

Autor: Antoni Perużyński

Metody numeryczne (Matematyka)

Projekt 3

Metoda eliminacji Gaussa

Napisać procedurę realizującą algorytm eliminacji Gaussa (argumenty: a , b). Działanie procedury przetestować na przykładzie z wykładu.

Zadanie 1.

W pewnym układzie elektrycznym rozptyw prądów może być opisany układem równań liniowych postaci:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{5} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Korzystając z eliminacji Gaussa wyznaczyć wartości prądów.

Zadanie 2.

a) Niech $d = 10^{-20}$. Rozwiązać układ równań:

$$a_1 x = b_1,$$

gdzie:

$$a_1 = \begin{pmatrix} d & 1.1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad b_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Sprawdzić poprawność wyniku.

b) Następnie zastosować wybór elementu maksymalnego w kolumnie, czyli rozwiązać układ równań:

$$a_2 x = b_2,$$

gdzie:

$$a_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ d & 1.1 \end{pmatrix}, \quad b_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Sprawdzić poprawność wyniku.

c) Rozwiązać także układ równań:

$$a_3 x = b_3,$$

gdzie:

$$a_3 = \begin{pmatrix} d & \frac{11}{10} \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, b_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Sprawdzić poprawność wyniku.

Rozwiązanie

Program

```
Clear[gauss];

In[490]:=
gauss[ax_, bx_] := Module[{A = ax, B = bx, n = Length[A]},
  For[i = 1, i ≤ n, i++,
    For[j = i + 1, j ≤ n, j++,
      l = (A[[j, i]]/A[[i, i]]);
      B[[j]] = B[[j]] - l * B[[i]];
      A[[j]] = A[[j]] - l * A[[i]];
    ];
  ];

  x = B;
  For[k = n, k ≥ 1, k--,
    For[j = 0, j < n - k, j++,
      x[[k]] = x[[k]] - A[[k, n - j]] * x[[n - j]];

      x[[k]] = x[[k]] / A[[k, k]];
    ];
  Return[x]
```

Przykład testowy

```
In[501]:=
A = {{1, 1, -2, 1}, {1, 2, 3, -4}, {2, 1, -1, -1}, {1, -1, 1, 2}};
B = {1, 2, 1, 3};
x = gauss[A, B]
a.x == b

Out[503]=
{1, 1, 1, 1}

Out[504]=
True
```

Zadanie 1.

In[531]:=

```
a = {{1, 1, 0, 0, 0}, {1, 0, -1, 1, 0}, {0, 1, 0, 1, -1}, {0, 0, 1, 0, 1}, {1, 2, 3, 0, -6}};  
b = {1/5, 0, 0, 1/5, 0};  
x = gauss[a, b]  
a.x == b
```

Out[533]=

$$\left\{ \frac{1}{10}, \frac{1}{10}, \frac{1}{10}, 0, \frac{1}{10} \right\}$$

Out[534]=

True

Zadanie 2.

a)

In[535]:=

```
a = {{10^-20, 1.1}, {1, 1}};  
b = {1, 2};  
x = gauss[a, b]  
a.x == b
```

Out[537]=

$$\{11102.2, 0.909091\}$$

Out[538]=

False

b)

In[551]:=

```
a = {{1, 1}, {10^-20, 1.1}};  
b = {2, 1};  
x = gauss[a, b]  
a.x == b
```

Out[553]=

$$\{1.09091, 0.909091\}$$

Out[554]=

True

c)

In[543]:=

`a = {{10^-20, 10 / 11}, {1, 1}};``b = {1, 2};``x = gauss[a, b]``a.x == b`

Out[545]=

$$\left\{ \frac{900\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000}{999\,999\,999\,999\,999\,999\,989}, \frac{1\,099\,999\,999\,999\,999\,999\,978}{999\,999\,999\,999\,999\,999\,989} \right\}$$

Out[546]=

True