

Лабораторная работа №4

Численное решение задачи Коши для ОДУ

Постановка тестовой и основной задачи. Целью данной лабораторной работы является освоение одношаговых методов численного интегрирования задачи Коши для ОДУ с элементами оценки погрешности на шаге и управления шагом. Тестовая задача имеет вид:

$$\frac{du}{dx} = (-1)^{\text{№варианта}} \frac{(\text{№варианта})}{2} u$$
$$u(0) = u_0.$$
(1)

Основная задача №1 имеет вид:

$$\frac{du}{dx} = f(x)u^2 + u - u^3 \sin 10x$$
$$u(0) = u_0.$$
(2)

Основная задача №2 имеет вид:

$$\frac{d^2u}{dx^2} + g(x, u, u') = 0$$
$$u(0) = u_0, u'(0) = u'_0.$$
(3)

Функции $f(x)$, $g(x, u, u')$ определяются вариантом задания, см. табл. 3.

Решите тестовую и основные задачи, используя метод Рунге-Кутты 2 или 4-го порядка

- а. без контроля локальной погрешности (с постоянным шагом)
- б. с контролем локальной погрешности (параметр ε должен задаваться с клавиатуры).

Используйте счетчик итераций с контролем максимально допустимого числа итераций N_{max} , а также контроль выхода на правую границу b .

Для тестовой задачи постройте *графики точного и приближенного решений*. Для основной задачи №1 – *график приближенного решения*, для основной задачи №2 – *графики приближенного решения* (в различных осях координат), а также *фазовую траекторию*.

Результаты расчетов одношаговым методом нужно вывести в следующие таблицы:

Таблица 1

Расчет тестовой задачи методом Рунге-Кутты

i	x_i	v_i	$v2_i$	$v_i - v2_i$	ОЛП	h_i	C1	C2	u_i	$ u_i - v_i $
1										
...										
n										

Таблица 2

Расчет основной задачи методом Рунге-Кутты

№	x_i	v_i	$v2_i$	$v_i - v2_i$	ОЛП	h_i	C1	C2
1								
...								
n								

Здесь i – номер шага, (x_i, v_i) – точка приближенной траектории, вычисленная методом Рунге-Кутты с «текущим» шагом, $(x_i, v2_i)$ – точка приближенной траектории, вычисленная методом Рунге-Кутты с половинным шагом, ОЛП – оценка локальной погрешности на шаге, $h_i = x_i - x_{i-1}$ – текущий шаг, C1 – счетчик деления шага, C2 – счетчик удвоений шага, (x_i, u_i) – точка точной траектории.

В выходных данных программы должны быть указаны:

$n = \text{«} ___\text{»}$, $b - x_n = \text{«} ___\text{»}$,

$\max | \text{ОЛП} |$

общее число удвоений шага, общее число деления шага,

$\max h_i = \text{«} ___\text{»}$ при $x = \text{«} ___\text{»}$;

$\min h_i = \text{«} ___\text{»}$ при $x = \text{«} ___\text{»}$.

Для тестовой задачи: $\max |u_i - v_i| = \text{«} _____\text{»}$ при $x = \text{«} ___\text{»}$.

В отчет нужно включить поставки задач, описание метода, сведения о погрешности метода, результаты численных экспериментов: таблицы, графики и комментарии к ним.

Варианты заданий

№	$f(x)$	$g(x, u, u')$
1	$\frac{1}{1+x^4}$	$a \sin(u)$
2	$\frac{x}{1+x^2}$	$a^2 \sin(u) + b \sin(x)$
3	$\frac{1}{\sqrt[3]{1+x^2}}$	$a(u')^2 + bu$ $a, b > 0$
4	$\frac{x^3+1}{x^5+1}$	$au' u' + bu' + cu$ $a, b, c > 0$
5	$\frac{\ln(x+1)}{x^2+1}$	$a(u')^2 + b \sin(u)$ $a, b > 0$
6	$\frac{1}{2x+x^2}$	$a\sqrt{(u')^2+1}$
7	$\frac{1}{1+3x+x^2}$	$a\sqrt{(u')^2+1} + b$