Autor: Antoni Perużyński

Metody numeryczne w technice

(kierunek Matematyka)

Projekt 6

Metoda sum skończonych

Równanie Fredholma II rodzaju

Zadanie

Metodą sum skończonych wyznaczyć rozwiązanie przybliżone równania:

$$y(x) = \frac{7}{8}x - \frac{1}{12} + \frac{1}{4}\int_0^1 (x+t)\,y(t)\,dt$$

Wykorzystać metodę trapezów.

Argument : n

Wyznaczyć rozwiązanie dla $n = 2, 4, 6, 8$.
Wykreślić błędy uzyskanych rozwiązań przybliżonych, gdy wiadomo, że rozwiązaniem dokładnym jest funkcja $y(x) = x$.

Rozwiązanie

In[17]:=

```
finiteSum[number_] := Module[{n = number},
a = 0;
b = 1;
h = (b - a) / n;
tList = Table[a + (j - 1) * h, {j, 1, n + 1}];
aList = {h / 2};
For[i = 2, i ≤ n, i++, AppendTo[aList, h]];
AppendTo[aList, h / 2];
f[x_] := (7 / 8) * x - (1 / 12);
Lambda = 1 / 4;
K[x_, t_] := x + t;

fList = Table[f[tList[[i]]], {i, 1, n + 1}];
B = Table[KroneckerDelta[i, j] - Lambda * aList[[j]] * K[tList[[i]], tList[[j]]],
    {i, 1, n + 1}, {j, 1, n + 1}];
yList = LinearSolve[B, fList];
y[x] = f[x] + Lambda * Sum[aList[[j]] * K[x, tList[[j]]] * yList[[j]], {j, 1, n + 1}];
Return[Simplify[y[x]]]]
```

In[144]:=

```
n = 2;
result2[x_] = finiteSum[n]
```

Out[145]=

$$\frac{1}{570}\left(7 + 572\,x\right)$$

In[62]:=

```
n = 4;
result4[x_] = finiteSum[n]
```

Out[63]=

$$\frac{7 + 2288\,x}{2286}$$

In[64]:=

```
n = 6;
result6[x_] = finiteSum[n]
```

Out[65]=

$$\frac{7 + 5148\,x}{5146}$$

In[66]:=

```
n = 8;
result8[x_] = finiteSum[n]
```

Out[67]=

$$\frac{7 + 9152\,x}{9150}$$

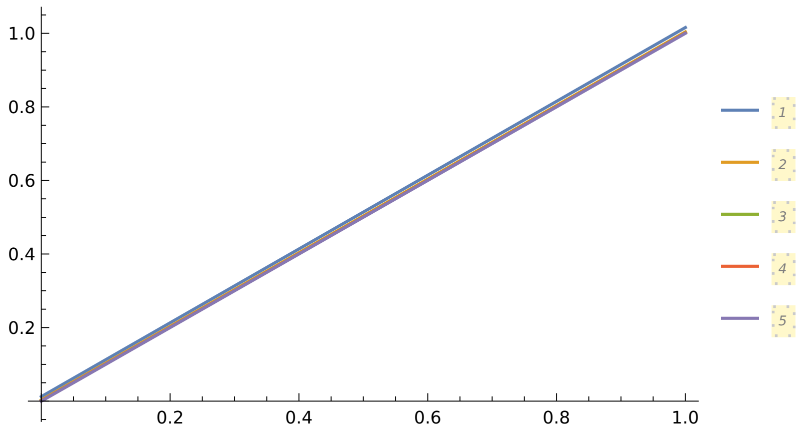
In[112]:=

```
resultacc[x_] = x;
```

In[270]:=

```
xk = 1;
Plot[{result2[x], result4[x], result6[x], result8[x], resultacc[x]},
 {x, 0, xk}, PlotLegends → Automatic]
```

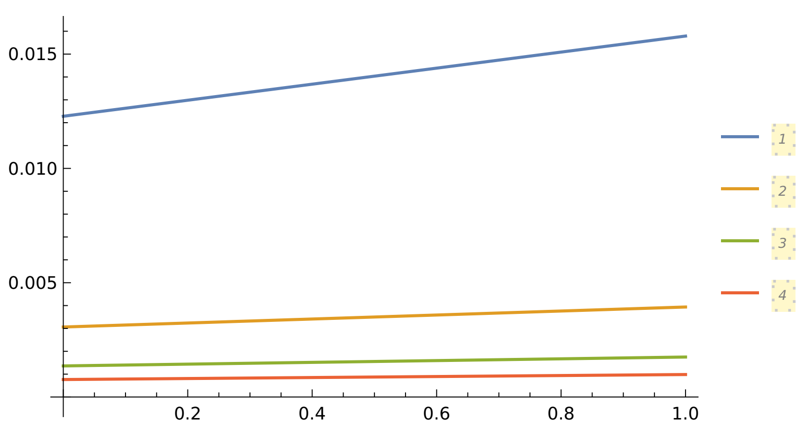
Out[271]=



In[272]:=

```
Plot[{Abs[result2[x] - resultacc[x]], Abs[result4[x] - resultacc[x]],
   Abs[result6[x] - resultacc[x]], Abs[result8[x] - resultacc[x]]},
 {x, 0, xk}, PlotLegends → Automatic]
```

Out[272]=




```
2 + 2
```