n)x dx = 0.$$

Quod Erat Demonstrandum.

Documento compilado em Thursday 13th March, 2025, 09:41, tempo no servidor.

Sugestões, comunicar erros: "a.vandre.g@gmail.com".

Licença de uso:  Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual (CC BY-NC-SA).