

1. Якщо логістична крива має вигляд $y_t = \frac{k}{1 + 10^{a+bt}}$ і відсутній повний ряд даних, то для оцінки параметрів можна скористатись методом трьох точок. Спочатку обираємо три точки, рівновіддалені одна від одної — на початку, середині й кінці ряду. Параметри визначаються з умови проходження логістичної кривої через ці три точки y_0 , y_1 і y_2 . Нехай відстань між y_0 і y_1 , y_1 і y_2 дорівнює n одиницям часу. Тоді отримаємо такі оцінки параметрів:

$$k = \frac{2y_0y_1y_2 - y_1^2(y_0 + y_2)}{y_0y_2 - y_1^2}, b = \frac{1}{n} \log \frac{y_0(k - y_1)}{y_1(k - y_0)}, a = \log \frac{k - y_0}{y_0}.$$

Так як при розрахунках використовується мало інформації про часовий ряд — всього три рівні і можливі похибки, то краще брати усереднені рівні, наприклад, середні геометричні.

Як зазначалося раніше, умовою застосування методу трьох точок є рівність відстаней по осі часу між обраними точками. Якщо ця умова не виконується, то можна скористатися цим методом, але необхідно знати значення асимптоти. Знаючи різноманітну інформацію, наприклад, фізичні постійні, природні ресурси, границі споживання сировини і продуктів можна оцінити асимптоту. Тоді оцінку параметрів можна зробити за двома точками і значення асимптоти $k = k^*$. Отримаємо такі оцінки параметрів:

$$a = \log \frac{k^* - y_0}{y_0}, \quad b = \frac{1}{n} \log \frac{y_0(k^* - y_1)}{y_1(k^* - y_0)}.$$

2. Таким же чином можна оцінити параметри логістичної кривої $y_t = \frac{k}{1 + be^{at}}$. Отримаємо такі оцінки параметрів:

$$a = \frac{1}{n} (\ln d_1 - \ln d_2), k = 1 : \left(\frac{1}{y_0} - \frac{d_1^2}{d_1 - d_2} \right), b = \frac{k - y_0}{y_0},$$

$$\text{де } d_1 = \frac{1}{y_0} - \frac{1}{y_1}, d_2 = \frac{1}{y_1} - \frac{1}{y_2}.$$

Якщо значення k відомо, $k = k^*$, то параметри a і b можна оцінити так:

$$b = \frac{x^* - y_0}{y_0}, \quad a = \frac{1}{n} \ln \left(\frac{x^*y_1 - 1}{b} \right).$$

Метод трьох точок досить простий, але він чутливий до величин значень y_0, y_1, y_2 , які є, взагалі-то кажучи, випадковими. Але цей

метод корисний особливо при уривчастих даних про досліджуване явище.

3. Розглянемо логістичну криву виду $y_t = \frac{k}{1 + ab^{-t}}$.

Якщо нам відомо значення k , $k = k^*$, то зробимо такі перетворення:

$$\frac{y_t}{k^*} = \frac{1}{1 + ab^{-t}}, \frac{k^*}{y_t} = 1 + ab^{-t}, \frac{k^*}{y_t} - 1 = ab^{-t}.$$

$$\text{Далі } \ln \left(\frac{k^*}{y_t} - 1 \right) = \ln a - t \ln b.$$

Отримали лінійне рівняння відносно t . Далі для оцінки параметрів і прогнозного інтервалу використовуємо раніше розглянуту теорію.

1 Адаптивні моделі прогнозування

При прогнозуванні екстраполяційними методами вважається, що тенденція в минулому збережеться і в майбутньому. Але якщо прогнозування відбувається в ситуації змінних умов або в короткостроковому періоді, то найбільш важливими є останні рівні ряду. Тому оцінювати інформацію необхідно по-різному: більш пізню інформацію необхідно оцінювати з більшим коефіцієнтом оцінювання, ніж інформацію минулого. У цьому випадку найбільш ефективними методами прогнозування є адаптивні, що враховують нерівноцінність рівнів ряду.

Адаптивні методи прогнозування — це моделі дисконтування даних, які досить швидко пристосовують свої параметри до зміни умов. Принцип дисконтування передбачає, що для побудови точних і надійних прогнозів більш пізніша інформація має більшу питому вагу по інформативності, ніж ранішня інформація. При оцінці параметрів адаптивних моделей рівням ряду надають різні ваги в залежності від їхнього впливу на сучасний момент. Це дозволяє враховувати зміни в тенденції, а також коливання. Великі значення ваг, що належать проміжку $(0,1)$, тобто більше 0.5, означає, що ці рівні більш цінні, а це останні рівні ряду. У попередніх рівнів ряду ваги менші 0.5. Перший випадок відповідає динамічним процесам, що швидко змінюються, а другий — більш стабільним.

Загальна схема побудови адаптивних моделей має такий вигляд. По декільком першим рівням ряду оцінюються параметри моделі. Далі будуємо прогноз за отриманою моделлю на один крок вперед. Відхилення

прогнозу від фактивних рівнів є похибкою прогнозу, за допомогою якої робиться коригування моделі. По скоригованій моделі розраховується прогнозна оцінка на один крок і т.д. Таким чином, модель враховує нову інформацію і в кінці відображає тенденцію розвитку процесу в поточний період.