Projeto Mathematical Ramblings

mathematical ramblings.blogspot.com

Sejam W_1, \ldots, W_n subespaços, mostre que $L(W_1, \ldots, W_n) = W_1 + \cdots + W_n$.

Definamos $L(W_1, \ldots, W_n) = L(W_1 + \cdots + W_n)$.

Obviamente $W_1 + \cdots + W_n \subset L(W_1, \dots, W_n)$. (I)

Sejam w um elemento de $L(W_1, \ldots, W_n)$, e $a_i, i \in \mathbb{N}_m$ escalares,

$$w = \sum_{i} a_i \sum_{j=1}^{n} w_j = \sum_{j=1}^{n} w_j \sum_{i} a_i, \ w_j \in W_j.$$

Tomando quaisquer a_i 's tais que $\sum_i a_i = 1$, $w = \sum_{j=1}^n w_j$ que é um elemento de $\sum_{j=1}^n W_j$. Logo

$$L(W_1,\ldots,W_n)\subset W_1+\cdots+W_n.$$
 (II)

$$(I) \wedge (II) \Rightarrow L(W_1, \dots, W_n) = W_1 + \dots + W_n$$

Quod Erat Demonstrandum.

Documento compilado em Saturday 12th February, 2022, 18:10, tempo no servidor.

Última versão do documento (podem haver correções e/ou aprimoramentos): "bit.ly/mathematicalramblings_public".

Sugestões, comunicar erros: "a.vandre.g@gmail.com".

Licença de uso: (b) (S) (D) Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual (CC BY-NC-SA).