

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ВЕРОЯТНОСТИ ОШИБКИ НА БЛОК ОТ СПЕКТРА ГРАФА ТАННЕРА ДЛЯ МППЧ-КОДОВ

Ковшаров А.П., магистрант гр. М4239, Университет ИТМО, Санкт-Петербург.

Научный руководитель – Кудряшов Б. Д., д.т.н., профессор кафедры ИС, Университет ИТМО, Санкт-Петербург.

Для передачи данных через зашумленный канал используются различные коды с исправлением ошибок. Коды с малой плотностью проверок на четность или МППЧ-коды были введены Галагером в 1962 году, но из-за вычислительной сложности только недавно стали популярными, когда в работе Мак-Кея было показано, что их характеристики близки к характеристикам турбо-кодов, а декодирование проще и хорошо поддается распараллеливанию. Один из примеров – стандарт WiMAX.

МППЧ-код, как и любой линейный двоичный код, может быть задан проверочной матрицей H . Проверочная матрица состоит из строк, составляющих базис ортогональный пространству кодовых слов. Графом Таннера называется двудольный граф, построенный на матрице H как на матрице смежности. Узлы, соответствующие строкам, называются проверочными, а столбцам – символьными.

Декодирование происходит по принципу распространения доверия. Это итеративный процесс. Символьные узлы хранят логарифм отношения правдоподобия. Сначала обрабатывается информация о надежности проверочных узлов на основе смежных символьных, затем информация в символьных узлах на основе смежных проверочных и так далее. Такой алгоритм также называется алгоритмом обмена сообщениями. Важным допущением для работы этого алгоритма является отсутствие циклов в графе. Разумеется, в большинстве случаев это не так, но алгоритм все равно работает хорошо.

Также из алгоритма несложно заметить, и это широко известно, что чем больше длина кратчайшего цикла (обхвата), тем лучше работает алгоритм, так как для большего числа итераций выполняется гипотеза о независимости проверок (отсутствии циклов).

Естественно предположить, что успешность декодирования кроме длины кратчайшего цикла может зависеть от количества кратчайших циклов и количества циклов большего размера. Соответственно, можно проанализировать зависимость вероятности ошибки от распределения циклов в графе – спектра. Однако нахождение распределения простых циклов в графе – вычислительно сложная задача, кроме того, алгоритм обмена сообщениями не оперирует чем-либо изоморфным простым циклом, а скорее использует замкнутые пути. Но эти замкнутые пути обладают свойством не идти по одному ребру дважды подряд. Другими словами, придя в вершину, путь не может сразу же пойти назад. Кроме того, замкнутые пути, которые могут быть получены циклическим сдвигом друг из друга, должны считаться одинаковыми. Таким образом, анализ вероятности ошибки будет основан на спектре замкнутых путей графа Таннера (наборе чисел равных количеству замкнутых путей некоторых определенных длин).

Далее был разработан алгоритм, позволяющий находить данный спектр за время существенно меньшее времени моделирования определенного кода. Таким образом, демонстрация зависимости эффективности кода от спектра позволит ускорить отбор кодов при поиске наиболее эффективных.

Для исчерпывающего тестирования был разработан декодер с использованием CUDA, основной целью которого является быстрое моделирование передачи по каналу связи большого числа случайных сообщений для определения вероятности ошибки для данного кода при

заданном отношении сигнал/шум. Это позволило протестировать значительно большее число кодов при поиске зависимости.

Для построения графов использовался метод расширения базовых матриц. Так, например, из матрицы размера 5 на 10, можно получить матрицу размера 100 на 200 при параметре расширения 20. В расширенной матрице каждой вершине из базового графа будет соответствовать 20 новых вершин. Для этого нужно задать специальную разметку на ребрах, которая говорит, какие из вновь созданных экземпляров вершины должны быть соединены.

Таким образом были созданы несколько тысяч случайных матриц, из них была выбрана последовательность матриц, графы которых имеют попарно сравнимый спектр. После этого было показано, что без учета небольшого числа матриц-выбросов, наблюдается разделение матриц на кластеры согласно количеству циклов минимальной длины. При сравнении использовалось значение отношения сигнал/шум при котором достигается вероятность ошибки на блок 0.001. Более того, как и ожидалось, это значение было больше в кластерах, соответствующих большему количеству циклов. Следовательно, предлагаемый алгоритм анализа МППЧ кодов может быть использован для поиска и оптимизации эффективных МППЧ кодов.

Магистрант гр. М4239

_____ Ковшаров А.П.

Научный руководитель

_____ Кудряшов Б.Д.

Зав. кафедрой КТ, Университет ИТМО

_____ Васильев В.Н.