Praktikum 5 SMA

Antonius Aditya Rizky Wijaya

2025-09-17

NOMOR 1

$$x_n = (2x_{n-1} + 3)\ mod\ 5$$

Dengan $a = 2, c = 3, m = 5$, dan $n = 1,2,3, \ldots$

```
PKL <- function(x0, a, c, m, n) {
  output <- NULL
  xn <- x0
  for (i in 1:n) {
    xn <- (a * xn + c) %% m
    output <- c(output, xn)
  }
  return(output)
}
```

1a

Jika $x_0 = 3$, tentukan nilai 7 suku berikutnya

```
deret_a <- PKL(3, 2, 3, 5, 7); deret_a

## [1] 4 1 0 3 4 1 0
```

1b

Prediksi nilai suku ke 100

```
suku_ke100 <- PKL(x0=3, a=2, c=3, m=6, n=100)[100]
cat("Suku ke-100 =", suku_ke100)

## Suku ke-100 = 3
```

Dapat dilihat dari pola rekursif pada bagian a, bahwa PKL mulai berulang setelah 4 bilangan, sehingga periodenya 4. Artinya suku ke-100 dapat ditentukan melalui pengulangan angka 4,1,0,3. Karena 100 habis dibagi 4, maka suku ke-100 bernilai 3.

1c

Periode pada bagian a.

Periode adalah deret berulang terpendek. Di sini PKL berulang setelah 4 bilangan, sehingga periode = 4. Berikut function untuk menghitung periode dari PKL

```
period <- function(x0, a, c, m, n){
  xn <- PKL(x0, a, c, m, n)

  for(i in 2:n){
    if(xn[i] == xn[1]){
      periode <- i-1
      break
    }
  }
  return(periode)
}

period(3, 2, 3, 5, 7)

## [1] 4
```

1d

Periode jika $x_0 = 5$

```
deret_d <- PKL(5, 2, 3, 5, 7); deret_d

## [1] 3 4 1 0 3 4 1
```

PKL berulang setelah 4 bilangan, sehingga periode = 4.

```
period(5, 2, 3, 5, 7)

## [1] 4
```

1e

Periode jika $x_0 = 2$

```
deret_e <- PKL(2, 2, 3, 5, 7); deret_e

## [1] 2 2 2 2 2 2 2
```

PKL berulang setelah 1 bilangan, sehingga periode = 1.

```
period(2, 2, 3, 5, 7)

## [1] 1
```

NOMOR 2

PKL akan menghasilkan periode yang maksimal jika dan hanya jika

1. FPB dari m dan c adalah 1
2. Faktor-faktor prima dari m membagi $a - 1$
3. Jika 4 membagi m, maka 4 harus membagi $a - 1$

Dengan ini kita dapat membuat fungsi untuk langsung memeriksa ketiga syarat ini

```
library(numbers)
CekMaxPeriod <- function(a, c, m){
  if(GCD(c, m)!= 1) return(FALSE) #Syarat I
  for(i in primeFactors(m)){
    if((a-1) %% i != 0) return(FALSE) #Syarat II
  }
  if(m %% 4 == 0 && (a-1) %% 4 != 0) return(FALSE) #Syarat III
  return(TRUE)
}
```

Fungsi ini akan menghasilkan TRUE apabila periode pada PKL maksimal, sebaliknya akan menghasilkan FALSE apabila periodenya tidak maksimal

2a

$$x_n = (43x_{n-1} + 5)\ mod\ 84$$

```
CekMaxPeriod(43, 5, 84)

## [1] FALSE
```

Periodenya tidak maksimal untuk setiap seed

2b

$$x_n = (43x_{n-1} + 5)\ mod\ 126$$

```
CekMaxPeriod(43, 5, 126)

## [1] TRUE
```

Periodenya maksimal untuk setiap seed

NOMOR 3

$$x_{n+1} = (x + 5)\ mod\ 13$$

3a

Menggunakan function pada nomor 2, akan diperiksa apakah PKL tersebut akan menghasilkan sebuah periode yang maksimal untuk setiap seed atau tidak

```
CekMaxPeriod(1, 5, 13)

## [1] TRUE
```

Periodenya maksimal

3b

Dengan rumus PKL tersebut dan dengan rumus:

$$u_n = \frac{x_n}{m}, \quad n = 1,2,3,..$$

serta seed $x_0 = 17$, bangkitkan lima buah bilangan seragam (0, 1).

```
xn <- PKL(17, 1, 5, 13, 5)
un <- xn/13; un

## [1] 0.69230769 0.07692308 0.46153846 0.84615385 0.23076923
```

NOMOR 4

Diberikan data 20 bilangan uniform (0,1) dengan 4 digit desimal, anggap sebagai sebuah bilangan yang memiliki 4 digit angka. Peluang bahwa semua digit itu berbeda adalah $\frac{10}{10} \times \frac{9}{10} \times \frac{8}{10} \times \frac{7}{10} = 50.4\%$

```
prob <- (10/10)*(9/10)*(8/10)*(7/10) ; prob

## [1] 0.504
```

Artinya dalam sekitar 49.6% kasus, kita berharap bilangan tersebut setidaknya memiliki dua digit yang sama.

Dapat dilakukan uji poker dengan hipotesis sebagai berikut:

$$H_0: Data\ menyebar\ Mult(20{,}0.504{,}0.496)$$

$$H_a: Data\ tidak\ menyebar\ Mult(20{,}0.504{,}0.496)$$

```
data <- c("7711", "2379", "1048", "4956", "9874", "0670", "3668", "4097",
"6625", "9824", "0862", "5733", "6300", "2305", "9159", "3853", "7372",
"9223", "5335", "3311")

digit_beda <- function(x) {
  bilangan <- unlist(strsplit(x, ""))
  length(unique(bilangan)) == length(bilangan)
}

beda <- 0
sama <- 0
for(i in data){
  ifelse(digit_beda(i) == TRUE, beda <- beda + 1, sama <- sama + 1)
}

tabel <- data.frame(Nilai = c("Digit berbeda", "Digit sama"), Frekuensi =
c(beda, sama));tabel

##           Nilai Frekuensi
## 1 Digit berbeda         8
## 2    Digit sama        12
```

Uji suai khi-kuadrat dengan $\pi_1 = 0.504$ dan $\pi_2 = 0.496$

```
n <- length(data)
o_i <- tabel$Frekuensi
pi_i <- c(prob,(1-prob))
e_i <- pi_i*n

diskrepansi <- sum((o_i-e_i)^2 / e_i)
pvalue <- 1-pchisq(diskrepansi, df=(length(e_i)-1))
```

```r
cat("Diskrepansi =", diskrepansi, "\n")
```

```
## Diskrepansi = 0.8653354
```

```r
cat("p-value =", pvalue)
```

```
## p-value = 0.3522499
```

p-value $= 0.3522 > 0.1$, sehingga tidak ada bukti untuk menolak H_0. Artinya dengan kepercayaan 95%, kita yakin bahwa datanya acak dan lulus uji poker.

NOMOR 5

Sebuah pembangkit bilangan acak bernama RANDI menghasilkan 40 koordinat acak yang terbagi dalam 3 bagian.

A = 18 titik

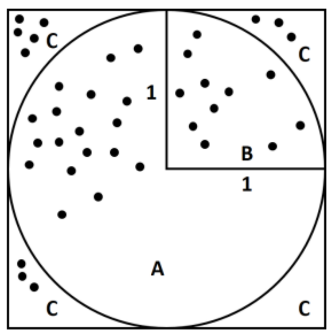
B = 11 titik

C = 11 titik

Uji kedimensionalan untuk menentukan apakah data tersebut acak seragam dalam 2 dimensi atau tidak.

$$H_0: Data\ acak\ seragam\ dalam\ 2\ dimensi$$

$$H_a: Data\ tidak\ acak\ seragam\ dalam\ 2\ dimensi$$



Proporsi luas:

1. Luas total adalah luas persegi dengan panjang sisi 2, sehingga total luasnya 4
2. Luas bagian A adalah $\frac{3}{4}$ luas lingkaran dengan jari-jari 1
3. Luas bagian B adalah $\frac{1}{4}$ luas lingkaran dengan jari-jari 1
4. Luas bagian C adalah luas persegi dengan panjang sisi 2 dikurangi luas lingkaran dengan jari-jari 1

```
r <- 1
luas_total <- 4
luas_A <- (3/4)*pi*r^2
luas_B <- (1/4)*pi*r^2
luas_C <- 4 - pi*r^2
pi_A <- luas_A/luas_total
pi_B <- luas_B/luas_total
pi_C <- luas_C/luas_total

A <- 18
B <- 11
C <- 11
```

```r
n <- A+B+C
o_i <- c(A,B,C)
pi_i <- c(pi_A, pi_B, pi_C)
e_i <- pi_i*n

diskrepansi <- sum((o_i-e_i)^2 / e_i)
pvalue <- 1-pchisq(diskrepansi, df = length(e_i)-1)

cat("Diskrepansi =", diskrepansi, "\n")

## Diskrepansi = 3.253057

cat("p-value =", pvalue)

## p-value = 0.1966109
```

p-value $= 0.1966 > 0.1$, sehingga tidak ada bukti untuk menolak H_0. Artinya dengan kepercayaan 95%, kita yakin bahwa pembangkit bilangan acak RANDI acak seragam dalam 2 dimensi.

NOMOR 6

Pembangkit Kongruen Kuadratik (PKK):

$$x_{n-1} = (ax_n^2 + bx_n + c)\ mod\ m, \quad n = 0,1,2,\ldots$$

6a

Buat fungsi R untuk menghasilkan n bilangan pertama dari PKK dengan input x_0, a, b, c, m, dan n.

```
PKK <- function(x0, a, b, c, m, n) {
  xn <- x0
  output <- NULL
  for (i in 1:n) {
    xn <- (a*xn^2 + b*xn + c) %% m
    output <- c(output, xn)
  }
  return(output)
}
```

6b

Dengan $x_0 = 1$, $a = 422$, $b = 634$, $c = 424$, $m = 211^2$, bangkitkan 200 bilangan pertama.

```
m <- 211^2
deret_200 <- PKK(1, 422, 634, 424, m, 200); deret_200
```

```
##   [1]  1480  7601 21740  2752 43055 12462  3391 19218 18798  5507 27242
42858
##  [13] 11210 24716 42231 22610 13750 19027 41817 40975 19877 26420 19459
2370
##  [25] 23050 40354 13137 33817 16728  9767 16310 39733 38891 17160 22437
13577
##  [37] 38477 11471 24977 37850  8945 30680 17389 16969 32796 23725 37653
33435
##  [49] 14447 28586 34707 36186 36399 38722  2010 18681  3069  3071 22063
18900
##  [61] 41479  4134 43804 30302 11525 35370 16171  1825 40229  1196 21665
15970
##  [73] 32008 28634  9224 21675 24842 22101 16828 12399 12190 19577 37936
26122
##  [85] 32032 14521 21486 11782 33306   392  5458  7359  9471 15170 27832
6312
##  [97] 43028  7793 37546  2100 38394 16241 28059 32703 33549 33973 37351
2538
## [109] 21952  9927 14360 38627 41583 26604 41587   866 41380 32942 23449
16277
## [121] 14802 22400 42447 33798 44350 32958  2998  2367 34441 13554 32124
4485
```

```
## [133] 23055  2168 34242 33611  3651 36780  2811 38683 14209 21807 20332
13160
## [145]  3667 39750 35743 39543 10005 39547 42503 22249 26682 14657 34071
43779
## [157]  2636  3060  3906  8550 20368 42736 34509 43584 28816 38102 30297
8777
## [169] 21439 27138 29250 31151 36217  3303 24827 15123 22088  4577 10487
43194
## [181] 17032 24419 24210 19781 14508 11767 14934 27385  7975  4601 20639
14944
## [193] 35413 40901 34784 20438  1239 25084  6307 37326
```

6c

Dari 200 bilangan tersebut, pilih 100 bilangan berurutan (misal ke-1 sampai ke-100, atau ke-12 sampai ke-111, dll.), ubah ke seragam (0,1) dengan

$$u_n = \frac{x_n}{m}$$

```r
un <- deret_200[17:116] / m
print(head(un, 5))

## [1] 0.3088430 0.4273714 0.9392646 0.9203522 0.4464635
```

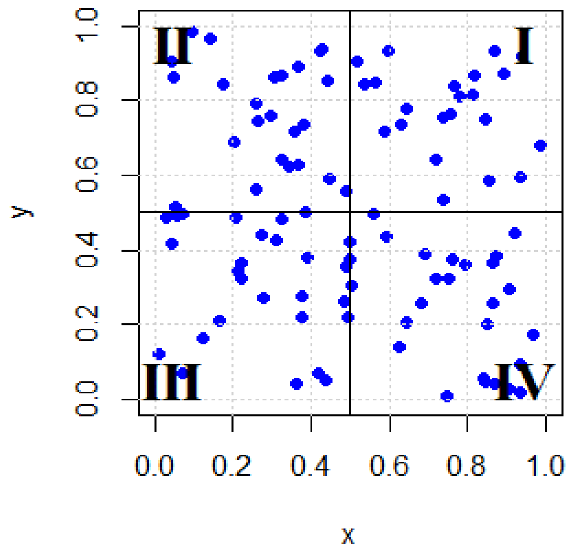
6d

Lakukan uji kedimensional 2 dimensi pada 100 nilai data yang telah dibangkitkan pada bagian (c) untuk cek keacakan seragam.

```r
x <- un[1:99]
y <- un[2:100]
titik <- data.frame(x = x, y = y)
print(head(titik, 4))

##           x         y
## 1 0.3088430 0.4273714
## 2 0.4273714 0.9392646
## 3 0.9392646 0.9203522
## 4 0.9203522 0.4464635

par(mar=c(4,4,4,9))
plot(titik$x, titik$y, xlab = "x", ylab = "y", pch = 19, col = "blue", xlim =
c(0,1), ylim = c(0,1))
grid()
abline(h = 0.5, v = 0.5, col = "black", lty = 1)
text(0.95, 0.95, "I", cex = 2, col = "black", family = "serif", font = 2)
text(0.05, 0.95, "II", cex = 2, col = "black", family = "serif", font = 2)
text(0.05, 0.05, "III", cex = 2, col = "black", family = "serif", font = 2)
text(0.95, 0.05, "IV", cex = 2, col = "black", family = "serif", font = 2)
```




```
koor1 <- 0
koor2 <- 0
koor3 <- 0
koor4 <- 0

for(i in 1:length(x)){
  if(x[i] > 0.5 && y[i] > 0.5) koor1 <- koor1 + 1
  if(x[i] < 0.5 && y[i] > 0.5) koor2 <- koor2 + 1
  if(x[i] < 0.5 && y[i] < 0.5) koor3 <- koor3 + 1
  if(x[i] > 0.5 && y[i] < 0.5) koor4 <- koor4 + 1
}

koor <- data.frame(Koordinat = c("I", "II", "III", "IV"), Frekuensi =
c(koor1, koor2, koor3, koor4)) ; koor

##   Koordinat Frekuensi
## 1         I        22
## 2        II        25
## 3       III        27
## 4        IV        25
```

Uji kedimensionalan 2 dimensi untuk 100 data

$$H_0: Data\ acak\ dalam\ 2\ dimensi$$

$$H_a: Data\ tidak\ acak\ dalam\ 2\ dimensi$$

Dengan $n = 99$ dan $\pi_1 = \pi_2 = \pi_3 = \pi_4 = \frac{1}{4}$

```
n <- length(x)
o_i <- koor$Frekuensi
pi_i <- c(1/4,1/4,1/4,1/4)
e_i <- pi_i*n
```

```r
diskrepansi <- sum((o_i-e_i)^2 / e_i)
pvalue <- 1-pchisq(diskrepansi, df = length(e_i)-1)

cat("Diskrepansi=", diskrepansi, "\n")

## Diskrepansi= 0.5151515

cat("p-value =", pvalue)

## p-value = 0.9155503
```

p-value $= 0.9156 > 0.1$, sehingga tidak ada bukti untuk menolak H_0. Artinya dengan kepercayaan 95%, kita yakin bahwa 100 data acak dalam 2 dimensi.