Seja $f:\ \mathbb{R}\ \to\ \mathbb{R}$ contínua em $\mathbb{R}$ tal que $|f(x)|\leq|x^3+x^2|$, para todo $x\in\mathbb{R}$. A função f é derivável em 0?

Resolução:

Observemos inicialmente que $f(0)=0$.

$f'(0)\ =\ \lim_{h\to 0}\dfrac{f(h)-f(0)}{h}\ =\ \lim_{h\to 0}\dfrac{f(h)}{h}$

$-x^3-x^2\leq f(x)\leq x^3+x^2\ \overset{x\geq 0}{\Rightarrow}\ -x^2-x\leq\dfrac{f(x)}{x}\leq x^2+x$

$-x^3-x^2\leq f(x)\leq x^3+x^2\ \overset{x\leq 0}{\Rightarrow}\ -x^2-x\geq\dfrac{f(x)}{x}\geq x^2+x$

Logo, pelo teorema do confronto, $f'(0)$ existe e é igual a 0.

Documento compilado em Thursday 13$^{\text{th}}$ March, 2025, 20:38, tempo no servidor.

Última versão do documento (podem haver correções e/ou aprimoramentos): "bit.ly/mathematicalramblings_public".

Comunicar erro: "a.vandre.g@gmail.com".