Autor: Antoni Perużyński

Metody numeryczne w technice

(kierunek Matematyka)

Projekt 9

Metoda odchyłek ważonych

Napisać procedurę realizującą metodę odchyłek ważonych dla równania:

$u''(x) - 3u'(x) = 4x, \quad x \in (2, 3),$

z warunkami brzegowymi:

$u(2) = 0,$
$u(3) = 0.$

Przyjąć, że funkcje kształtu będą spełniały zadane warunki brzegowe.

a) Korzystając z napisanej procedury wyznaczyć metodą Galerkina rozwiązanie przybliżone przyjmując jako funkcje kształtu:

$\Phi_1(x) = (x - 2)(x - 3),$
$\Phi_2(x) = x(x - 2)(x - 3).$

Na wspólnym rysunku wykreślić rozwiązanie dokładne oraz uzyskane rozwiązanie przybliżone. Policzyć także normę (w L^2) różnicy pomiędzy rozwiązaniem dokładnym i przybliżonym (wynik podać w postaci ułamka dziesiętnego).

b) Wykonać te same obliczenia dla trzech funkcji kształtu:

$\Phi_1(x) = (x - 2)(x - 3),$
$\Phi_2(x) = x(x - 2)(x - 3),$
$\Phi_3(x) = x^2(x - 2)(x - 3).$

Na wspólnym rysunku wykreślić rozwiązanie dokładne oraz uzyskane rozwiązanie przybliżone. Policzyć także normę (w L^2) różnicy pomiędzy rozwiązaniem dokładnym i przybliżonym (wynik podać w postaci ułamka dziesiętnego).

Rozwiązanie

```
MOW[phi_, a_, b_, ua_, ub_, m_] := Module[{p1, p2, p3},
p = {p1, p2, p3};
T[x] = Sum[p[[i]] * phi[i][x], {i, 1, m}];
R0[x] = D[T[x], {x, 2}] - 3 * D[T[x], {x, 1}] - 4 x;
temp = {};
For[i = 1, i ≤ m, i++,
AppendTo[temp, Integrate[phi[i][x] * R0[x], {x, a, b}]]
];
rozw = Solve[Table[temp[[i]] == 0, {i, 1, m}]];
t[x] = Sum[rozw[[1, i, 2]] * phi[i][x], {i, 1, m}];

Return[Simplify[t[x]]]
]
```

Podpunkt a)

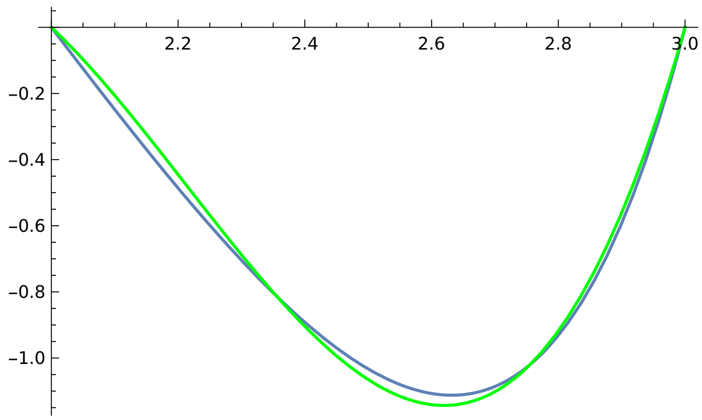
In[268]:=

```
φ[i_][x_] := x^(i-1) (x - 2) (x - 3);
a = 2;
ua = 0;
b = 3;
ub = 0;
m = 2;
mow1 = MOW[φ, a, b, ua, ub, m];
```

In[264]:=

```
accResult = DSolve[{u''[x] - 3 * u'[x] == 4 x, u[2] == 0, u[3] == 0}, u[x], x];
p1 = Plot[accResult[[1, 1, 2]], {x, a, b}];
p2 = Plot[mow1, {x, a, b}, PlotStyle → Green];
Show[p1, p2]
```

Out[267]=



In[287]:=

```
Print["Norma L2 dla m=2  wynosi ",
 N[Integrate[Abs[mow1 - accResult[[1, 1, 2]]]^2, {x, a, b}]]]
```

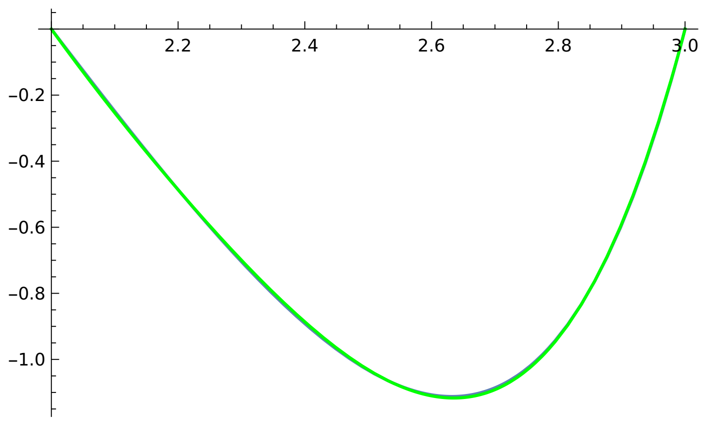
```
Norma L2 dla m=2  wynosi 0.000761936
```

Podpunkt b)

In[288]:=

```
mow3 = MOW[φ, a, b, ua, ub, 3];
p1 = Plot[accResult[[1, 1, 2]], {x, a, b}];
p2 = Plot[mow3, {x, a, b}, PlotStyle → Green];
Show[p1, p2]
Print["Norma L2 dla m=3 wynosi ",
 N[Integrate[Abs[mow3 - accResult[[1, 1, 2]]]^2, {x, a, b}]]]
```

Out[291]=




```
Norma L2 dla m=3 wynosi 0.0000148247
```