

Autor: Antoni Perużyński

Metody numeryczne (Matematyka)

Projekt 6

Metoda Eulera

Napisać procedurę realizującą algorytm metody Eulera (argumenty : f , x_0 , y_0 , b , n).

a) Korzystając z napisanej procedury wyznaczyć rozwiązanie przybliżone zagadnienia początkowego:

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{y(x)}{x^2} & \text{dla } x \in [1, 10], \\ y(1) = 2. \end{cases}$$

Obliczenia wykonać dla 40 kroków.

Na wspólnym rysunku wykreślić rozwiązanie dokładne oraz uzyskane rozwiązanie przybliżone. Wykreślić także błędy uzyskanego rozwiązania przybliżonego.

Rozwiązanie

Program

```
In[1]:= Clear[Euler];
Euler[f_, xx_, yy_, bb_, nn_] :=
  Module[{x0 = xx, y0 = yy, n = nn, b = bb, h = (bb - xx) / nn},
    X = Table[0, n + 1];
    Y = Table[0, n + 1];
    X[[1]] = x0;
    Y[[1]] = y0;
    For[i = 1, i ≤ n, i++,
      Y[[i + 1]] = Y[[i]] + h * f[X[[i]], Y[[i]];
      X[[i + 1]] = X[[i]] + h;
    ];
    M = Table[0, {n + 1}, {2}];
    For[i = 1, i ≤ n + 1, i++,
      M[[i, 1]] = X[[i]];
      M[[i, 2]] = Y[[i]];
    ];
    Return[M];
```

Zadanie a)

In[216]:=

```
f[x_, y_] := y / x^2
x0 = 1;
y0 = 2;
b = 10;
n = 40;
Lista = Euler[f, x0, y0, b, n] // N
roz = DSolve[{u'[x] == u[x]/x^2, u[1] == 2}, u[x], x];

g[x_] := 2 * Exp[1 - 1/x];
Bledy = Table[0, {n+1}];
For[i = 1, i ≤ n+1, i++,
a = Lista[[i, 1]];
Bledy[[i]] = Abs[g[a] - Lista[[i, 2]]];
];
Bledy // N
r2 =
Plot[roz[[1, 1, 2]], {x, 1, 10}, PlotRange → All, AxesOrigin → {0, 0}, Frame → True];
r1 = ListPlot[Lista, PlotStyle → Red];
Show[r1, r2, PlotRange → All]

ListaB = Table[0, {n+1}, {2}];
(* Tutaj dodałem tworzenie wykresu błędów, o który Pani prosiła *)
For[i = 1, i ≤ n+1, i++,
ListaB[[i, 1]] = Lista[[i, 1]];
ListaB[[i, 2]] = Bledy[[i]];
];
ListaB;
ListPlot[ListaB, AxesOrigin → {0, 0}, PlotRange → All]
```

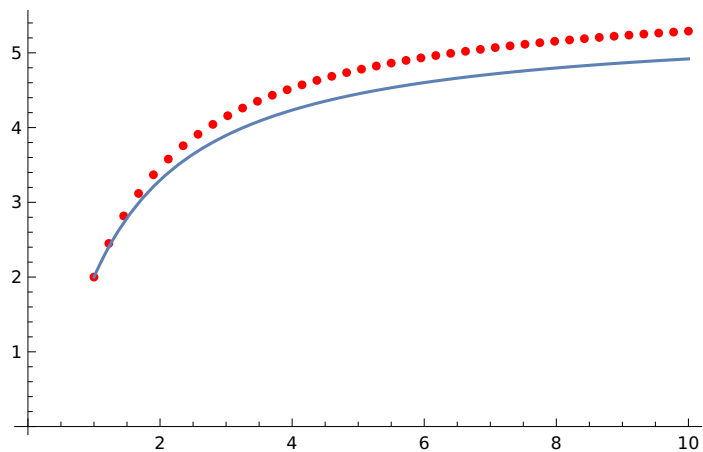
Out[221]=

```
{{1., 2.}, {1.225, 2.45}, {1.45, 2.81735}, {1.675, 3.11885}, {1.9, 3.36897},
{2.125, 3.57894}, {2.35, 3.75727}, {2.575, 3.91035}, {2.8, 4.04304},
{3.025, 4.15907}, {3.25, 4.26134}, {3.475, 4.35211}, {3.7, 4.4332}, {3.925, 4.50607},
{4.15, 4.57188}, {4.375, 4.63161}, {4.6, 4.68605}, {4.825, 4.73588}, {5.05, 4.78165},
{5.275, 4.82384}, {5.5, 4.86284}, {5.725, 4.89901}, {5.95, 4.93264},
{6.175, 4.96399}, {6.4, 4.99328}, {6.625, 5.02071}, {6.85, 5.04645},
{7.075, 5.07065}, {7.3, 5.09344}, {7.525, 5.11495}, {7.75, 5.13527},
{7.975, 5.15451}, {8.2, 5.17274}, {8.425, 5.19005}, {8.65, 5.2065}, {8.875, 5.22216},
{9.1, 5.23708}, {9.325, 5.25131}, {9.55, 5.2649}, {9.775, 5.27788}, {10., 5.29031}}
```

Out[226]=

```
{0., 0.0467532, 0.0895563, 0.126277, 0.157166, 0.183076,  
 0.2049, 0.223408, 0.239228, 0.25286, 0.264696, 0.275048, 0.284165,  
 0.292244, 0.299445, 0.305898, 0.31171, 0.316968, 0.321745, 0.326102,  
 0.330091, 0.333756, 0.337132, 0.340253, 0.343144, 0.345831, 0.348334,  
 0.35067, 0.352855, 0.354904, 0.356827, 0.358638, 0.360343, 0.361954,  
 0.363476, 0.364918, 0.366284, 0.367582, 0.368815, 0.369988, 0.371107}
```

Out[229]=



Out[233]=

