

Modul Praktikum ke-5

Pembangkitan Peubah Acak (Pembangkit Kongruen, Uji Keacakan)

AKT1442 Simulasi Model Aktuaria

Semester Ganjil 2025/2026

Praktikum ke-5 ini dibagi menjadi **dua** sesi, yaitu:

- **Sesi 1** (Pukul 13:00-15:30 WIB): Mahasiswa harus mengerjakan soal-soal yang telah disediakan secara mandiri dan mengunggah jawabannya ke <https://ipb.university/prak-sma-2025> untuk mendapatkan poin tugas.
- **Sesi 2** (Pukul 15:30-17:00 WIB): Mahasiswa dipersilakan untuk mempresentasikan jawabannya untuk mendapatkan poin aktivitas partisipatif.

Soal-Soal:

1. Perhatikan rumus rekursif berikut:

$$x_n = (2x_{n-1} + 3) \bmod 5, \quad \text{untuk } n = 1, 2, 3, \dots$$

- (a) Misalkan *seed*-nya adalah $x_0 = 3$. Tentukan nilai tujuh suku berikutnya.
 - (b) Prediksi nilai suku ke-100.
 - (c) Tentukan periode untuk bagian (a).
 - (d) Tentukan periodenya apabila digunakan *seed* $x_0 = 5$.
 - (e) Tentukan periodenya apabila digunakan *seed* $x_0 = 2$.
2. Periksa apakah PKL-PKL berikut akan menghasilkan sebuah periode yang maksimal untuk setiap *seed*.
- (a) $x_n = (43x_{n-1} + 5) \bmod 84$, untuk $n = 1, 2, 3, \dots$
 - (b) $x_n = (43x_{n-1} + 5) \bmod 126$, untuk $n = 1, 2, 3, \dots$

3. Diberikan sebuah rumus PKL sebagai berikut:

$$x_{n+1} = (x_n + 5) \bmod 13, \quad \text{untuk } n = 0, 1, 2, \dots$$

- (a) Tanpa menghitung nilai x_1, x_2, x_3, \dots , periksa apakah PKL tersebut akan menghasilkan sebuah periode yang maksimal untuk setiap *seed*.
- (b) Gunakan rumus PKL tersebut dan rumus berikut:

$$u_n = \frac{x_n}{m}, \quad \text{untuk } n = 1, 2, 3, \dots$$

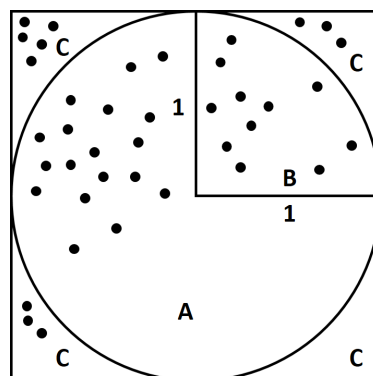
serta $x_0 = 17$ untuk membangkitkan lima buah bilangan seragam $(0, 1)$.

4. Perhatikan data berikut.

.7711, .2379, .1048, .4956, .9874, .0670, .3668, .4097, .6625, .9824
.0862, .5733, .6300, .2305, .9159, .3853, .7372, .9223, .5335, .3311

Periksa apakah data tersebut lulus uji poker.

5. Sebuah pembangkit bilangan acak bernama RANDI secara teori membangkitkan data acak seragam dalam 2 dimensi. Sebuah gambar dari 40 koordinat acak diberikan sebagai berikut.



Gunakan suatu uji yang tepat untuk menentukan apakah data tersebut acak seragam dalam 2 dimensi. Pastikan untuk menggunakan daerah-daerah yang dilabeli.

6. Pembangkit kongruen linear (PKL) adalah metode klasik yang digunakan untuk membangkitkan bilangan-bilangan *pseudorandom* seragam pada selang $(0, 1)$. Akan tetapi, metode ini memiliki kelemahan sehingga beberapa pembangkit kongruen taklinear diperkenalkan. Salah satunya adalah pembangkit kongruen kuadratik (PKK) yang merupakan suatu rumus rekursif dalam bentuk:

$$x_{n+1} = (a x_n^2 + b x_n + c) \bmod m, \quad \text{untuk } n = 0, 1, 2, \dots$$

dengan x_0, a, b, c , dan m adalah bilangan-bilangan bulat taknegatif yang diberikan.

- (a) Buat sebuah fungsi PKK di R dengan *input* x_0, a, b, c, m , dan n yang menghasilkan n bilangan pertama (x_1, x_2, \dots, x_n) yang diperoleh dari suatu PKK.
- (b) Misalkan $x_0 = 1, a = 422, b = 634, c = 424$, dan $m = 211^2$. Bangkitkan 200 bilangan pertama.
- (c) Dengan menggunakan 100 bilangan **berurutan** dari 200 bilangan yang telah dibangkitkan pada bagian (b), bangkitkan nilai-nilai data dari sebaran seragam $(0, 1)$. Catatan: Pemilihan 100 bilangan berurutan tadi boleh dimulai dari bilangan keberapapun. Misalnya, bilangan ke-1 hingga bilangan ke-100, bilangan ke-12 hingga bilangan ke-111, atau bilangan ke-101 hingga bilangan ke-200.
- (d) Lakukan uji kedimensionalan 2 dimensi pada 100 nilai data yang telah dibangkitkan pada bagian (c).