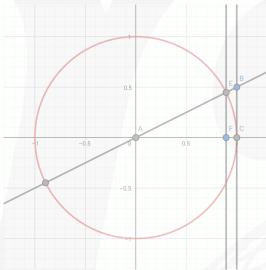
Projeto Mathematical Ramblings

mathematicalramblings.blogspot.com

Demonstração do primeiro limite fundamental, $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.



No ciclo trigonométrico, seja A_1 a área do triângulo $\Delta AFE,\,A_2$ a área do setor circular $CAE,\,A_3$ a área do triângulo $\Delta ACB,\,$ e $x=m(C\hat{A}E)$

$$A_1 \le A_2 \le A_3 \implies \frac{(\sin x)(\cos x)}{2} \le \frac{x}{2} \le \frac{\tan x}{2} \stackrel{x \ne 0}{\Rightarrow}$$

$$\stackrel{x\neq 0}{\Rightarrow} \; \cos x \; \leq \; \frac{x}{\sin x} \; \leq \; \sec x \; \Rightarrow \; \lim_{x\to 0} \cos x \; \leq \; \lim_{x\to 0} \frac{x}{\sin x} \; \leq \; \lim_{x\to 0} \sec x \; \Rightarrow \;$$

$$\Rightarrow 1 \le \lim_{x \to 0} \frac{x}{\sin x} \le 1$$

Pelo teorema do confronto, $\lim_{x\to 0} \frac{x}{\sin x} = 1$.

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{1}{\frac{1}{\sin x}} = \frac{\lim_{x \to 0} 1}{\lim_{x \to 0} \frac{x}{\sin x}}$$

$$Logo, \lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

Documento compilado em Wednesday $24^{\rm th}$ March, $2021,\,12:21,\,$ tempo no servidor.

 $\'ultima vers\~ao do documento (podem haver correç\~oes e/ou aprimoramentos): "bit.ly/mathematicalramblings_public".$

1

Comunicar erro: "a.vandre.g@gmail.com".