Raio de curvatura de Antonio Vandré.

O raio de uma curva $f(x)$ em $x = x_0$ é dado por $\mathcal{RC}_{\mathcal{A}[f(x),x_0]} = \sqrt{\sigma^2 + \left(\dfrac{\sigma}{f'(x_0)}\right)^2}$,

$\sigma = \lim\limits_{x \to x_0} \left\{ x_0 - \dfrac{f'(x)[x_0 + f(x_0)f'(x_0)] - f'(x_0)[x + f(x)f'(x)]}{f'(x) - f'(x_0)} \right\}$.

Demonstração:

Sejam duas retas ortogonais não paralelas a $f(x)$:

$$\begin{cases} y - f(a) = \dfrac{-1}{f'(a)}(x - a) \; \text{(I)} \\ y - f(b) = \dfrac{-1}{f'(b)}(x - b) \end{cases}.$$

Terão interseção em $x = \delta = \dfrac{f'(b)[a + f(a)f'(a)] - f'(a)[b + f(b)f'(b)]}{f'(b) - f'(a)}$.

Calculando a ordenada em (I), substituindo a por x_0, b por x e tomando $\sigma = \lim\limits_{x \to x_0} x - \delta$,

$$\boxed{\mathcal{RC}_{\mathcal{A}[f(x),x_0]} = \sqrt{\sigma^2 + \left(\frac{\sigma}{f'(x_0)}\right)^2}}.$$

Exemplo: $f(x) = x^2$ e $x_0 = 1$:

$\sigma = 5 \;\Rightarrow\; \mathcal{RC}_{\mathcal{A}[x^2,1]} = \dfrac{5\sqrt{5}}{2}$.

Documento compilado em Wednesday 12$^{\text{th}}$ March, 2025, 22:01, tempo no servidor.

Sugestões, comunicar erros: "a.vandre.g@gmail.com".