МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ
Кафедра методов оптимального управления

НОВАШ Антон Юрьевич

ПРИМЕНЕНИЕ ДЕЦЕНТРАЗИВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ В ДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ ЭКОНОМИКИ

Курсовая работа
специальность 1-31 03 06 «Экономическая кибернетика»

Научный руководитель
канд. физ.-мат. наук
доцент Н.М. Дмитрук

Допущена к защите

«_____» ____________________ 2020 г.
Зав. кафедрой методов оптимального управления
канд. физ.-мат. наук, доцент Н.М. Дмитрук

Минск 2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

ГЛАВА 1

БЗЀ ЛИЂЕЀАЂЃЀЋ

В настоящей глава формулируются основные понятия и определения, используемые в курсовой работе. Приводится классификация (согласно работе [11]) принципов управления, используемых в современной теории управления. Объясняется принцип управления в режиме реального времени в применении к реализации оптимальных обратных связей в задачах оптимального управления с конечным горизонтом планирования [24].

1.1 Задачи оптимального управления

Человек занимается управлением на протяжении всей своей жизни для обеспечения желаемого течения тех или иных процессов или сам предпринимает необходимые действия и принимает соответсвующее решения.

Теория оптимального управления, отражающая современный этап развития вариационного исчилсения, возникла в середине XX века в связи с задачами, поставленными практикой в различных областях развития новой техники.

Существует два взгляда на теорию оптимального управления. Согласно одному из них, теория оптимального управления — раздел современного вариационного исчисления. В соответствии с этим взглядом дадим следующее определние. Управления — элементы функциональных пространств, по которым ищется экстремум выбранного функционала качества. Главной задачей данной теории является анализ решения экстремальной задачи (существование, единственность, непрерывная зависимость решений, необходимые и достаточные условия оптимальности).

Другой взгяд трактует данную теорию как раздел современной теории управления, представляющей естественное развитие классической теории управления. В этом случае выделим следующее определения для управления. Управления — это процесс, в котором для достижения нужного поведения объекта управления в каждый текущий момент времени создаются целенаправленные (управляющие) воздействия на объект управления в зависимотси от доступной к этому моменту информации о поведении объекта и действующих на него возмущений.

1.2 Программные и позиционные решения

При управлении динамическим объектом используются три принципа: управление по разомкнутому контуру (программное управление), управление по замкнутому контуру (позиционное управление), управление в реальном времени.

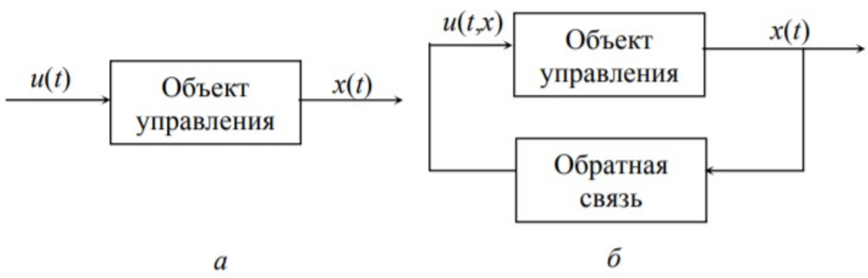

Рис. 1.1: а) разомкнутый контур; б) замкнутый контур

Определение 1.1 Программное управление — управление, при котором (программные) управляющие воздействия (программы) планируются по априорной информации до начала процесса управления и не корректируются в процессе управления.

Программное управление редко применяется на практике, поскольку не учитывает неточности математического моделирования физических систем и возмущения, косвенная информация о которых доступна, как правило, в процессе управления. Фундаметом этого метода является принцип максимума Понтрягина.

Определение 1.2 Позиционное управление — управление, при котором (позиционные) управляющие воздействия создаются в процессе управления по текущим позициям, которые аккумулируют информацию, доступную к текущему моменту.

Определение 1.3 Синтез оптимальных систем управления — построение оптимальных позиционных управляющих воздействий.

При создании систем по принципу замкнутого контура используются связи трех типов:*прямые*, *обратные* и *комбинированные* (рис. 1.2).

Связь называется прямой, если она преобразует в управляющее воздействие доступную информацию о наблюдаемых входных сигналах. Обратная

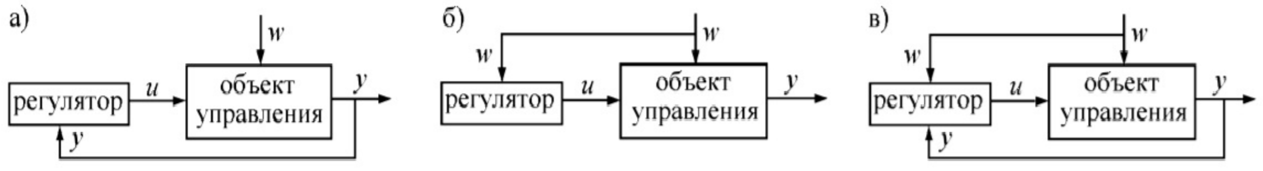

Рис. 1.2: а) обратная связь; б) прямая связь; в) комбинированная связь

связь по состоянию преобразует в управляющее воздействие информацию о состоянии объекта. В комбинированной связи преобразуется информация обоих типов.

Для позиционного управления характерна следующая особенность. Проблема синтеза в рамках принципа управления по замкнутому контуру не удается решить из-за проклятия размерности ни с помощью принципа максимума, ни с помощью динамического программирования Беллмана.

Решение данной проблемы состоит в переходе к современному принципу управления — оптимальному управлению в реальном времени. При управлении динамическим объектом в реальном времени связи не строятся, а необходимые для управления их текущие значения формируются в реальном времени по ходу каждого конкретного процесса.

1.3 Реализация оптимальных обратных связей в реальном времени

Принцип управления в реальном времени и подход к реализации оптимоной обратной связи в реальном времени опишем на примере следующей задачи оптимального управления.

$$c^T x(t_f) \to \min, \tag{1.1}$$

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u, \quad x(t_0) = x_0^*,$$

$$x(t_f) \in X_f, \quad u(t) \in U, \quad t \in T = [t_*, t^*],$$

где $x = x(t) \in \mathbb{R}^n$ — состояение модели управления в момент времени t, $u = u(t) \in \mathbb{R}^r$ — значение управляющего воздействия в момент t, $A(t) \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $B(t) \in \mathbb{R}^{n\times r}$, x_0^* — известное начальное состояние объекта. $X_f = \{x \in \mathbb{R}^n : g_* \leq Hx \leq g^*\}$ — терминальное множество, $H \in \mathbb{R}^{m\times n}$, g_*, $g^* \in \mathbb{R}^m$; $U = \{u \in \mathbb{R}^r : u_* \leq u \leq u^*\}$ — множество доступных значений управляющего воздействия.

Определение 1.4 Управляющее воздействие $u(t) \in U$, $t \in T$, называется программой, если соответствующая ему траектория $x(t)$, $t \in T$, математической модели (1.1) удовлетворяет условию $x(t_f) \in X_f$.

Определение 1.5 Программа $u^0(t)$, $t \in T$, называется оптимальной (программным решением задачи (1.1)), если на соответствующей ей (оптимальной) траектории $x^0(t)$, $t \in T$, выполняется равенство $c^T x^0(t_f) = \min_u c^T x(t_f)$, где минимум ищется среди всех программ.

Задача (1.1) рассматривается в классе дискретных управляющих воздействий:

$u \equiv u(\tau), t \in [\tau, \tau+h[, \tau = T_h = \{t_*, t_*+h, ..., t^*-h\}(h = (t^*-t_*)/N, N > 0)$.

Чтобы ввести понятие классической оптимальной обратной связи, погрузим задачу (1.1) в семейство задач

$$c^T x(t_f) \to \min, \tag{1.2}$$

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u, \quad x(\tau) = z,$$

$$x(t_f) \in X_f, \quad u(t) \in U, \quad t \in T(\tau) = [\tau, t^*],$$

Пусть $u^0(t|\tau, z), \quad t \in T(\tau)$, — оптимальная программа задачи (1.2)) для позиции (τ,z).

Функция

$$u^0(\tau, z) = u^0(\tau|\tau, z), \quad z \in X_\tau, \quad \tau \in T_h, \tag{1.3}$$

называется оптимальной обратной связью (позиционным решением задачи (1.1)).

Оптимальная обратная связь (1.3) предназначена для управления физическим объектом. Замкнем ею объект управления и запишем поведение замкнутой системы в форме

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u^0(t, x) + \omega, \; x(t_*) = x_0, \tag{1.4}$$

где $u^0(t, x) = u^0(t, x(t)) \equiv u^0(\tau, x(\tau)), \quad t \in [\tau, \tau+h[, \quad \tau \in T_h, \omega$ — возмущение, действующее на физичиский объект в процессе управления.
Рассмотрим поведение систымы (1.4) в конкретном процессе управления.

$$\dot{x^*}(t) = A(t)x^*(t) + B(t)u^0(t, x^*(t)) + \omega^*(t), \quad x^*(t_*) = x_0,$$

$$u^*(t) \equiv u^0(\tau, x^*(\tau)) = u^0(\tau|\tau, x^*(\tau)), \quad t \in [\tau, \tau+h[, \quad \tau \in T_h,$$

Функцию $u^*(t), t \in T$, будем называть реализацие опитмальной обратной связи (1.3) в конкретном процессе управления.

Перейдём к описанию принципа оптимального управления в реальном времени, при котором обратная связь (1.3) не строится, а при каждом $\tau \in T_h$ текущее управляющее воздействие $u^*(\tau)$ создаётся в процессе управления для текущей позиции $(\tau, x^*(\tau))$.

Пусть $\delta(\tau)$ — время вычисления значения $u^*(\tau), \tau \in T_h$.

Определение 1.6 Устройство, способное вычислять значение $u^*(\tau), \tau \in T_h$ за время $\delta(\tau) < h$, называется оптимальным регулятором, реализующим оптимальную обратную связь (1.3) в реальном времени.

Из определия оптимальной обратной связи, оптимальный регулятор в каждый момент времени $\tau \in T_h$ должен решить задачу

$$c^T x(t_f) \to \min, \tag{1.5}$$
$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u, \quad x(\tau) = x^*(\tau),$$
$$x(t_f) \in X_f, \quad u(t) \in U, \quad t \in T(\tau).$$

Для решения задачи (1.5) будем использовать динамическую реализацию специального двойственного метода линейного программирования, исходя из следующих особенностей задачи, стоящей перед оптимальным регулятором. Предположим, что оптимальный регулятор в предыдущий момент $\tau - h$ для вычисления значения $u^*(\tau - h)$ решил задачу (1.2) для позиции $(\tau - h, x^*(\tau - h))$:

$$c^T x(t_f) \to \min, \tag{1.6}$$
$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u, \quad x(\tau - h) = x^*(\tau - h),$$
$$x(t_f) \in X_f, \quad u(t) \in U, \quad t \in T(\tau - h).$$

Управляющее воздействие $u^*(t) \equiv u^0(\tau - h|\tau - h, x^*(\tau - h)), t \in [\tau - h, \tau[$, поданное на физический объект управления,вместе с возмущение $\omega^*(t)$, $t \in [\tau - h, \tau[$, перевод его в состояние $x^*(\tau)$. При малых периодах квантования h и ограниченных возмущениях $\omega(t), t \in T$, это состояние незначительно отличается от состояния $x^0(\tau)$, в которое перешел бы объект управления (1.4) при отсутствии возмущения. Таким образом, можно говорить о малом отличии (в смысле близости точек переключения оптимальных программ) задачи (1.6) решённой оптимальным регулятором на промежутке $[\tau - h, \tau[$, от задачи (1.5), которую он должен решить на промежутке $[\tau, \tau + h[$. Поскольку при вычислении оптимальных программ основные затраты времени падают на интегрирование дифференциальных уравнений, то предложенный двойственный метод решения задачи (1.5) быстро находит точки переключения новой оптимальной программы $u^0(t|\tau, x^*(\tau)), t \in T(\tau)$, используя информацию о точках переключения оптимальной программы $u^0(t|\tau - h, x^*(\tau - h)), t \in T(\tau - h)$. Можно сделать вывод, что текущие значения оптимальной обратной связи можно эффективно вычислять с помощью двойственного метода линейного программирования.

В настоящей глава были рассмотрены основные понятия и определения. Была описана классификация принципов управления, используемых в современной теории управления. Рассмотрен принцип управления в режиме реального времени в применении к реализации оптимальных обратных связей в задачах оптимального управления с конечным горизонтом планирования.

ГЛАВА 2

ПЂИМАЛЌНЕ ІЕНЂЀАЛИЗВАННЕ ЃПЀАВЛЕНИЕ В ЍКНМИЇЕЁКЙ ЗАДАЇЕ

В данной главе описывается сведение задачи оптимального управления к задаче линейного программирования. Формулируется и решается линейная задача оптимального управления.Рассматривается алгоритм централизованного управления.

2.1 Построение программных решений

Кратко остановимся на методе решения задачи (1.5). В классе дискретных управлений задача (1.5) сводится к задаче линейного программирования. Для этого запишем формулу Коши для линейной системы.

$$x(t^*) = F(t^*,\tau)x^*(\tau) + \int_\tau^{t^*} F(t^*,t)B(t)u(t), \tag{2.1}$$

где $F(t^*,t)$ — фундаментальная матрица, т.е. решения уравнения

$$\dot{F}(t^*,t) = -F(t^*,t)A(t), \quad F(t^*,t^*) = E.$$

Инеграл в правой часть равенства (2.1) запишем следующим образом:

$$x(t^*) = F(t^*,\tau)x^*(\tau) + \sum_{s=\tau}^{t^*-h} \int_s^{s+h} F(t^*,t)B(t)\,dtu(s). \tag{2.2}$$

Используя (2.2) запишем левую часть терминального ограничения:

$$Hx(t^*) = HF(t^*,\tau)x^*(\tau) + \sum_{s=\tau}^{t^*-h} \int_s^{s+h} HF(t^*,t)B(t)\,dtu(s). \tag{2.3}$$

Равенство (2.3) перепишем в виде:

$$Hx(t^*) = \Phi(\tau)x^*(\tau) + \sum_{s=\tau}^{t^*-h} D(s)u(s).$$

где введены следующие обозначения:

$$\Phi(t) = HF(t^*, t) \quad \Phi(t^*) = H, \quad \dot{\Phi} = -\Phi A(t);$$
$$D(s) = \int_s^{s+h} \Phi(t)B(t)\,dt, \quad s \in T_h.$$

Таким образом,исходная задача (1.5) эквивалентна следующей задаче линейного программирования:

$$\sum_{t \in T_h(\tau)} c'(t)u(t) \to \min, \tag{2.4}$$

$$g_*(\tau) \leq \sum_{s \in T_h(\tau)} D(s)u(s) \leq g^*(\tau),$$
$$u_* \leq u(t) \leq u^*, \quad t \in T_h(\tau).$$

где

$$c'(t) = \int_s^{s+h} F(t^*, t)B(t)\,dt, \quad s \in T_h,$$

$$g_*(\tau) = g_* - \Phi(\tau)x^*(\tau), \quad g^* - \Phi(\tau)x^*(\tau).$$

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1 Агаев, Р.П. Сходимость и устойчивость в задачах согласования характеристик (обзор базовых результатов) / Р.П. Агаев, П.Ю. Чеботарев // УБС. – 2010. – Вып. 30.1. – С. 470–505.

2 Асеев С. М., Кряжимский А. В. Принцип максимума Понтрягина и задачи оптимального экономического роста //Труды Математического института имени ВА Стеклова. – 2007. – Т. 257. – №. 0. – С. 3-271.

3 Балашевич, Н.В. Построение оптимальных обратных связей по математическим моделям с неопределенностью / Н.В. Балашевич, Р. Габасов, Ф.М. Кириллова // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 2004. – Т. 44, № 2. – С. 265-286.

4 Балашевич, Н.В. Численные методы программной и позиционной оптимизации линейных систем управления / Н.В. Балашевич, Р. Габасов, Ф.М. Кириллова // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 2000. – Т. 40, № 6. – С. 838-859.

5 Беллман, Р. Динамическое программирование / Р. Беллман. – М.:Инностранная литература, 1960. – 400 с.

6 Данциг, Д. Линейное программирование, его применения и обобщения / Д. Данциг. – М.: Прогресс, 1966. – 600 с.

7 Дмитрук Н.М., Габасов Р., Калинин А.И. Децентрализованные стратегии в задачах опти-мального управления и стабилизации взаимосвязанных динамических систем: отчет о НИР (заключительный) / НИИ ППМИ; науч. рук. Дмитрук, Н.М. – 71 с.

8 Дмитрук, Н.М. Оптимальное управление взаимосвязанными объектами // В сборнике "Динамика систем и процессы управления Труды Международной конференции, посвященной 90-летию со дня рождения академика Н.Н. Красовского". – Изд-во: Институт математики и механики УрО РАН им. Н.Н. Красовского, Екатеринбург, 2015. – С. 147-154.

9 Дмитрук, Н.М. Оптимальное управление мультиагентными динамическими системами в условиях неопределенности / Н.М. Дмитрук // Доклады НАН Беларуси. – 2014. – Т. 58, № 2. – С. 11-15.

10 Габасов Р., Кириллова Ф.М., Во Тхи Тань Ха. Оптимальное управление в реальном времени многомерным динамическим объектом // Автоматика и телемеханика. 2015. № 1. С. 121–135.

11 Габасов, Р. Принципы оптимального управления / Р. Габасов, Ф.М. Кириллова // Докл. НАН Беларуси. – 2004. – Т. 48, № 1. – С. 15-18.

12 Габасов, Р. Оптимальное децентрализованное управление динамическими системами в условиях неопределенности / Р. Габасов, Н.М. Дмитрук, Ф.М. Кириллова // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 2011. – Т. 51, № 7. – С. 1209-1227.

13 Габасов, Р. Оптимальное управление динамическим объектом по совершенным измерениям его состояний / Р. Габасов, Ф.М. Кириллова, Н.С. Павленок // Докл. Академии наук. – 2012. – Т. 444, № 4. – С. 371-375.

14 Габасов, Р. Оптимальное децентрализованное управление группой динамических объектов / Р. Габасов, Н.М. Дмитрук, Ф.М. Кириллова // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 2008. – Т. 48, № 4. – С. 593-609.

15 Габасов Р. Ф., Кириллова Ф. М. Оптимизация линейных систем: Методы функционального анализа. – Изд-во Белорус. гос. ун-та, 1973.

16 Габасов Р., Кириллова Ф.М., Павленок Н.С. Оптимальное управление динамическим объектом по совершенным измерениям его состояний // Доклад Академии

17 Габасов Р., Кириллова Ф. М., Костюкова О. И. Оптимизация линейной системы управления в режиме реального времени //Известия РАН. Техническая кибернетика. – 1992. – Т. 4. – С. 3-19.

18 Габасов Р., Кириллова Ф.М., Костина Е.А. Замыкаемые обратные связи по состоянию для оптимизации неопределенных систем управления // Автоматика и телемеханика, 1996

19 Габасов Р., Н.М. Дмитрук, Ф.М. Кириллова. Оптимальное наблюдение за нестационарными системами // Известия РАН. Теория и системы управления. № 3, 2002. С. 35 – 46.

20 Габасов Р., Кириллова Ф. М. Принципы оптимального управления //Докл. НАН Беларуси. – 2004. – Т. 48. – №. 1. – С. 15-18.

21 Габасов Р., Кириллова Ф.М., Поясок Е.И. Оптимальное наблюдение в реальном времени линейного динамического объекта // Доклады Академии наук. 2013. Т. 448, № 3. С. 145–148.

22 Габасов Р., Н.М. Дмитрук, Ф.М. Кириллова. Оптимальное управление многомерными системами по неточным измерениям их выходных сигналов // Труды Института матема-тики и механики УрО РАН, Т.10, №2, 2004. С. 33-57.

23 Каляев И. А., Гайдук А. Р., Капустян С. Г. Модели и алгоритмы

коллективного управления в группах роботов //М.: Физматлит. – 2009. – Т. 280.

24 Кириллова, Ф.М. Синтез оптимальных систем – оптимальное управление в реальном времени / Ф.М. Кириллова, Н.М. Дмитрук, Р. Габасов // В сборнике "Динамика систем и процессы управления Труды Международной конференции, посвященной 90-летию со дня рождения академика Н.Н. Красовского". – Изд-во: Институт математики и механики УрО РАН им. Н.Н. Красовского, Екатеринбург, 2015. – С. 208-219

25 Кряжимский, А.В. Программный критерий разрешимости задачи позиционного наведения с неполной информацией. Линейные управляемые системы / А.В. Кряжимский, Н.В. Стрелковский// Труды Институт математики и механики УрО РАН. – 2014. – Т.20, № 3. – С. 132–147.

26 Куржанский, А.Б. Задача управления групповым движением. Общие соотношения / А.Б. Куржанский // Доклады РАН. – 2009. – Т. 426, № 1. – С. 20–25.

27 Куржанский, А.Б. О задаче группового управления в условиях препятствий / А.Б. Куржанский // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. Екатеринбург. – 2014. – Т. 20, № 3. – С. 166-179.

28 Малкин И.Г. Теория устойчивости движения – М., Наука, 1966

29 Петрикевич Я. И. Линейные алгоритмы управления геометрическим расположением объектов в многоагентной системе //Управление большими системами: сборник трудов. – 2010. – №. 30-1.

30 Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Физматгиз, 1961. 392 с.

31 Сетевые модели в управлении / Сборник статей (под ред. Д.А. Новикова, О.П. Кузнецова, М.В. Губко). – М.: Эгвес, 2011. – 443 с.

32 Фельдбаум А.А. Оптимальные процессы в системах автоматического регулирования // Автоматика и телемеханика. 1953. Т. 14, № 5. С. 712–728.

33 Constrained model predictive control: Stability and optimality / D.Q. Mayne [et. al] // Automatica. – 2000. – Vol. 36, no. 6. – P. 789-814.

34 Distributed model predictive control: A tutorial review and future research directions / P.D. Christofides [et. al] // Computers & Chemical Eng. – 2013. – Vol. 51. – P. 21–41.

35 Distributed model predictive control / E. Camponogara [et. al] // IEEE Control Systems Magazine. – 2002. – Vol. 22, no. 1. – P. 44-52.

36 Dmitruk, N.M. Optimal Measurement Feedback Control of Finite-time Continuous Linear Systems / N.M. Dmitruk, R. Findeisen, F. Allgöwer // 17th IFAC World Congress. Seoul, 2008.

37 Dmitruk, N. Robust Optimal Control of Dynamically Decoupled Systems via Distributed Feedbacks / N. Dmitruk // Optimization in the Natural Sciences. Communications in Computer and Information Science. – Springer, 2015. – Vol. 499. – P. 95-106.

38 Farina, M. Distributed predictive control: A non-cooperative algorithm with neighbor-to-neighbor communication for linear systems / M. Farina, R. Scattolini // Automatica. – 2012. – Vol. 48, no. 6. – P. 1088-1096.

39 Grune L., Pannek J. Nonlinear model predictive control. – Springer London, 2011.

40 Gabasov R., Kirillova F. M., Prischepova S. V. Optimal feedback control. – Springer, 1995.

41 Hopkin A.M. A phase plan approach to the compensation of saturating servomechanisms // Trans. AIEE. 1951. Pt. 1, Vol. 70. P. 631–639.

42 Jia, D. Min-max feedback model predictive control for distributed control with communication / D. Jia, B. Krogh // Proc. American Control Conference, 2002. – P. 4507-4512.

43 Karmarkar, N. A new polynomial-time algorithm for linear programming / N. Karmarkar // Combinatorica. – 1984. – Vol. 4, no. 4. – P. 373-395.

44 Keerthi, S.S. Optimal, ininite horizon feedback laws for a general class of constrained discrete time systems: Stability and moving-horizon approximations / S.S. Keerthi, E.G. Gilbert // Journal of Optimization Theory and Application. – 1988. – Vol. 57, no. 2. – P. 265-293.

45 Keviczky, T. Decentralized receding horizon control for large scale dynamically decoupled systems / T. Keviczky, F. Borrelli, G.J. Balas // Automatica. – 2006. – Vol. 42. – P. 2105-2115.

46 Kostina E., Kostyukova O. Worst-case control policies for (terminal) linear-quadratic control problems under disturbances // Int. J. of Robust and Nonlinear Control, 2009

47 Magni, L. Stabilizing decentralized model predictive control of nonlinear systems / L. Magni, R. Scattolini // Automatica. – 2006. – Vol. 43, no. 7. – P. 1231–1236.

48 Mehrotra, S. On the Implementation of a Primal-Dual Interior Point Method / S. Mehrotra // SIAM Journal on Optimization. – 1992. – Vol. 2. – P. 575–601.

49 Müller, M.A. Cooperative control of dynamically decoupled systems via distributed model predictive control / M.A. Müller, M. Reble, F. Allgöwer // Internat. Journal of Robust and Nonlinear Control. – 2012. – Vol. 22, no. 12. – P. 1376-1397.

50 Nocedal, J. Numerical Optimization / J. Nocedal, S.J. Wright. – Springer Series in Operations Research, Springer Verlag, 2006.

51 Rawlings, J.B. Model Predictive Control: Theory and Design / J.B. Rawlings, D.Q. Mayne. – Madison: Nob Hill Publishing, 2009. – 576 p.

52 Richards, A. Robust distributed model predictive control / A. Richards, J.P. How // Internat. Journal of Control. – 2007. – Vol. 80, no. 9. – P. 1517-1531.

53 Scattolini, R. Architectures for distributed and hierarchical model predictive control — a review / R. Scattolini // Journal of Process Control. – 2009. – Vol. 19, no. 5. – P. 723-731.

54 Siljak, D.D. Decentralized control of complex systems / D.D. Siljak. – London: Academic Press, 1991. – 525 p.

55 Trodden, P. Cooperative distributed MPC of linear systems with coupled constraints / P. Trodden, A. Richards // Automatica. – Vol. 49, no. 2. – P. 479–487.

56 Trodden, P. Distributed model predictive control of linear systems with persistent disturbances / P. Trodden, A. Richards // Internat. Journal of Control. – 2010. – Vol. 83, no. 8. – P. 1653-1663.