Równanie różniczkowe $y'' + py' + qy = f(x)$, $x \in [a, b]$ z warunkami $y(a) = y_a$, $y(b) = y_b$ rozwiązać można sprowadzając go poprzez jego „dyskretyzację” do układu równań liniowych. Zastąpmy więc pochodne odpowiednimi centralnymi ilorazami różnicowymi:

$$y_i' = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h}, \quad y_i'' = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2}, \tag{1}$$

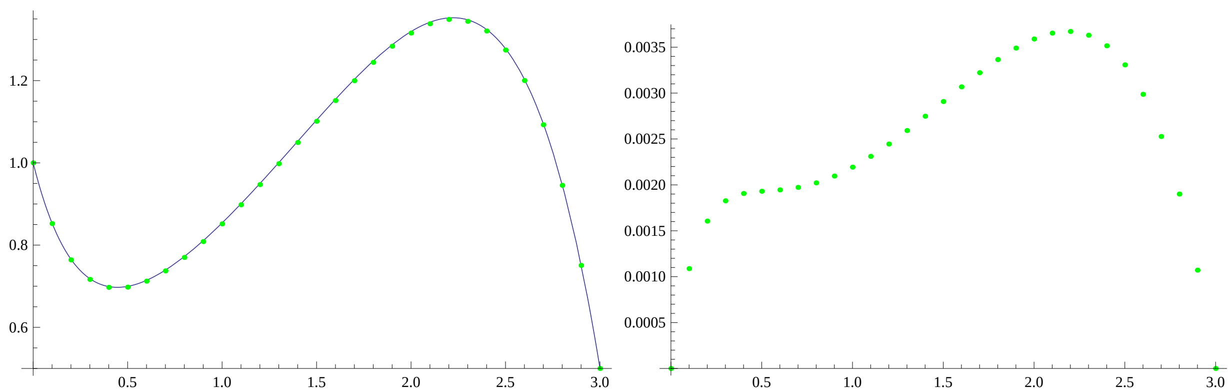
gdzie h jest odległością pomiędzy każdą parą sąsiednich iksów, z których pierwszy $x_1 = a$, a ostatni $x_n = b$.
Po wstawieniu równań (1) do wejściowego równania i po prostym przekształceniu tego równania otrzymamy to równanie w postaci

$$y_{i-1}(2 - ph) + y_i(2qh^2 - 4) + y_{i+1}(2 + ph) = 2h^2 f_i, \tag{2}$$

gdzie $f_i = f(x_i)$. Wstawiając teraz kolejno $i = 2, 3, \ldots, n-1$, otrzymamy układ równań, który w zapisie „macierzowym”, po wprowadzeniu oznaczeń: $w_1 = 2 - ph$, $w_2 = 2(qh^2 - 2)$, $w_3 = 2 + ph$, $w_4^i = 2h^2 f_i$, przyjmie postać:

	y_2	y_3	y_4	y_5	$\cdots$	y_{n-3}	y_{n-2}	y_{n-1}	
$i = 2$	w_2	w_3	0	0	$\cdots$	0	0	0	$w_4^2 - y_a w_1$
$i = 3$	w_1	w_2	w_3	0	$\cdots$	0	0	0	w_4^3
$i = 4$	0	w_1	w_2	w_3	$\cdots$	0	0	0	w_4^4
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
$i = n-3$	0	0	0		w_1	w_2	w_3	0	w_4^{n-3}
$i = n-2$	0	0	0	0	0	w_1	w_2	w_3	w_4^{n-2}
$i = n-1$	0	0	0	0	0	0	w_1	w_2	$w_4^{n-1} - y_b w_3$

Rozwiązując ten układ równań (*LinearSolve*) otrzymamy brakujące (poza pierwszym i ostatnim, które znamy) wartości igreków.
Napisz program *rrr2* zależny od argumentów f, p, q, a, b, y_a, y_b i n oznaczających odpowiednio: funkcję $f(x)$, współczynniki równania, lewy i prawy koniec przedziału, w którym rozwiązujemy równanie różniczkowe, wartości z warunku początkowego i ilość punktów (łącznie z punktami a i b), w których odtwarzana jest poszukiwana funkcja $y(x)$. Program ma zwracać dwa rysunki: na pierwszym znajdują się wykresy rozwiązania dokładnego i rozwiązania uzyskanego za pomocą tej metody (dyskretnego), na drugim znajduje się wykres błędów bezwzględnych tego odtworzenia. Program przetestuj dla danych: $f(x) = x - e^x$, $p = 3$, $q = -4$, $a = 0$, $b = 3$, $y_a = 1$, $y_b = 0.5$ i $n = 31$.



Rysunek 1: Rozwiązanie (linia ciągła) i odtworzenie oraz błędy bezwzględne.

Wskazówka:
$roz = DSolve[\{y''[x] + py'[x] + qy[x] == f[x], y[a] == ya, y[b] == yb\}, y[x], x][[1, 1, 2]]$
jest rozwiązaniem dokładnym.

[redacted]