Autor: Antoni Perużyński

Metody numeryczne w technice

(kierunek Matematyka)

Projekt 2

Metoda Adamsa-Bashfortha

Napisać procedurę realizującą algorytm trzy krokowej metody Adamsa-Bashfortha (argumenty : f, x_0, y_0, b, n).
Zminimalizować liczbę obliczeń funkcji f. Jako metodę startową wykorzystać metodę Rungego-Kutty rzędu trzeciego.

Korzystając z napisanej procedury wyznaczyć rozwiązanie przybliżone zagadnienia początkowego:

$$\begin{cases} y'(x) = \sqrt[3]{\dfrac{y(x)}{x^2}}, \quad x \in [1, 50], \\ y(1) = 1. \end{cases}$$

Obliczenia wykonać dla 10, 20 i 50 kroków.

Na wspólnym rysunku wykreślić rozwiązanie dokładne oraz uzyskane rozwiązania przybliżone.Wykreślić także, na jednym rysunku, błędy uzyskanych rozwiązań przybliżonych.

Rozwiązanie

Tworzenie procedur

In[6]:=
```
RungeKuttyThree[function_, X0_, Y0_, H_, number_] :=
 Module[{f = function, x0 = X0, y0 = Y0, h = H, n = number, xList, yList},
xList = {x0};
yList = {y0};

For[i = 1, i ≤ n, i++,
AppendTo[xList, xList[[i]] + h];
k1 = f[xList[[i]], yList[[i]]];
k2 = f[xList[[i]] + 0.5 * h, yList[[i]] + 0.5 * h * k1];
k3 = f[xList[[i + 1]], yList[[i]] - h * k1 + 2 * h * k2];
AppendTo[yList, yList[[i]] + 1 / 6 * h * (k1 + 4 * k2 + k3)];
];
Return[Transpose[{xList, yList}]]
]
```

In[10]:=
```
AdamsBashforth[function_, X0_, Y0_, B_, number_] :=
 Module[{f = function, x0 = X0, y0 = Y0, b = B, n = number, Points},
vectorB = {23 / 12, -16 / 12, 5 / 12};
(*vectorB = {55/24,-59/24,37/24,-9/24}; *)
k = 3;
h = (b - x0) / n;
Points = RungeKuttyThree[f, x0, y0, h, k - 1];
ListF = Table[f[Points[[i, 1]], Points[[i, 2]]], {i, 1, k, 1}];
For[i = k, i ≤ n, i++,
yn = Points[[i, 2]] + h * Sum[vectorB[[j]] * ListF[[i + 1 - j]], {j, 1, k, 1}] ;
xn = Points[[i, 1]] + h;
AppendTo[ListF, f[xn, yn]];
AppendTo[Points, {xn, yn}];
];
Return[Points]
]
f[x_, y_] := CubeRoot[y / x ^ 2];
```

Obliczenie rozwiązania dokładnego oraz narysowanie wykresu z wynikiem dokładnym oraz przybliżonymi

In[12]:=

```
AB10 = N[AdamsBashforth[f, 1, 1, 50, 10]]
AB20 = N[AdamsBashforth[f, 1, 1, 50, 20]];
AB50 = N[AdamsBashforth[f, 1, 1, 50, 50]];
```

Out[12]=

```
{{1., 1.}, {5.9, 4.32184}, {10.8, 6.43924},
 {15.7, 8.79767}, {20.6, 10.4207}, {25.5, 11.7768}, {30.4, 13.0164},
 {35.3, 14.1622}, {40.2, 15.2321}, {45.1, 16.2401}, {50., 17.1962}}
```

In[15]:=

```
p1 = ListPlot[AB10, PlotStyle → Red];
p2 = ListPlot[AB20, PlotStyle → Blue];
p3 = ListPlot[AB50, PlotStyle → Green];
```

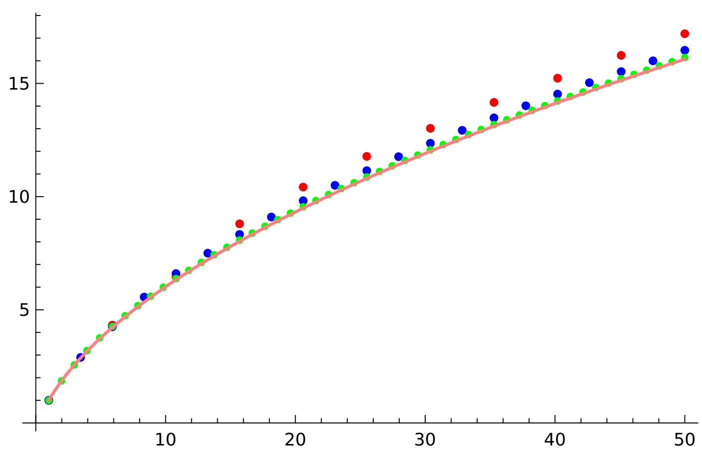
In[20]:=

```
accResult = DSolve[{y'[x] == Power[y[x] / x^2, 1 / 3], y[1] == 1}, y[x], x];
```

In[21]:=

```
pAcc = Plot[accResult[[1, 1, 2]], {x, 1, 50}, PlotStyle → Pink];
Show[p1, p2, p3, pAcc]
```

Out[22]=



Obliczanie błędów względnych oraz wykreślenie ich na wykresie

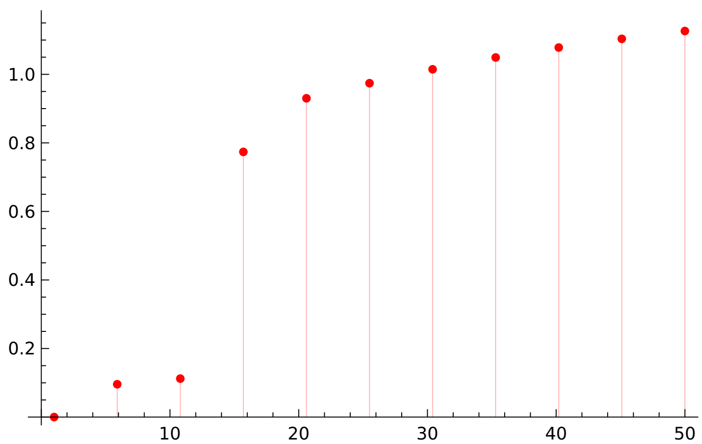
In[23]:=

```
xw10 = Transpose[AB10][[1]] ;
yw10 = Transpose[AB10][[2]] ;
xw20 = Transpose[AB20][[1]] ;
yw20 = Transpose[AB20][[2]] ;
xw50 = Transpose[AB50][[1]] ;
yw50 = Transpose[AB50][[2]] ;
```

In[55]:=

```
accResultPoints10 = Table[accResult[[1, 1, 2]] /. {x → xw10[[i]]}, {i, 1, Length[xw10]}];
bladbezwzgledny10 = Abs[yw10 - accResultPoints10] ;
bladwzgledny10 = 100 * bladbezwzgledny10 / Abs[accResultPoints10] ;
b10 =
  ListPlot[Transpose[{xw10, bladbezwzgledny10}], PlotStyle → Red, Filling → Axis];
Show[b10]
```

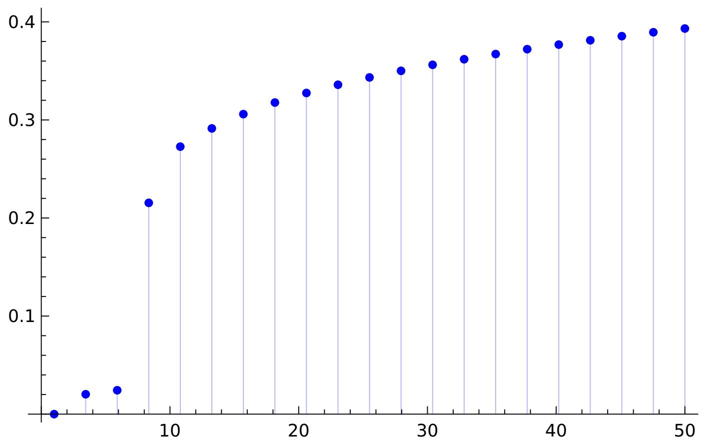
Out[59]=



In[60]:=

```
accResultPoints20 = Table[accResult[[1, 1, 2]] /. {x → xw20[[i]]}, {i, 1, Length[xw20]}];
bladbezwzgledny20 = Abs[yw20 - accResultPoints20];
bladwzgledny20 = 100 * bladbezwzgledny20 / Abs[accResultPoints20];
b20 =
  ListPlot[Transpose[{xw20, bladbezwzgledny20}], PlotStyle → Blue, Filling → Axis];
Show[b20]
```

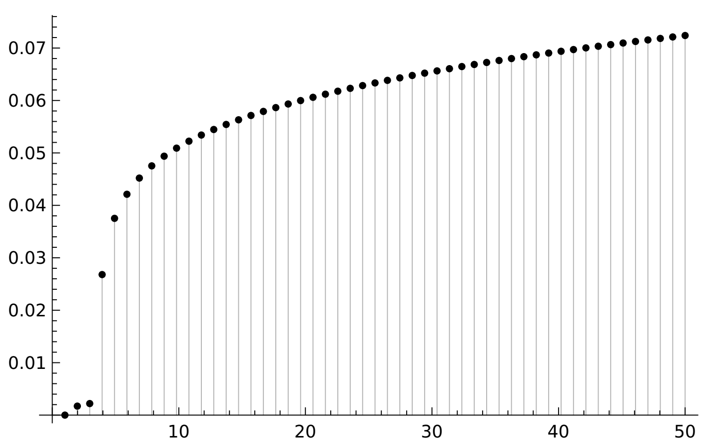
Out[64]=



In[65]:=

```
accResultPoints50 = Table[accResult[[1, 1, 2]] /. {x → xw50[[i]]}, {i, 1, Length[xw50]}];
bladbezwzgledny50 = Abs[yw50 - accResultPoints50];
bladwzgledny50 = 100 * bladbezwzgledny50 / Abs[accResultPoints50];
b50 =
  ListPlot[Transpose[{xw50, bladbezwzgledny50}], PlotStyle → Black, Filling → Axis];
Show[b50]
```

Out[69]=



In[70]:=

```
Show[b10, b20, b50]
```

Out[70]=