Autor: Antoni Perużyński

Metody numeryczne (Matematyka)

Projekt 1

Metoda bisekcji

Napisać procedurę realizującą algorytm metody bisekcji (argumenty : f, a, b, e).

Korzystając z napisanej procedury:

a) Wyznaczyć wszystkie rzeczywiste pierwiastki wielomianu: $f(x) = x^5 + 4x^3 + 2x - 8$.

b) Wyznaczyć (z dokładnością 10^{-6}) najmniejszy dodatni pierwiastek funkcji:
$h(x) = \exp(-x^2)\sin x - \cos x$.

c) Znaleźć (z dokładnością do sześciu cyfr po przecinku) największą liczbę $x \in (0, 40]$, dla której jest spełniona nierówność: $10\ln x + 5 \leq x$.

Rozwiązanie

Program

In[68]:=

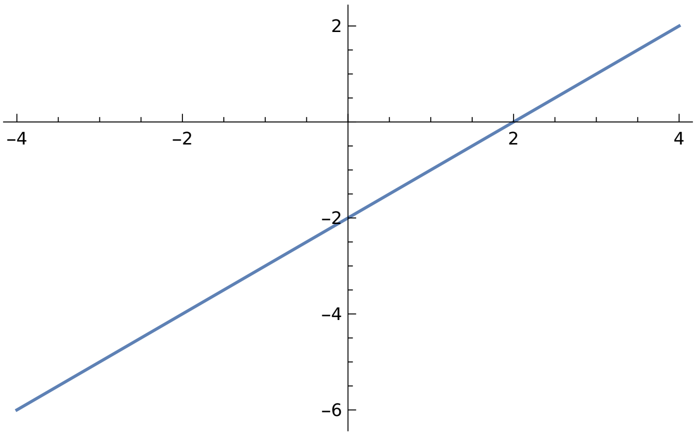
```
Clear[bisection];
bisection[f_, a_, b_, epsilon_] := Module[{xsi, a1 = a , b1 = b, epsilon1 = epsilon},
xsi = (a1 + b1) / 2;
While[Abs[b1 - a1] > (2 * epsilon1),
If[f[xsi] == 0, Return[xsi], If[f[a1] * f[xsi] < 0, b1 = xsi, a1 = xsi]];
xsi = (a1 + b1) / 2;
];
Return[xsi];
]

Clear[Bisection];
Bisection[f_, a_, b_, epsilon_] := Module[{xsi, a1 = a , b1 = b, epsilon1 = epsilon},
xsi = (a1 + b1) / 2;
While[Abs[b1 - a1] > (2 * epsilon1) ,
If[f[xsi] == 0, Return[xsi], If[f[a1] * f[xsi] < 0, b1 = xsi, a1 = xsi]];
xsi = (a1 + b1) / 2;
];
If[f[xsi] > 0, xsi = xsi - epsilon1];
Return[xsi];
]
```

Przykład testowy

In[18]:=

```
f[x_] := x - 2
Plot[f[x], {x, -4, 4}]
bisection[f, -4, 4, 0.00000001]
```

Out[19]=



Out[20]=

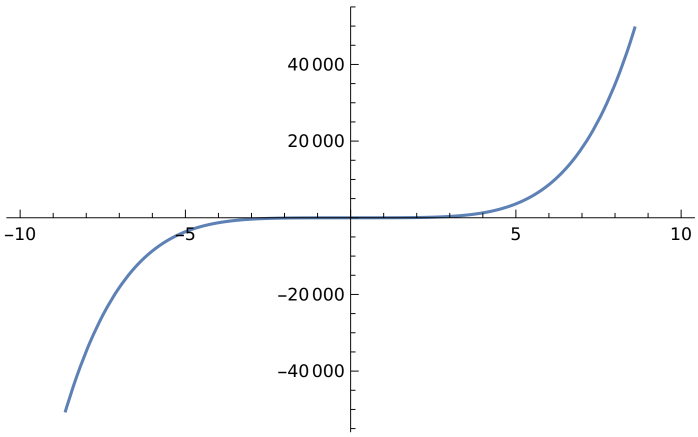
2

Zadanie a)

In[119]:=

```
f[x_] := x ^ 5 + 4 * x ^ 3 + 2 * x - 8
Plot[f[x], {x, -10, 10}]
g[x_] := D[f[x], x] (*Zdefiniowanie pochodnej,
by pozniej sprawdzic monotonicznosc funkcji f,
z wykresu widac ze prawdopodobnie jest ona monotoniczna i rosnąca*)
(* Sprawdzenie, jakie pochodna ma znaki w + i - nieskończoności*)
Limit[g[x], x → ∞] > 0
Limit[g[x], x → -∞] > 0

(*Pochodna jest stale dodatnia,
jest funkcją ciągłą z tego wynika, że nasza funkcja f jest rosnąca
*)
(*Sprawdzenie, czy funkcja ma pierwiastek*)
f[-∞] * f[∞] < 0
(*Funkcja f przyjmuje różne znaki w nieskończonościach i jest ciągła,
więc musi mieć pierwiastek. Z wykresu przedział izolacji przyjmę (-5;
  5)*)
bisection[f, -5, 5, 0.0001] // N
g[x] ≥ 0
```

Out[120]=



Out[122]=

```
False
```

Out[123]=

```
False
```

Out[124]=

```
True
```

Out[125]=

```
bisection[f, -5., 5., 0.0001]
```

Out[126]=

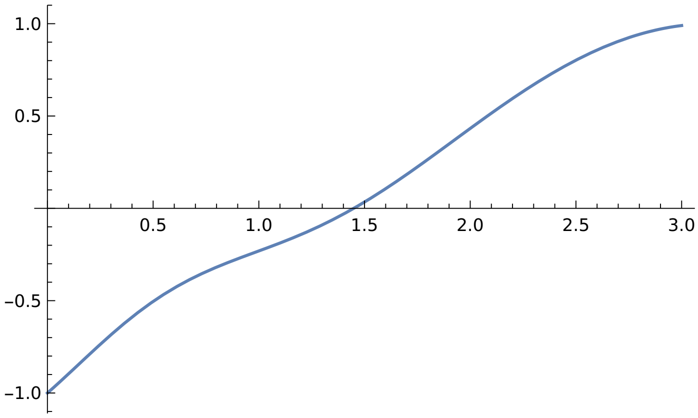
```
True
```

Zadanie b)

In[72]:=

```
h[x_] := Exp[-x^2] * Sin[x] - Cos[x]
Plot[h[x], {x, 0, 3}]
(*Koncem przedzialu bedzie 3 bo w przedziale (0;
  3) spełnia zalozenia twierdzenia o ziloacji pierwiastka *)
bisection[h, 0, 3, 10^(-6)] // N
```

Out[73]=



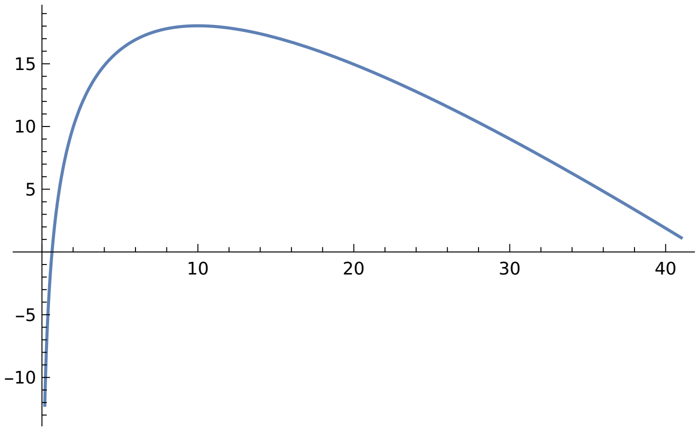
Out[74]=

```
1.44884
```

Zadanie c)

```
l[x_] := 10 * Log[x] + 5 - x
Plot[l[x], {x, -1, 41}]
Bisection[l, 0, 40, 10^(-6)] // N
l[Bisection[l, 0, 40, 10^(-6)] // N]
```

Out[40]=



Out[41]=

0.647075

Out[42]=

-9.00713×10^{-6}