

## Лабораторная работа №4.1

### Задача Дирихле для уравнения Пуассона

### Решение тестовых задач методом Зейделя

Выполнил(а): \_\_\_\_\_

Группа: \_\_\_\_\_

#### *Постановки задач*

##### Тестовая задача тип 1 (вариант \_\_\_\_\_)

$$\Delta u(x, y) = \underline{\hspace{10cm}}$$

при  $x \in (\_, \_)$ ,  $y \in (\_, \_)$ ;

$$u(\_, y) = \underline{\hspace{2cm}} \qquad u(\_, y) = \underline{\hspace{2cm}},$$

$$u(x, \_) = \underline{\hspace{2cm}} \qquad u(x, \_) = \underline{\hspace{2cm}},$$

Решение задачи:  $u(x, y) = \underline{\hspace{5cm}}$

##### Тестовая задача тип 2 (вариант №2 или №5)

$$\Delta u(x, y) = \underline{\hspace{10cm}} \text{ при } x \in (\_, \_), y \in (\_, \_);$$

$$u(\_, y) = \underline{\hspace{2cm}} \qquad u(\_, y) = \underline{\hspace{2cm}},$$

$$u(x, \_) = \underline{\hspace{2cm}} \qquad u(x, \_) = \underline{\hspace{2cm}},$$

Решение задачи:  $u(x, y) = \underline{\hspace{5cm}}$

Указание: во всех экспериментах используйте метод Зейделя.

### 1. Тест наличия сходимости

Для тестовой задачи второго типа (тестовая задача варианта №2 или №5) проверьте наличие сходимости итерационного метода к решению разностной схемы, т.е. сходимости итерационного метода к решению линейной системы уравнений. С этой целью найдите численное решение разностной схемы на сетке некоторой фиксированной размерности (фиксируйте  $n$  и  $m$ ) при различных значениях критерия остановки метода  $\varepsilon_1$ . Диапазон изменения  $\varepsilon_1$  возьмите достаточно широким: от **0.1** до  $10^{-15}$ . Запишите, сколько итераций ( $N$ ) затрачено, какова достигнутая точность итерационного метода  $\varepsilon_2$ , а также укажите, с какой точностью  $\varepsilon_3$  решена тестовая задача. Заполните таблицу

Тест наличия сходимости (  $n = \underline{\hspace{1cm}}$  ,  $m = \underline{\hspace{1cm}}$  )

$\varepsilon_1$	$N$	$\varepsilon_2$	$\varepsilon_3$
<b>0.1</b>			
<b><math>10^{-15}</math></b>			

Постройте (от руки!) график точности решения тестовой задачи в зависимости от критерия остановки итерационного метода (зависимость  $\varepsilon_3$  от  $\varepsilon_1$ ) при фиксированных  $n, m$ . Объясните результаты эксперимента.

## 2. Тест наличия сходимости

Для тестовой задачи первого типа (тестовая задача любого из вариантов, кроме №2 или №5) проверьте наличие сходимости итерационного метода к решению разностной схемы, т.е. сходимости итерационного метода к решению линейной системы уравнений. С этой целью найдите численное решение разностной схемы на сетке некоторой фиксированной размерности (фиксируйте  $n$  и  $m$ ) при различных значениях критерия остановки метода  $\varepsilon_1$ . Диапазон изменения  $\varepsilon_1$  возьмите достаточно широким: от **0.1** до  $10^{-15}$ . Запишите, сколько итераций ( $N$ ) затрачено, какова достигнутая точность итерационного метода  $\varepsilon_2$ , а также укажите, с какой точностью  $\varepsilon_3$  решена тестовая задача. Заполните таблицу

Тест наличия сходимости (  $n = \underline{\hspace{1cm}}$  ,  $m = \underline{\hspace{1cm}}$  )

$\varepsilon_1$	$N$	$\varepsilon_2$	$\varepsilon_3$
<b>0.1</b>			
<b><math>10^{-15}</math></b>			

Постройте (от руки!) график точности решения тестовой задачи в зависимости от критерия остановки итерационного метода (зависимость  $\varepsilon_3$  от  $\varepsilon_1$ ) при фиксированных  $n, m$ . Объясните результаты эксперимента.

## 3. Сравнение тестов сходимости

Напишите, чем вы объясняете разницу в результатах тестов 1 и 2. Почему отличаются числа в последней клетке таблицы?

#### 4. Тест порядка сходимости

Для первой тестовой задачи проведите три эксперимента, в которых точность решения задачи ( $\varepsilon_3$ ) убывает со вторым порядком. Если наблюдается другое поведение  $\varepsilon_3$ , то объясните, не противоречит ли это второму порядку сходимости разностной схемы.

1. Для решения тестовой задачи использована сетка с числом разбиений по  $x$  и по  $y$   $n = \langle \text{_____} \rangle$   $m = \langle \text{_____} \rangle$   
и метод Зейделя с параметром  $\varepsilon_1 = \langle \text{_____} \rangle$ ;  
на решение задачи затрачено итераций  $N = \langle \text{_____} \rangle$   
и достигнута точность итерационного метода  $\varepsilon_2 = \langle \text{_____} \rangle$ ;  
тестовая задача решена с точностью  $\varepsilon_3 = \langle \text{_____} \rangle$ .

2. Для решения тестовой задачи использована сетка с числом разбиений по  $x$  и по  $y$   $n = \langle \text{_____} \rangle$   $m = \langle \text{_____} \rangle$   
и метод Зейделя с параметром  $\varepsilon_1 = \langle \text{_____} \rangle$ ;  
на решение задачи затрачено итераций  $N = \langle \text{_____} \rangle$   
и достигнута точность итерационного метода  $\varepsilon_2 = \langle \text{_____} \rangle$ ;  
тестовая задача решена с точностью  $\varepsilon_3 = \langle \text{_____} \rangle$ .

3. Для решения тестовой задачи использована сетка с числом разбиений по  $x$  и по  $y$   $n = \langle \text{_____} \rangle$   $m = \langle \text{_____} \rangle$   
и метод Зейделя с параметром  $\varepsilon_1 = \langle \text{_____} \rangle$ ;  
на решение задачи затрачено итераций  $N = \langle \text{_____} \rangle$   
и достигнута точность итерационного метода  $\varepsilon_2 = \langle \text{_____} \rangle$ ;  
тестовая задача решена с точностью  $\varepsilon_3 = \langle \text{_____} \rangle$ .