

Autor: Antoni Perużyński

# Metody numeryczne (Matematyka)

## Projekt 2

### Metoda Newtona

Napisać procedurę realizującą algorytm metody stycznych (Newtona) (argumenty:  $f$ ,  $x_0$ ,  $e$ ).  
Napisać także procedurę realizującą algorytm metody Newtona dla układu dwóch równań nieliniowych (argumenty:  $f$ ,  $g$ ,  $v_0$ ,  $e$ ).

Korzystając z napisanych procedur:

- Wyznaczyć pierwiastek 6 stopnia ze 101 z dokładnością  $10^{-10}$ .
- W pewnym układzie elektrycznym z diodą tunelową natężenie prądu  $i$  oraz napięcie  $u$  spełniają układ równań:

$$i = k u \left( \frac{u^2}{3} - \frac{3}{2} u + 2 \right),$$
$$\frac{u}{r} + i = j,$$

gdzie  $k = 1 \text{ mA/V}^3$ ,  $j = 1 \text{ mA}$ ,  $r = 10 \text{ k}\Omega$ . Wykorzystując metodę Newtona wyznaczyć natężenie prądu oraz napięcie. Rozwiązanie zilustrować graficznie (można do tego celu wykorzystać instrukcję ContourPlot).

---

## Rozwiązanie

### Program (jedno równanie)

In[19]:=

```
Clear[Der];
Der[f_, a_, n_] := Module[{c, p},
  (* Wyznaczenie n-tej pochodnej *)
  p = D[f[x], {x, n}];
  (* wartość tej pochodnej w punkcie a *)
  c = p /. {x -> a};
  Return[c]
```

```
In[640]:=
Clear[newton];
newton[f_, x0_, eps_] := Module[{xn = x0, xs = x0 + 2 * eps, p, c},
While[Abs[xn - xs] > eps,
xs = xn ;
p = D[f[x], {x, 1}];
c = p /. {x -> xs};
xn = xs - f[xs] / c (*Der[f, xs, 1]*);
];
Return[xn]
```

## Przykład testowy (jedno równanie)

```
In[51]:=
f[x_] := x^2 - 3
Der[f, 1, 2] * f[1] > 0
Der[f, 3, 2] * f[3] > 0
N[newton[f, 3, 0.00000001]]
```

```
Out[52]=
False
```

```
Out[53]=
True
```

```
Out[54]=
1.73205
```

## Program (układ dwóch równań)

```
In[174]:=
Clear[equ]
equ[f_, g_, v0_, e_] := Module[{a, b, j, r, c, h, p, vs = v0 + {2 e, 2 e}, vn = v0, t},
r = {f[x, y], g[x, y]};
j = {{D[f[x, y], x], D[f[x, y], y]}, {D[g[x, y], x], D[g[x, y], y]}};
While[Norm[vn - vs] > e,
vs = vn;
c = j /. {x -> vs[[1]], y -> vs[[2]]};
h = r /. {x -> vs[[1]], y -> vs[[2]]};
t = Dimensions[h];
p = Inverse[c];
vn = vs - p.h;
];
Return[vn]
```

## Przykład testowy (układ dwóch równań)

In[1000]:=

```
f[x_, y_] := x^2 + y^2;  
g[x_, y_] := x + 2 x * y;  
v0 := {1, 1};  
equ[f, g, v0, 0.000001]
```

Out[1003]=

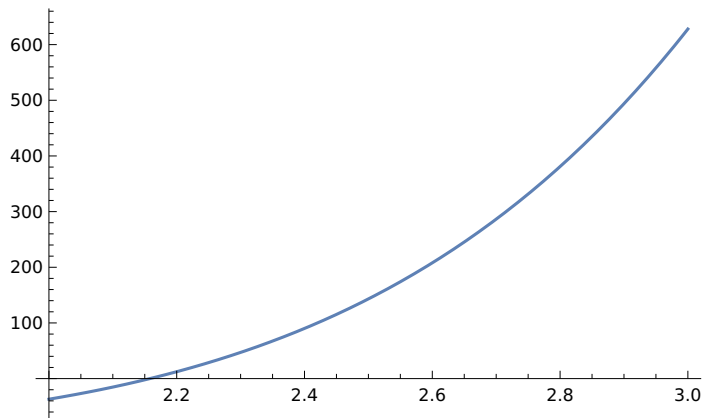
$$\left\{0, \frac{1}{1\,048\,576}\right\}$$

## Zadanie a)

In[42]:=

```
h[x_] := x^6 - 101  
Plot[h[x], {x, 2, 3}]  
Der[h, 2, 2] * f[2] > 0  
Der[h, 3, 2] * f[3] > 0  
N[newton[h, 3, 0.000001]]
```

Out[43]=



Out[44]=

False

Out[45]=

True

Out[46]=

2.15801

## Zadanie b)

In[1004]:=

```
f1[u_, i_] := k * u * (u^2 / 3 - (3 u / 2) + 2) - i;  
f2[u_, i_] := ((u / r) + i - j);  
k := 1;  
j := 1;  
r := 10;  
equ[f1, f2, {3, 2}, 0.0000000001] // N  
ContourPlot[{f1[u, i],  
f2[u, i]}, {u, -3, 3}, {i, -3, 3}]
```

Out[1009]=

{2.38767, 0.761233}

Out[1010]=

