

Autor: Antoni Perużyński

Metody numeryczne (Matematyka)

Projekt 5

Interpolacja Lagrange'a

Napisać procedurę realizującą algorytm interpolacji Lagrange'a (argumenty: xw , yw). Działanie procedury przetestować na przykładzie z wykładu.

a) Wyznaczyć wielomian interpolacyjny przechodzący przez punkty (1, 1), (2, 0), (3, 2), (4, 3), (5, 1). Wykonać ilustrację graficzną zadania.

b) Zilustrować zjawisko Rungego interpolując funkcję $f(x) = |x|$ dla $x \in [-1, 1]$. Podzielić przedział na n równych części ($n = 2, 5, 10, 14$) i jako węzły interpolacji wybrać końce podprzedziałów. Zilustrować otrzymane wyniki.

Rozwiązanie

Program

```
In[1]:= Clear[Lagrange]
Lagrange[wx_, wy_] := Module[{fi, W = 0, n = Length[wx]},
  For[i = 1, i ≤ n, i++,
    fi = 1;
    For[k = 1, k < i, k++,
      fi = fi * ((x - wx[[k]]) / (wx[[i]] - wx[[k]])
    ];
    For[k = i + 1, k ≤ n, k++,
      fi = fi * (x - wx[[k]]) / (wx[[i]] - wx[[k]])
    ];
    W = W + wy[[i]] * fi
  ];
  Return[W]
```

Przykład testowy

```
In[51]:= Clear[wx, wy]
wx = {0, 1, 2};
wy = {1, 0, 1};
test = Lagrange[wx, wy];
Simplify[test]

Out[55]= (-1 + x)2
```

Zadanie a)

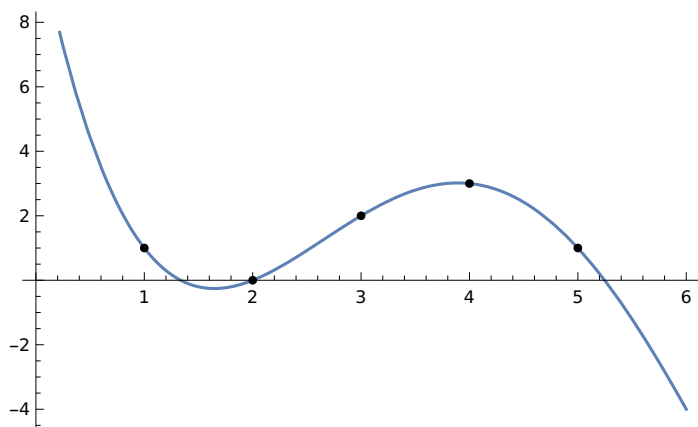
In[95]:=

```
Clear[X, Y]
X = {1, 2, 3, 4, 5};
Y = {1, 0, 2, 3, 1};
Lista = {{1, 1}, {2, 0}, {3, 2}, {4, 3}, {5, 1}};
g = Lagrange[X, Y];
Simplify[g]
p1 = Plot[g, {x, 0, 6}];
p2 = ListPlot[Lista, PlotStyle -> Black];
Show[p1, p2, PlotRange -> All]
```

Out[100]=

$$\frac{1}{12} (132 - 204 x + 101 x^2 - 18 x^3 + x^4)$$

Out[103]=



Zadanie b)

In[152]:=

```
(*Podzial na 2 czesci*)
X2 = Table[i, {i, -1, 1, 1}];
Y2 = Table[Abs[i], {i, -1, 1, 1}];
b2 = Lagrange[X2, Y2];
Simplify[b2]
p2 = Plot[b2, {x, -1, 1}, PlotStyle -> Red]

(*Podzial na 5 czesci *)
X5 = Table[i, {i, -1, 1, 0.4}];
Y5 = Table[Abs[i], {i, -1, 1, 0.4}];
b5 = Lagrange[X5, Y5];
Simplify[b5]
p5 = Plot[b5, {x, -1, 1}, PlotStyle -> Yellow]

(* Podzial na 10 czesci *)
X10 = Table[i, {i, -1, 1, 0.2}];
Y10 = Table[Abs[i], {i, -1, 1, 0.2}];
b10 = Lagrange[X10, Y10];
Simplify[b10]
p10 = Plot[b10, {x, -1, 1}, PlotStyle -> Green]

(*Podzial na 14 czesci*)

X14 = Table[i, {i, -1, 1, 1/7}];
Y14 = Table[Abs[i], {i, -1, 1, 1/7}];
b14 = Lagrange[X14, Y14]; Simplify[b14]
p14 = Plot[b14, {x, -1, 1}, PlotStyle -> Blue]
Show[p2, p5, p10, p14, PlotRange -> All]
```

Out[155]=

x^2

```
In[3]:= Clear[wx, wy]  
wx = {-1, 0, 1, 2};  
wy = {-2, -1, 0, 7};  
test = Lagrange[wx, wy];  
Simplify[test]
```

Out[7]=

$-1 + x^3$