

Autor: Antoni Peruziński

Wybrane metody modelowania matematycznego

(kierunek Matematyka)

Projekt 2

Rozwiązanie

```
In[3]:= ciepło[Alpha_, Adef_, Bdef_, number_, M_, Tg_, function_, U0_, UA_, UB_, U_] :=  
  Module[{f = function, alpha = Alpha, a = Adef, b = Bdef,  
    n = number, m = M, tg = Tg, u0 = U0, ua = UA, ub = UB, u = U},  
  
    (*Obliczenie parametrów *)  
    h = (b - a) / (n - 1);  
    k = tg / (m - 1);  
    w1 = alpha * k;  
    w2 = -(2 * alpha * k + h^2);  
    w3 = h^2;  
    w4 = -k * h^2;  
  
    (*Inicjalizacja i wypełnianie macierzy A oraz macierzy współczynników B,  
    które pozwolą nam na rozwiązanie układu równań liniowych. Należy tu zauważyć,  
    że macierz U zostaje zamieniona na macierz U',  
    z tylko nieznanymi współczynnikami. oraz , że została ona spłaszczona  
    w celu wykonania instrukcji LinearSolve oraz zobrazowania sobie jak  
    będzie wyglądała macierz współczynników A. Tzn. ta z przekątnymi.*)  
    A = {};  
    B = {};  
    xt = Table[{a + (i - 1) * h, (j - 1) * k}, {i, 1, n}, {j, 1, m}];
```

```

i = 2; j = 2;
tempRowA = Table[0, {k, 1, n * m - n - 2 * m + 2}];
tempRowA[(i - 2) * (m - 1) + j - 1] = w2;
tempRowA[(i - 1) * (m - 1) + j - 1] = w1;
AppendTo[A, tempRowA];
AppendTo[B, w4 * f[xt[i, j, 1], xt[i, j, 2]] - w1 * ua[xt[i, j, 2]] - w3 * u0[xt[i, j, 1]]];
For[j = 3, j ≤ m, j++,
  tempRowA = Table[0, {k, 1, n * m - n - 2 * m + 2}];
  tempRowA[(i - 2) * (m - 1) + j - 1] = w2;
  tempRowA[(i - 1) * (m - 1) + j - 1] = w1;
  tempRowA[(i - 2) * (m - 1) + j - 2] = w3;
  AppendTo[A, tempRowA];
  AppendTo[B, w4 * f[xt[i, j, 1], xt[i, j, 2]] - w1 * ua[xt[i, j, 2]]];
];
For[i = 3, i ≤ n - 2, i++,
  j = 2;
  tempRowA = Table[0, {k, 1, n * m - n - 2 * m + 2}];
  tempRowA[(i - 3) * (m - 1) + j - 1] = w1;
  tempRowA[(i - 2) * (m - 1) + j - 1] = w2;
  tempRowA[(i - 1) * (m - 1) + j - 1] = w1;
  AppendTo[A, tempRowA];
  AppendTo[B, w4 * f[xt[i, j, 1], xt[i, j, 2]] - w3 * u0[xt[i, j, 1]]];
  For[j = 3, j ≤ m, j++,
    tempRowA = Table[0, {k, 1, n * m - n - 2 * m + 2}];
    tempRowA[(i - 3) * (m - 1) + j - 1] = w1;
    tempRowA[(i - 2) * (m - 1) + j - 1] = w2;
    tempRowA[(i - 1) * (m - 1) + j - 1] = w1;
    tempRowA[(i - 2) * (m - 1) + j - 2] = w3;
    AppendTo[A, tempRowA];
    AppendTo[B, w4 * f[xt[i, j, 1], xt[i, j, 2]]];
  ];
];
i = n - 1; j = 2;
tempRowA = Table[0, {k, 1, n * m - n - 2 * m + 2}];
tempRowA[(i - 3) * (m - 1) + j - 1] = w1;
tempRowA[(i - 2) * (m - 1) + j - 1] = w2;
AppendTo[A, tempRowA];
AppendTo[B, w4 * f[xt[i, j, 1], xt[i, j, 2]] - w3 * u0[xt[i, j, 1]] - w1 * ub[xt[i, j, 2]]];
For[j = 3, j ≤ m, j++,
  tempRowA = Table[0, {k, 1, n * m - n - 2 * m + 2}];
  tempRowA[(i - 3) * (m - 1) + j - 1] = w1;
  tempRowA[(i - 2) * (m - 1) + j - 1] = w2;

```

```

tempRowA[(i - 2) * (m - 1) + j - 2] = w3;
AppendTo[A, tempRowA];
AppendTo[B, w4 * f[xt[[i, j, 1]], xt[[i, j, 2]] - w1 * ub[xt[[i, j, 2]]];
];
wynik = LinearSolve[A, B];
(*Dodanie znanych wartości uzyskanych z pomocą ua,ub,
u0 oraz tych uzyskanych za pomocą linearsolve'a do tablicy wyników*)
result = {};
For[i = 1, i ≤ n, i++,
For[j = 1, j ≤ m, j++,
If[i == 1, AppendTo[result, {xt[[i, j, 1]], xt[[i, j, 2]], ua[xt[[i, j, 2]]]};

If[i == n, AppendTo[result, {xt[[i, j, 1]], xt[[i, j, 2]], ub[xt[[i, j, 2]]]};
If[j == 1 && i ≠ n && i ≠ 1, AppendTo[result, {xt[[i, j, 1]], xt[[i, j, 2]], u0[xt[[i, j, 1]]]};
If[i ≠ 1 && i ≠ n && j ≠ 1,
AppendTo[result, {xt[[i, j, 1]], xt[[i, j, 2]], N[wynik[(i - 2) * m + (j - (i - 1))]]];
];
];
Return[N[result]]
];

```

In[4]:= (*Ustawienie parametrów wejściowych funkcji.*)

```

alpha = 1/9;
a = 0;
b = N[Pi];
n = 35;
m = 55;
tg = 2;
f[x_, t_] := x * t / 10;
u0[x_] := 1 + Sin[3 * x];
ua[t_] := 1;
ub[t_] := 1 + N[Pi] * t * t / 20;
u[x_, t_] := Exp[-t] * Sin[3 x] + x * t * t / 20 + 1;

```

In[17]:=

```

results = cieplo[alpha, a, b, n, m, tg, f, u0, ua, ub, u];
results[[2, 2]];

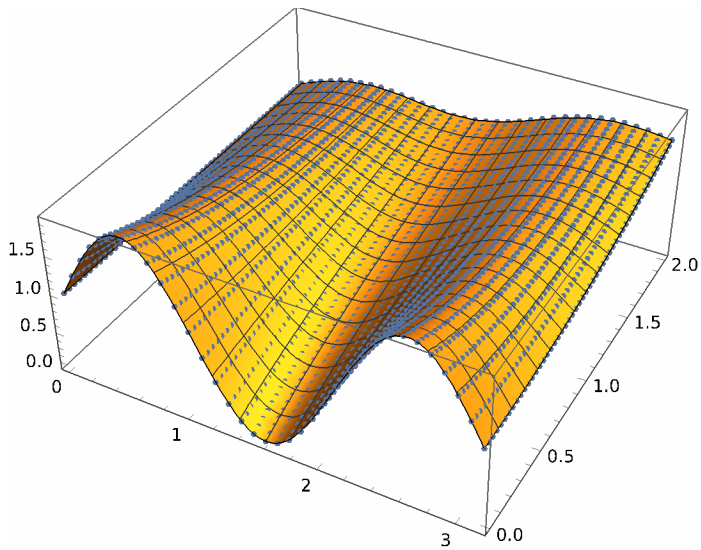
```

```

In[19]:= pp = ListPointPlot3D[results];
pacc = Plot3D[u[x, t], {x, a, b}, {t, 0, tg}];
Show[pp, pacc]

```

Out[21]=



```

In[22]:= accResult = Table[{x, N[t], u[x, t]}, {x, a, b, (b-a)/(n-1)}, {t, 0, tg, tg/(m-1)}];
errorList = Table[{accResult[[i, j, 1]], accResult[[i, j, 2]],
  Abs[accResult[[i, j, 3]] - results[[ (i-1)*m + j, 3]]], {i, 1, n}, {j, 1, m}];
errors = {};
For[i = 1, i ≤ n, i++, errors = Join[errors, errorList[[i]]]
ListPlot3D[errors]

```

Out[26]=

