Исрафилов Р. (команда 4)

Коэффициенты РСх (13) методом трапеций.

Рассмотрим РСх:

$$\begin{cases} \frac{a_i}{h}(y_{i-1}-y_i) - \frac{a_{i+1}}{h}(y_i - y_{i+1}) - y_i d_i h = -\varphi_i h \\ \varphi_i = \frac{1}{h}\int\limits_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} f(x)\,dx \\ d_i = \frac{1}{h}\int\limits_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} q(x)\,dx \\ a_j = \left(\frac{1}{h}\int\limits_{x_{j-1}}^{x_j}\frac{dx}{k(x)}\right)^{-1}, \quad j=\overline{1,n} \\ i=\overline{1,n-1}, \ y_0 = a, \ y_n = b \end{cases}$$

Будем находить коэффициенты φ_i, d_i, a_j приближённо используя метод трапеций.

$$\tilde{\varphi}_i = \frac{1}{h}\,\frac{f(x_{i+\frac{1}{2}}) + f(x_{i-\frac{1}{2}})}{2}\,(x_{i+\frac{1}{2}} - x_{i-\frac{1}{2}}) =$$

$$= \frac{1}{2}\left(f(x_{i+\frac{1}{2}}) + f(x_{i-\frac{1}{2}})\right)$$

$$\tilde{d}_i = \frac{1}{h}\,\frac{q(x_{i+\frac{1}{2}}) + q(x_{i-\frac{1}{2}})}{2}\,(x_{i+\frac{1}{2}} - x_{i-\frac{1}{2}}) =$$

$$= \frac{1}{2}\left(q(x_{i+\frac{1}{2}}) + q(x_{i-\frac{1}{2}})\right)$$

$$\tilde{a}_j = \left[\frac{1}{h}\,\frac{\frac{1}{k(x_{j-1})} + \frac{1}{k(x_j)}}{2}\,(x_j - x_{j-1})\right]^{-1} =$$

$$= \left[\frac{k(x_j) + k(x_{j-1})}{2\,k(x_{j-1})\,k(x_j)}\right]^{-1} = \frac{2\,k(x_{j-1})\,k(x_j)}{k(x_j) + k(x_{j-1})}$$

Теперь рассмотрим случай, когда функции f, q, k имеют разрывы в точке ξ. (разрывы 1 рода).

$$\tilde{d}_i = \frac{1}{h}\,\frac{f_1(x_{i-\frac{1}{2}}) + f_1(\xi)}{2}\left(\xi - x_{i-\frac{1}{2}}\right) +$$

$$+\ \frac{1}{h}\,\frac{f_2(x_{i+\frac{1}{2}}) + f_2(\xi)}{2}\left(x_{i+\frac{1}{2}} - \xi\right)$$

$$\tilde{\varphi}_i = \frac{1}{h}\,\frac{q_1(x_{i-\frac{1}{2}}) + q_1(\xi)}{2}\left(\xi - x_{i-\frac{1}{2}}\right) +$$

$$+\ \frac{1}{h}\,\frac{q_2(x_{i+\frac{1}{2}}) + q_2(\xi)}{2}\left(x_{i+\frac{1}{2}} - \xi\right)$$

$$\tilde{a}_j = \Bigg[\frac{1}{h}\,\frac{k_1(x_{j-\frac{1}{2}}) + k_1(\xi)}{2k_1(x_{j-\frac{1}{2}})k_1(\xi)}\left(\xi - x_{j-\frac{1}{2}}\right) +$$

$$+\ \frac{1}{h}\,\frac{k_2(x_{j+\frac{1}{2}}) + k_2(\xi)}{2k_2(x_{j+\frac{1}{2}})k_2(\xi)}\left(x_{j+\frac{1}{2}} - \xi\right)\Bigg]^{-1}$$