Autor: Antoni Perużyński

Metody numeryczne w technice

(kierunek Matematyka)

Projekt 5

Metoda kolejnych przybliżeń

Równanie Fredholma II rodzaju

Zadanie 1

Wyznaczyć metodą kolejnych przybliżeń rozwiązanie przybliżone y_n równania

$$y(x) = e^x - \frac{1}{4}\int_0^1 \left(x\, e^t\, y(t)\right) dt$$

Argument : n

Sprawdzić, czy metodę można zastosować.
Wyznaczyć rozwiązanie dla kilku wartości n.
Na tej podstawie odgadnąć rozwiązanie dokładne i sprawdzić jego poprawność.

Rozwiązanie zadania 1

Sprawdźmy czy można zastosować metodę:

- a=0,
- b=1,
- Lambda= -1/4
- f(x) = Exp[x]jest funkcją ciągłą
  |f(x)| = |Exp[x]| <= E = N (w przedziale [0,1]) -> Tak naprawdę każda funkcja ciągła określona na przedziale domkniętym jest ograniczona.
- K(x,t) = x*Exp[t]
  |K(x,t)| = |x*Exp[t]| <= E = M (w przedziale [0,1] dla obu zmiennych)

Liczymy 1/(M*(b-a))=1/(E*1)= 1/E

Sprawdzamy czy |Lambda| < 1/E -----> Tak bo 1/4 < 1/E.

Ostatecznie dostajemy wniosek, że metoda jest zbieżna.

In[83]:=

```
KolejnePrzyblizenia[number_] := Module[{n = number},
yn[x_] = Exp[x]; (*y0*)
For[i = 1, i ≤ n, i++,
yn[x_] = Exp[x] - (1 / 4) * Integrate[x * Exp[t] * yn[t], {t, 0, 1}];
Print["Numer iteracji (n=", i, ") ", N[yn[x]]]
];
Return[yn[x]]]
y2[x_] = KolejnePrzyblizenia[20];
```

Numer iteracji (n=1) $2.71828^{x} - 0.798632\, x$

Numer iteracji (n=2) $2.71828^{x} - 0.598974\, x$

Numer iteracji (n=3) $2.71828^{x} - 0.648889\, x$

Numer iteracji (n=4) $2.71828^{x} - 0.63641\, x$

Numer iteracji (n=5) $2.71828^{x} - 0.63953\, x$

Numer iteracji (n=6) $2.71828^{x} - 0.63875\, x$

Numer iteracji (n=7) $2.71828^{x} - 0.638945\, x$

Numer iteracji (n=8) $2.71828^{x} - 0.638896\, x$

Numer iteracji (n=9) $2.71828^{x} - 0.638908\, x$

Numer iteracji (n=10) $2.71828^{x} - 0.638905\, x$

Numer iteracji (n=11) $2.71828^{x} - 0.638906\, x$

Numer iteracji (n=12) $2.71828^{x} - 0.638906\, x$

Numer iteracji (n=13) $2.71828^{x} - 0.638906\, x$

Numer iteracji (n=14) $2.71828^{x} - 0.638906\, x$

Numer iteracji (n=15) $2.71828^{x} - 0.638906\, x$

Numer iteracji (n=16) $2.71828^{x} - 0.638906\, x$

Numer iteracji (n=17) $2.71828^{x} - 0.638906\, x$

Numer iteracji (n=18) $2.71828^{x} - 0.638906\, x$

Numer iteracji (n=19) $2.71828^{x} - 0.638906\, x$

Numer iteracji (n=20) $2.71828^{x} - 0.638906\, x$

Zgaduję patrząc na wyniki, że funkcją dokładną będzie funkcja Exp[x] -0.638906*x

In[80]:=

```
n[x_] = N[Exp[x] - (1 / 4) * Integrate[x * Exp[t] * (Exp[t] - 0.638906 * t), {t, 0, 1}]]
```

Out[80]=

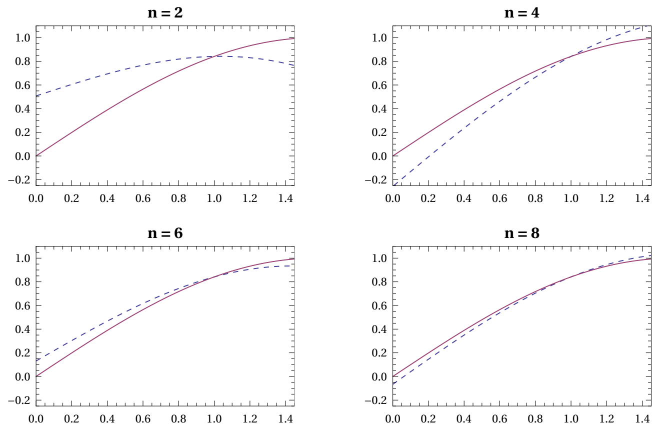
$2.71828^{x} - 0.638906\,x$

Zadanie 2

Wyznaczyć rozwiązania przybliżone y_1 dla n=2,4,6,8, równania:

$$y(x) = \sin x + \frac{x-1}{4} + \frac{1}{4}\int_0^{\pi/2} (t-x)\; y(t)\, dt.$$

Utworzyć wykresy porównujące rozwiązanie przybliżone z rozwiązaniem dokładnym, którym jest funkcja $y(x) = \sin x$, np. w postaci :



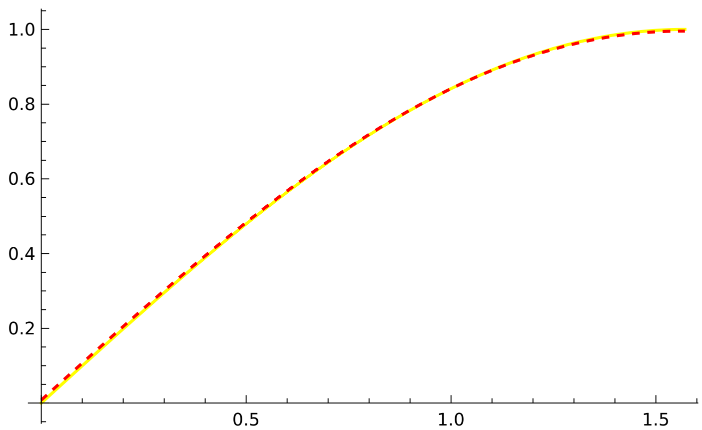

```
KolejnePrzyblizenia2[number_] := Module[{n = number},
yn[x_] = Sin[x] + (x - 1) / 4;  (*y0*)
For[i = 1, i ≤ n, i++,
yn[x_] = Sin[x] + (x - 1) / 4 + (1 / 4) * Integrate[(t - x) * yn[t], {t, 0, Pi / 2}]
];
Return[yn[x]]]
```

```
y2[x_] = N[KolejnePrzyblizenia2[2]];
y4[x_] = N[KolejnePrzyblizenia2[4]];
y6[x_] = N[KolejnePrzyblizenia2[6]];
y8[x_] = N[KolejnePrzyblizenia2[8]];
```

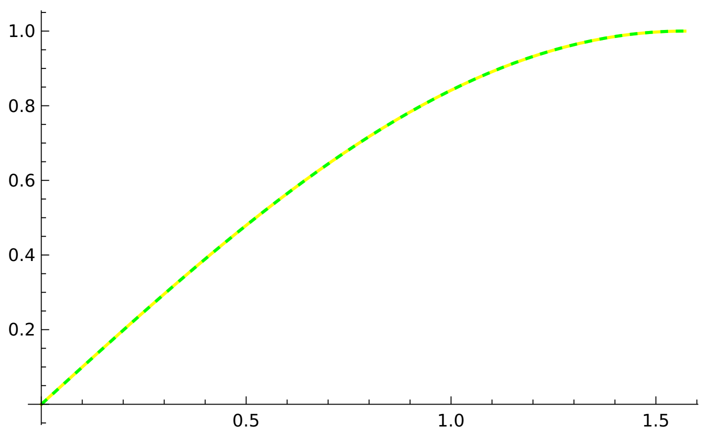
In[225]:=

```
p2 = Plot[y2[x], {x, 0, Pi / 2}, PlotStyle → {Dashed, Red}];
p4 = Plot[y4[x], {x, 0, Pi / 2}, PlotStyle → {Dashed, Green}];
p6 = Plot[y6[x], {x, 0, Pi / 2}, PlotStyle → {Dashed, Blue}];
p8 = Plot[y8[x], {x, 0, Pi / 2}, PlotStyle → {Dashed, Magenta}];
pacc = Plot[Sin[x], {x, 0, Pi / 2}, PlotStyle → Yellow];
Show[pacc, p2]
Show[pacc, p4]
Show[pacc, p6]
Show[pacc, p8]
Show[p2, p4, p6, p8]
```

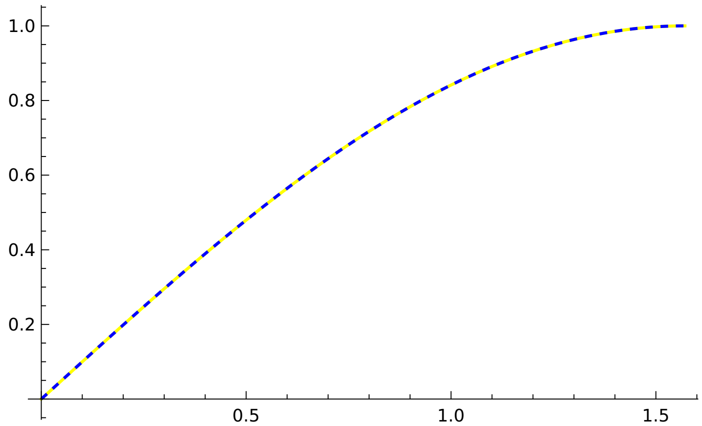
Out[230]=



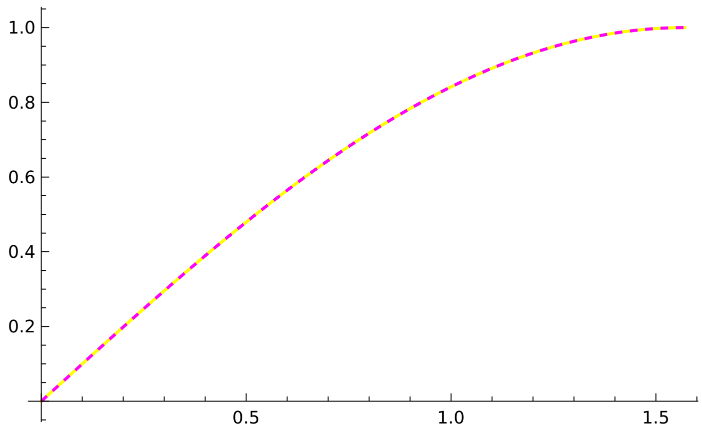
Out[231]=



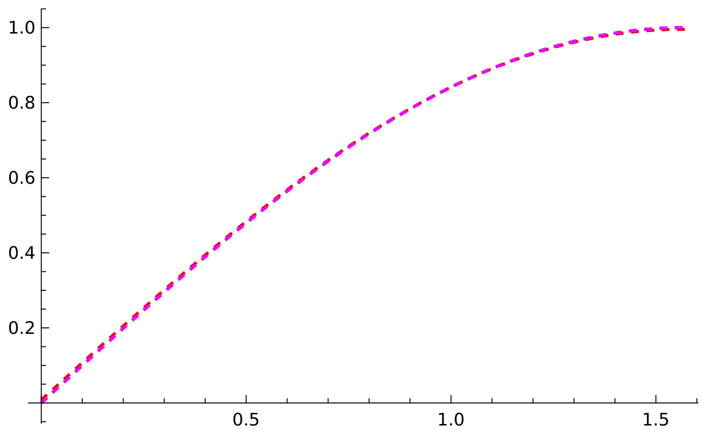
Out[232]=



Out[233]=



Out[234]=



In[203]:=