Soma direta.

Sejam U e W sub-espaços de V, mostre que, se $V = U + W$ e $U \cap W = \{O\}$, então $V = U \oplus W$.

Resolução:

Seja $v \in V$, devemos mostrar que existem únicos $u \in U$ e $w \in W$ tais que $v = u + w$.

Vamos supor que existam $u' \in U$ e $w' \in W$ tais que $v = u' + w'$:

$u + w = u' + w' \ \Rightarrow \ \underbrace{u - u'}_{\in U} = \underbrace{w' - w}_{\in W}.$

Como o único elemento em comum de U e W é O, segue que $u' = u$ e $w' = w$.

Quod Erat Demonstrandum.

Documento compilado em Thursday 13$^{\text{th}}$ March, 2025, 21:05, tempo no servidor.

Sugestões, comunicar erros: ”a.vandre.g@gmail.com”.