Aplicaciones de la Eliminación Gaussiana (Matriz inversa)

Materia:
Computación II

Zamora Hernández Antonio

Profesor:
Dr. Ulises Olivares Pinto

26 de febrero de 2021

Descripción de la Práctica

En esta práctica se deberá utilizar la eliminación Gaussiana para calcular la inversa de una matriz. Las aplicaciones del cálculo de la inversa de una matriz son múltiples.

El estudiante deberá modificar el método de la eliminación Gaussiana para calcular la inversa de una matriz.

Además de calcular la inversa de una matriz, se deberá aplicar este método para resolver un problema con una aplicación en el mundo real. Es posible utilizar como base alguna aplicación descrita en las siguientes fuentes:

Introducción

En mi caso, opté por aplicar el programa de inversión de una matriz nxn a la resolución de sistemas matriciales del siguiente tipo:

$$AX = \mu A + \lambda B$$

Donde A y B son matrices de dimensiones nxn y las constantes μ y λ son conocidas. Siendo el objetivo principal del programa, obtener el valor de la matriz X. Para esto, habrá que realizar la operación $\mu A + \lambda B$, la cuál será asignada a una nueva matriz C. De tal forma que obtenemos.

$$AX = C$$

Posteriormente, solo falta realizar multiplicar ambos lados por la inversa de la matriz A (la cual es obtenida por método Gauss Jordan), recordando las identidades:

$$A^{-1}A = I$$

$$IX = X$$

Finalmente obtenemos la matriz X de la siguiente forma:

$$A^{-1}AX = A^{-1}C$$
$$X = A^{-1}C$$

Ejemplo

Tomamos la ecuación matricial de tipo $AX = \mu A + \lambda B$, donde los valores conocidos serán los siguientes:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mu = 2$$

$$\lambda = -1$$

De tal forma que la ecuación a resolver es:

$$AX = \mu A + \lambda B$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} X = 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

Solucionando el lado derecho, obtenemos que $2A - B$ es:

$$2A - B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Por lo que:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Ambos lados se multiplican por la inversa de la Matriz A, obteniendo el resultado de la matriz X:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

(El mismo programa calcula esta inversa mediante eliminación GJ)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Resultando X en la siguiente matriz 2x2:

$$X = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$$

Implementación del Ejemplo en el Programa

```
   ¿Qué desea hacer?
1. Encontrar Incógnitas por GJ
2. Buscar la Matriz Inversa por GJ
3. Encontrar la Matriz X en una ecuación lineal de tipo:
   AX= kA+ lB
Ingrese el número de la opción a escoger: 3
Ingrese el tamaño de sus Matrices nxn: 2
Llene su matriz A:
M[0][0]= 1
M[0][1]= 0
M[1][0]= -1
M[1][1]= 1
Llene su matriz B:
M[0][0]= -1
M[0][1]= 2
M[1][0]= -3
M[1][1]= 1
Ingrese el valor de k:2
Ingrese el valor de l:-1
El Valor de la Matriz X es:
 [[ 3. -2.]
 [ 4. -1.]]
```

Conclusiones

Se pudo realizar la inversa de una matriz mediante eliminacion de Gauss Jordan en el lenguaje Python correctamente, enfocando el programa escrito hacia una orientación a objetos. Posteriormente se pudo implementar el cálculo de la inversa de una matriz en la resolución de ecuaciones matriciales lineales. Además de lo ya mencionado, la funcionalidad del programa nos permita resolver sistemas de ecuaciones de n incógnitas, al igual que buscar la inversa de una matriz nxn

Bibliografía de Apoyo:

- Greenberg, B. G., Sarhan, A. E. (1959). Matrix inversion, its interest and application in analysis of data. Journal of the American Statistical Association, 54(288), 755-766.

- Aitchison, P. W. (1982). Generalized inverse matrices and their applications. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 13(1), 99-109.