

Лабораторная работа №1
Сравнение численных методов решения
задачи Дирихле для уравнения Пуассона

Выполнил(а): _____

Группа: _____ Вариант № _____

Тестовая задача варианта №2 или №5. (обведите свой вариант)

$$\Delta u(x, y) = \underline{\hspace{10cm}}$$

при $x \in (_, _)$, $y \in (_, _)$;

$$u(_, y) = \underline{\hspace{5cm}} \qquad u(_, y) = \underline{\hspace{5cm}},$$

$$u(x, _) = \underline{\hspace{5cm}} \qquad u(x, _) = \underline{\hspace{5cm}}.$$

$$u(x, y) = \underline{\hspace{10cm}}$$

Разностную схему для решения задачи Дирихле можно решить с помощью итерационных методов линейной алгебры.

Для исследования используйте методы:

1. Метод _____

2. Метод _____

С целью сравнения свойств этих методов для *тестовой задачи типа 2* проведите следующие эксперименты:

1. Найдите численное решение разностной схемы на сетке фиксированного размера $n^{(1)} = \underline{\hspace{2cm}}$, $m^{(1)} = \underline{\hspace{2cm}}$ при различных значениях *критерия остановки метода* ε_1 ($\varepsilon^{(1)}$, $\varepsilon^{(2)}$, $\varepsilon^{(3)}$). Запишите в таблице №1, сколько итераций N затрачено, какова *достигнутая точность итерационного метода* ε_2 , , с какой точностью ε_3 решена тестовая задача, какое время T затрачено на решение задачи и среднее время t проведения одной итерации.

2. Для сетки того же размера найдите численное решение разностной схемы при различных значениях *ограничения числа итераций* N ($N^{(1)}$, $N^{(2)}$, $N^{(3)}$). Запишите в таблице №2, какова *достигнутая точность итерационного метода* ε_2 , , с какой точностью ε_3 решена тестовая задача, какое время T затрачено на решение задачи и среднее время t проведения одной итерации.

3. Аналогично таблицам №1,2 заполните таблицы №3,4 при решении разностной схемы на сетке размера $n^{(2)} = \underline{\hspace{2cm}}$, $m^{(2)} = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. Напишите, в чем особенность тестовой задачи второго типа?

5. Объясните, что означает значение ε_3 для тестовой задачи второго типа?

6. Напишите, какой метод из двух является более предпочтительным? Обоснуйте свой ответ.

Сетка $n^{(1)} = \underline{\hspace{1cm}}$, $m^{(1)} = \underline{\hspace{1cm}}$, ограничение числа шагов 20000

Параметры метода:

[illegible]

Сетка $n^{(1)} = \underline{\hspace{1cm}}$, $m^{(1)} = \underline{\hspace{1cm}}$, точность метода $\varepsilon_1 = 10^{-16}$

Параметры метода:

[illegible]

Таблица №3

Сетка $n^{(2)} = \underline{\hspace{2cm}}$, $m^{(2)} = \underline{\hspace{2cm}}$, ограничение числа шагов 20000

Тип начального приближения :

Параметры метода:

ε_1	Метод 1 <u> </u>					Метод 2 <u> </u>				
	N	ε_2	ε_3	t	T	N	ε_2	ε_3	t	T
$\varepsilon^{(1)} = \underline{\hspace{2cm}}$ —										
$\varepsilon^{(2)} = \underline{\hspace{2cm}}$ —										
$\varepsilon^{(3)} = \underline{\hspace{2cm}}$ —										

Таблица №4

Сетка $n^{(2)} = \underline{\hspace{2cm}}$, $m^{(2)} = \underline{\hspace{2cm}}$, точность метода $\varepsilon_1 = 10^{-16}$

Тип начального приближения :

Параметры метода:

N	Метод 1 <u> </u>				Метод 2 <u> </u>			
	ε_2	ε_3	t	T	ε_2	ε_3	t	T
$N^{(1)} = \underline{\hspace{2cm}}$ —								
$N^{(2)} = \underline{\hspace{2cm}}$ —								
$N^{(3)} = \underline{\hspace{2cm}}$ —								

Пары методов на группу

<i>Гр. №</i>	Метод 1	Метод 2
1	Верхней релаксации , $\omega=\omega_{\text{opt}}$ (TopRelaxationMethod.dll)	Якоби (YakobiMethod.dll)
2	Минимальных невязок (MinimalDiscrepancyMethod.dll)	Верхней релаксации , $\omega=\omega_{\text{opt}}$ (TopRelaxationMethod.dll)
3	Сопряженных градиентов (ConjugateGradientsMethod.dll)	Минимальных невязок (MinimalDiscrepancyMethod.dll)
4	Сопряженных градиентов (ConjugateGradientsMethod.dll)	Зейделя (ZeidelMethod.dll)
5	Якоби (YakobiMethod.dll)	Простой итерации с чебышевским набором параметров, $K=10$, (ChebyshevSimpleIterationMethod.dll)
6	Зейделя (ZeidelMethod.dll)	Простой итерации, $\tau=\tau_{\text{opt}}$ (SimpleIterationMethod.dll)

Варианты заданий в группе

<i>в-м №</i>	$n^{(1)}m^{(1)}$	$n^{(2)}m^{(2)}$	$\varepsilon^{(1)}$	$\varepsilon^{(2)}$	$\varepsilon^{(3)}$	$N^{(1)}$	$N^{(2)}$	$N^{(3)}$
1	(20,20)	(200,200)	10^{-5}	10^{-7}	10^{-9}	30	300	1300
2	(50,50)	(500,500)	10^{-4}	10^{-6}	10^{-8}	40	400	1400
3	(30,30)	(300,300)	10^{-5}	10^{-7}	10^{-9}	20	200	1200
4	(40,40)	(400,400)	10^{-4}	10^{-6}	10^{-8}	40	400	1400
5	(30,30)	(300,300)	10^{-4}	10^{-6}	10^{-8}	50	500	1500
6	(20,20)	(200,200)	10^{-3}	10^{-5}	10^{-7}	10	100	1000