Autor: Antoni Perużyński

Metody numeryczne (Matematyka)

Projekt 7

Aproksymacja średniokwadratowa dyskretna

Napisać procedurę realizującą algorytm aproksymacji średniokwadratowej dyskretnej. Działanie procedury przetestować na przykładzie z wykładu.

a) Aproksymować punkty $(x_i,\ \cos x_i)$ dla $x_i = -6, -5, \ldots, 5, 6$, wielomianem stopnia czwartego. Jako funkcję wagową raz przyjąć funkcję $w(x) = 1$, natomiast drugi raz funkcję

$$w(x) = \begin{cases} 10 & \text{dla } |x| \le 2, \\ 10^{-10} & \text{dla } |x| > 2. \end{cases}$$

Wykreślić na wspólnym rysunku otrzymane wielomiany oraz punkty aproksymacji.

b) Zmianę temperatury płynu w zbiorniku ilustruje następująca tabela:

t[s]	0	60	120	180	240	300
T[°C]	100	90	80	72	65	58

Aproksymować temperaturę funkcją postaci $T(t) = a \exp(b\ t)$. Jako funkcję wagową przyjąć $w(t) = 1$. Policzyć temperaturę płynu po 200 s od chwili początkowej.

Rozwiązanie

Program

In[5]:=

```
Clear[Aproksymacja];
Aproksymacja[x_, y_, φ_, M_, W_] := Module[{X = x, Y = y, m = M, w = W, n = Length[x]},
f = Table[0, m];
For[i = 1, i ≤ m, i++,
For[j = 1, j ≤ n, j++,
xj = X[[j]];
f[[i]] = f[[i]] + (w[xj] * Y[[j]] * φ[i - 1][xj]);
];
];

MD = Table[0, {m}, {m}];
For[i = 1, i ≤ m, i++,
For[k = i, k ≤ m, k++,
For[j = 1, j ≤ n, j++,
xj = X[[j]];
MD[[i, k]] = MD[[i, k]] + (w[xj] * φ[k - 1][xj] * φ[i - 1][xj]);
];
 MD[[k, i]] = MD[[i, k]];
];
];
 A = LinearSolve[MD, f];
Return[A]]
```

In[11]:=

```
Clear[φ];
φ[0][x_] := 1;
φ[i_][x_] := x^i;
```

Przykład testowy

In[14]:=

```
X = {0, 1, 2, 3};
Y = {1, -1, 2, 4};
m = 3;
n = Length[X];
w[x_] = 1;
A = Aproksymacja[X, Y, φ, m, w]
F = 0;
For[i = 1, i ≤ m, i++,
F = F + φ[i - 1][x] * A[[i]];
];
F
```

Out[19]=

$$\left\{\frac{7}{10}, -\frac{9}{5}, 1\right\}$$

Out[22]=

$$\frac{7}{10} - \frac{9x}{5} + x^2$$

Zadanie a)

In[7]:=

```
Clear[w1];
```

In[8]:=

```
w1[x_] := 10 /; Abs[x] ≤ 2;
w1[x_] := 10^(-10);
w[x_] := 1;
```

In[23]:=

```
X = Table[i, {i, -6, 6}];
Y = Table[N[Cos[i]], {i, -6, 6}];
m = 5;
For[i = 1, i ≤ Length[X], i++,
xi = X[[i]];
Y[[i]] = Cos[xi] // N
];
A = Aproksymacja[X, Y, φ, m, w]
F = 0;
For[i = 1, i ≤ m, i++,
F = F + φ[i - 1][x] * A[[i]];
];
F
A1 = Aproksymacja[X, Y, φ, m, w1]
F1 = 0;
For[i = 1, i ≤ m, i++,
F1 = F1 + φ[i - 1][x] * A[[i]];
];
F1
Points = ListPlot[Transpose[{X, Y}], PlotStyle → {Red}];
plots = Plot[{F, F1}, {x, -6, 6}];
Show[Points, plots, PlotRange → All]
```

Out[27]=

{0.43536, 0., -0.141988, 0., 0.00453425}

Out[30]=

$0.43536 - 0.141988\, x^2 + 0.00453425\, x^4$

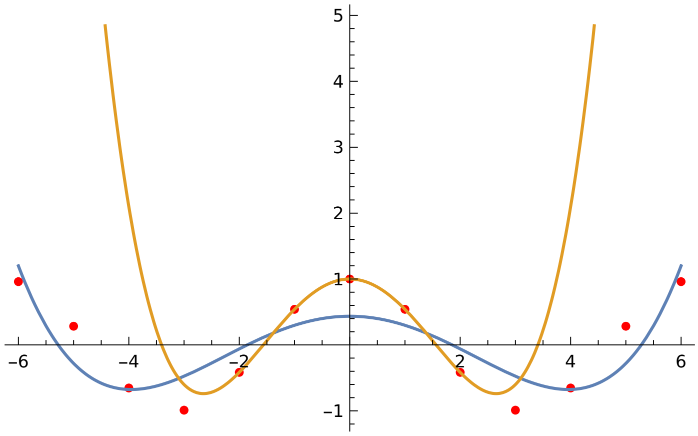
Out[31]=

$\{1.,\ 7.37622 \times 10^{-17},\ -0.494918,\ -2.08034 \times 10^{-17},\ 0.0352202\}$

Out[34]=

$1. + 7.37622 \times 10^{-17}\, x - 0.494918\, x^2 - 2.08034 \times 10^{-17}\, x^3 + 0.0352202\, x^4$

Out[37]=



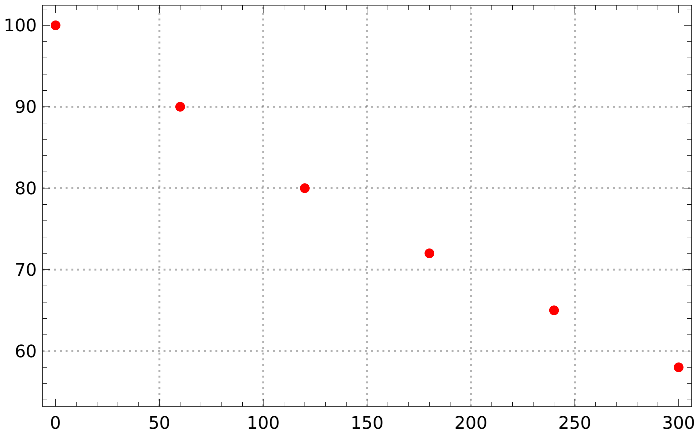
Zadanie b)

In[56]:=

```
t = Table[i, {i, 0, 300, 60}];
T = {100, 90, 80, 72, 65, 58};

p1 = ListPlot[Transpose[{t, T}],
  PlotStyle → {Red, PointSize[0.015]}, PlotTheme → "Detailed"]
w[x_] := 1;
lt = Log[t];
LT = Log[T];
m = 2;
A = Aproksymacja[t, LT, φ, m, w] // N;
F1 = 0;
For[i = 1, i ≤ m, i++,
F1 = F1 + φ[i - 1][x] * A[[i]];
];
F1
c = A[[1]];
b = A[[2]];
a = Exp[c];
fT[x_] := a * Exp[b x];
p2 = Plot[fT[x], {x, 0, 300}]
Show[p1, p2]
fT[200]
```

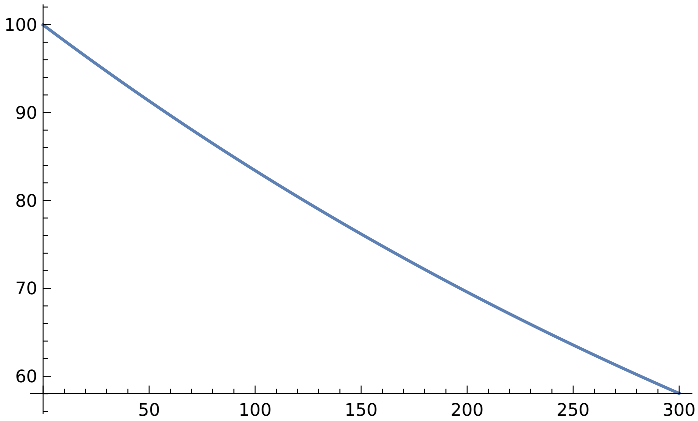
Out[58]=



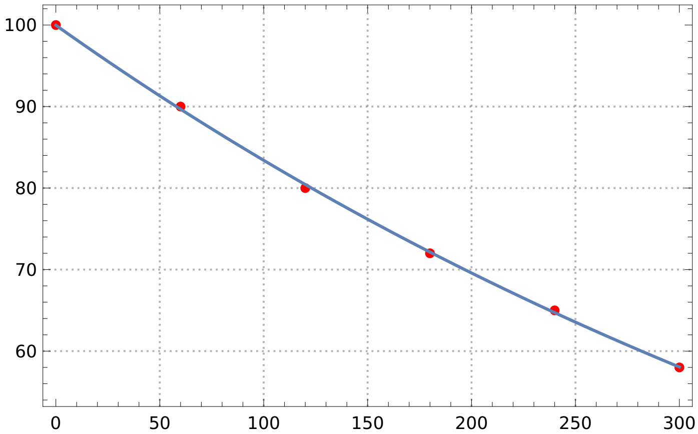
Out[66]=

```
4.60489 - 0.00181203 x
```

Out[71]=



Out[72]=



Out[73]=

69.5804