

MEDICIÓN DE RIESGOS FINANCIEROS



ESTIMACIÓN DE MODELOS FACTORIALES DE VALORACIÓN DE ACTIVOS

Autores: Antón Salvadores Muñiz y Ángel García Martínez.

Fecha: 27 de octubre de 2025

Índice

1	Selección de las 100 empresas	1
2	Caracterización de los componentes principales	1
3	Carteras réplica con las componentes principales	3
4	Comparación de carteras	4
5	Modelo factorial con CP	5
6	Análisis del modelo factorial: tipos de riesgo	5
7	Modelo BARRA	6
8	Modelo BARRA: descomposición del riesgo	6
8.1	Comparativa entre carteras	7
9	Comparativa entre PCA y BARRA	7
10	Conclusiones	8

1. Selección de las 100 empresas

La selección de nuestro conjunto de 100 empresas se ha llevado a cabo de forma arbitraria. Una vez depurado nuestro conjunto de datos, se ha optado por escoger, del conjunto restante de empresas, una de cada cinco. Dado que de este modo llegábamos a las 98 empresas, las dos que faltaban se han seleccionado del comienzo. Los datos proporcionados abarcan las cotizaciones diarias de las empresas comprendidas entre septiembre de 2011 y septiembre de 2025.

2. Caracterización de los componentes principales

Una vez seleccionada nuestra muestra de 100 empresas se procede a hacer el cálculo de los componentes principales (CP). La siguiente figura ilustra, para las primeras 18 CP, el porcentaje de la variabilidad de los datos que explica cada una de ellas.

Para alcanzar un 60 % de la varianza es necesario considerar 15 CP, mientras que para el 70 % son necesarias 25 CP. De ahora en adelante, dado que se pedía un porcentaje de la varianza explicada que fluctuase entre estos dos valores, trabajaremos con $K = 20$ CP.

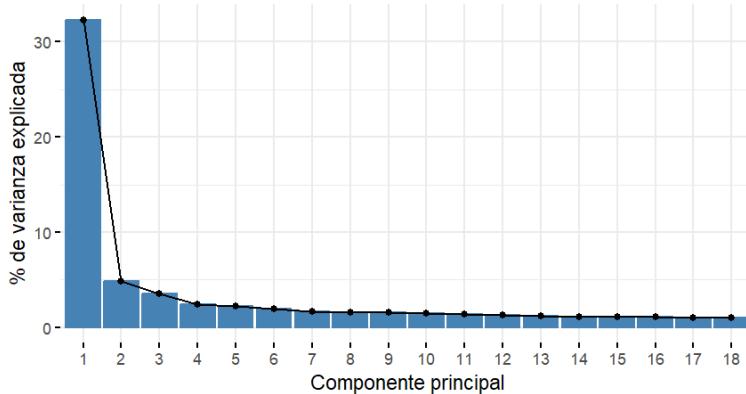


Figura 1: Porcentaje de varianza explicada por cada CP.

Seguimos con la interpretación de las tres primeras CP en términos de las características de las empresas. Para ello, se ha optado por hacer una regresión lineal de cada una de las 3 primeras CP contra el país de pertenencia, la beta, el *book to value* y el tamaño de la empresa. Por ejemplo, en el caso de la CP1 tenemos:

$$\text{PC } 1_i = \sum_{j \in \{\text{Countries}\}} a_{j,i} \text{Country}_{j,i} + b_i \text{Book to Value}_i + c_i \text{Beta}_i + d_i \text{Market Cap}_i + u_i \quad t = 1, \dots, 100.$$

En el caso particular de la PC1 se obtiene que el coeficiente de beta es estadísticamente significativo, lo que indica que una parte relevante de esta componente se asocia a la exposición al riesgo de mercado. En consonancia con esto, la Figura 2 muestra cómo las empresas con betas más altas son aquellas que tienen un mayor peso en la PC1 en valor absoluto.¹ Concluimos que, en conjunto, la

¹La recta aparece con pendiente negativa porque el autovector asociado a la PC1 tiene todas sus componentes negativas; pero por definición de autovector, su conjugado también es autovector (todas las componentes positivas), por lo que invertirlo no cambia la interpretación económica. El signo solo indica que se va corto o largo en la cartera, con la proporción indicada en el autovector.

PC1 parece capturar el efecto “beta alta”, que podemos identificar como efecto mercado.

Para PC2, a mayor beta, menor valor de PC2, sigue el efecto inverso a PC1. A su vez, para PC3, el coeficiente de beta vuelve a ser significativo, aunque en menor magnitud que en PC1, indicando que la beta explica solo una parte reducida de la variación de los pesos en esta componente. Recordemos que estas componentes explican una fracción inferior al 5 % de la variabilidad total de la muestra.

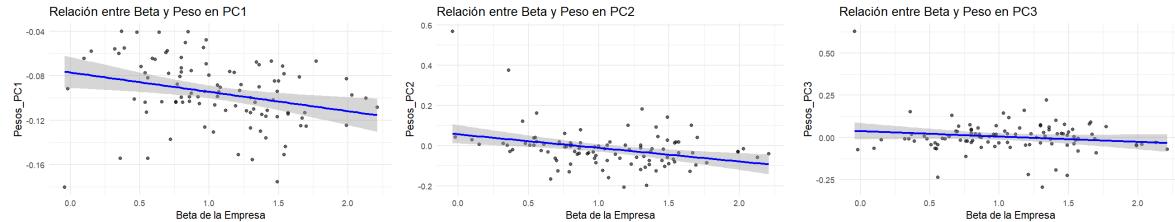


Figura 2: Relación entre los pesos de cada PC y la beta de las distintas empresas.

En cuanto al *book to value* cabe recalcar que para el caso de la regresión con PC3 el sí ha resultado ser estadísticamente significativo. Creemos que esto puede deberse a la existencia de un datos atípico con mucho peso en PC3 y poco book to value, lo que hace que descienda la recta de regresión. En cambio, al examinar el gráfico no parece distinguirse ninguna tendencia lineal.

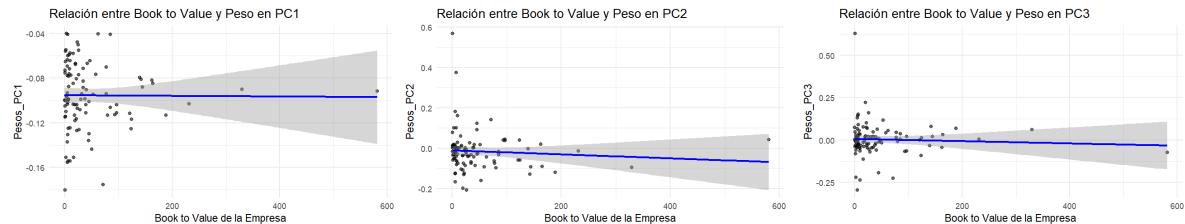


Figura 3: Relación entre los pesos de cada PC y el *book to value* de las distintas empresas.

Finalmente, lo mismo sucede para la relación con el factor tamaño, no se puede sacar ninguna conclusión clara de lo que se ve en el gráfico.

En resumen, parece que empresas con mayores betas tienen más peso en PC1 y empresas con menores betas tienen mayor peso en PC2, pero no podemos extraer ninguna conclusión a mayores de qué características componen cada componente principal.

3. Carteras réplica con las componentes principales

A partir del PCA, cada componente principal define una cartera réplica cuyos pesos son los pesos del autovector correspondiente. Dado que el signo de los autovectores simplemente define la dirección del autovector, como hemos explicado en la nota 1, orientamos cada columna para que la estrategia sea interpretable². Además, como las columnas de W no suman 1, se han normalizado los pesos dividiéndolos entre la suma de sus valores absolutos para no tener activos o carteras más apalancadas que otras.

Los rendimientos de las carteras se han calculado haciendo el producto de los rendimientos diarios reales (no centrados) por los pesos que definen cada PC. También se han obtenido los rendimientos acumulados a lo largo de los 15 años de muestra, además de la volatilidad, el ratio de Sharpe, ratio de Treynor y máximo drawdown. La tabla siguiente resume los resultados obtenidos:

Factor	Mean_anual	sd_anual	Mean_daily	sd_daily	Sharpe_ratio	Treynor_ratio	Max.Drawdown
PC1	0.07110568	0.17537091	$2.726223 \cdot 10^{-4}$	0.011047329	0.4054588	0.06432532	0.4250936
PC2	0.09569891	0.10819644	$3.627342 \cdot 10^{-4}$	0.006815735	0.8844923	0.19294820	0.3791225
PC3	0.01870839	0.09951791	$7.355643 \cdot 10^{-5}$	0.006269039	0.1879902	0.33550138	0.5028383

Cuadro 1: Métricas de las carteras definidas por las distintas componentes principales.

Como se puede ver en el Cuadro 1, en el periodo de estudio (2011 – 2025), la cartera asociada a PC1 ha tenido un rendimiento promedio del 7,11 % anual, lo que genera un rendimiento acumulado próximo al 216 % a lo largo de los quince años observados. La volatilidad anual ha sido del 17,54 %, el ratio de Sharpe de alrededor de 0,41 y máximo drawdown cercano al 42,51 %.

La cartera de la PC2 es la más atractiva en términos de rentabilidad riesgo: con un rendimiento anual promedio del 9,57% alcanza un 345 % de rendimiento acumulado a lo largo del periodo. Además, tiene menos volatilidad que la cartera anterior, un 10,82 %. Tiene un mejor ratio de Sharpe, de 0,89 y una pérdida máxima del 37,91 %, la menor de entre las tres.

Por el contrario, la tercera componte, PC3, aporta más bien poco: un rendimiento del 1,87 % anual (20 % acumulado). Es la cartera con menor volatilidad y con menor ratio de Sharpe pero, sin embargo, con la máxima pérdida, superior al 50 %.

En cuanto al ratio de Treynor, que se define como $RT = (E[R_p] - R_f)/\beta_p$, cuanto mayor sea, mayor es la prima por cada unidad de exposición al mercado. Según esto, la mejor cartera sería la PC3, lo que contradice lo anteriormente comentado. Cabe tener en cuenta que el ratio de Treynor divide por la beta y que, al ser combinaciones de posiciones en largo y en corto, las betas de la cartera PC3 es próxima a cero y nos da un resultado contradictorio. Así mismo, comparando PC1 y PC2, con betas más “razonables”, PC2 también domina.

²Cada software calcula de una manera la matriz de autovectores y parece que R entrega el conjugado negativo, algo que es irrelevante a la hora de los valores (pesos) que tengamos en nuestra cartera de cada empresa, pero sí es relevante en cuanto a la decisión que tomar (largo o corto).

4. Comparación de carteras

Construimos tres nuevas carteras y las comparamos con las carteras de la sección anterior. Por un lado tenemos las carteras PC1, PC2 y PC3, a lo que le añadimos la cartera Equal (formada por nuestros 100 activos), la cartera UK (compuesta por únicamente empresas del Reino Unido) y, por último, la cartera Betas (formada por una selección de activos con betas menores de 0,8 o mayores de 1,2). Todas con posiciones largas y equiponderadas. Al igual que en el apartado anterior, todos los resultados están recogidos en el Cuadro 2.

Portfolio	Mean_anual	sd_anual	Sharpe_ratio	Treynor_ratio	Max_Drawdown
PC1	0.07110568	0.17537091	0.4054588	0.06432532	0.4250936
PC2	0.09569891	0.10819644	0.8844923	0.19294820	0.3791225
PC3	0.01870839	0.09951791	0.1879902	0.33550138	0.5028383
Equal	0.07464095	0.16057986	0.4648214	0.07015127	0.3906642
UK	0.04603961	0.16720944	0.2753410	0.03941247	0.4386307
Betas	0.07778983	0.16612972	0.4682475	0.07030394	0.3999887

Cuadro 2: Métricas por portfolio

En términos de rentabilidad media anual, el mejor comportamiento lo ofrece PC2 (9,57 %), seguida por las carteras Betas (7,78 %) y Equal (7,46 %), muy próximas entre sí, y por PC1 (7,11 %). Por detrás quedan UK (4,60 %) y, claramente rezagada, PC3 (1,87 %).

En lo que respecta a la volatilidad anual, las carteras PC2 (10,82 %) y PC3 (9,95 %) son más estables que las carteras equiponderadas. Estas últimas, resultan tener niveles de volatilidad muy parejos, aproximadamente del 16 %. Cabe destacar que la similitud de estas dos carteras en términos de rentabilidad riesgo son muy semejantes porque son carteras muy semejantes en sí mismas. Equal 16,06 %; Betas 16,61 %; UK 16,72 %). Finalmente, la cartera PC1 termina siendo la más volátil del conjunto.

Si evaluamos las carteras en base a rentabilidades por unidad de riesgo, seguimos teniendo que PC2 es la cartera con mayor ratio de Sharpe (0,89), aunque seguida por Betas (0,47) e Equal (0,46). Luego, PC1 (0,41), UK (0,28) y finalmente PC3 (0,19).

Como criterio adicional, el máximo drawdown confirma la jerarquía anterior: PC2 presenta la caída máxima más contenida (37,91 %), seguida de Equal (39,07 %) y Betas (39,99 %); PC1 y UK sufren máximas pérdidas mayores (42,51 % y 43,86 %, respectivamente) y PC3 la peor (50,28 %). Los ratios de Treynor respaldan esta clasificación.

En conjunto, PC2 es la cartera más atractiva por rentabilidad ajustada a riesgo y resiliencia; Equal y Betas rinden de forma similar entre sí y quedan por detrás de PC2 pero por delante de PC1; la cartera UK es sistemáticamente más débil y PC3 no resulta aconsejable.

5. Modelo factorial con CP

Usamos los rendimientos de las carteras PC normalizadas (las del ejercicio 3) para estimar un modelo factorial y evaluar cuánta variabilidad explican las tres primeras componentes principales.

Para cada cartera p se propone el siguiente modelo factorial:

$$R_{p,t} = \alpha_p + \sum_{j=1}^3 \beta_{p,j} PC_{j,t} + \varepsilon_{p,t}$$

donde $\varepsilon_{p,t}$ es un ruido blanco. Supondremos, para poder calcular el riesgo sistemático e idiosincrásico, que los factores, es decir, las distintas componentes principales, son estacionarios en media y varianza.

6. Análisis del modelo factorial: tipos de riesgo

Para poder calcular el riesgo sistemático e idiosincrásico de cada cartera se han hecho dos supuestos, tal y como comentamos al final del apartado anterior. Con estas hipótesis, se tiene que el riesgo total de la cartera coincide con la varianza total de la cartera; el riesgo idiosincrásico coincide con la varianza del término de error (estacionario en varianza por ser un ruido blanco i.i.d.). Por ello, el riesgo sistemático será el riesgo explicado por los factores, cuya varianza viene dada por la forma cuadrática siguiente:

$$(\beta_1, \beta_2, \beta_3) \Omega (\beta_1, \beta_2, \beta_3)',$$

donde³ Ω denota la matriz de varianzas y covarianzas de los factores.

Seguimos con los resultados de estimar el modelo factorial para la cartera equiponderada, la cartera UK y Betas. Mediante la descomposición de la varianza cuantificaremos los dos tipos de riesgo.

Cartera	Riesgo idiosincrásico (%)	Variabilidad explicada (%)
UK	14.44158	85.55842
Betas	0.8767318	99.1232682
Equiponderada	0.3945495	99.6054505

Cuadro 3: Riesgo idiosincrásico y variabilidad explicada por el modelo factorial.

En conjunto, las PCs resultan un modelo especialmente adecuado para las carteras equiponderada y Betas, con un porcentaje de variabilidad explicada próximo al 100 %. Para la cartera formada por empresas inglesas, la capacidad explicativa sigue siendo elevada aunque ligeramente inferior.

Cabe destacar, que por el modo en el que se han construido las carteras, esto es algo lógico. Probablemente construyendo carteras diferentes (como la del Reino Unido) saldrían resultados diferentes, donde el modelo no explica un porcentaje tan alto de la variabilidad de los datos.

³La matriz Ω se calcula con las series normalizadas de PC_1-PC_3 .

7. Modelo BARRA

En esta sección construimos un modelo multifactorial tipo BARRA en el que los factores se definen a partir de características estáticas de las empresas. En concreto, consideramos tres bloques: pertenencia a un país, industria y tercil de beta. Las rentabilidades diarias de los factores se estiman mediante regresiones de sección cruzada para cada día del período muestral.

Definimos la matriz de exposiciones $B = (b_{i,k})_{N \times K}$ con las siguientes categorías:

- País: BD, DK, FR, SD, SW, UK.⁴
- Industria: BANKS, PHRMC, TELSV.⁵
- Sensibilidad al mercado: medida mediante terciles de beta: baja, media, alta.

Considérese $r_{i,t}$ el rendimiento del activo i en el día t , $N = 100$ el número de activos, T el número de días y K el número total de factores. Para cada $t = 1, \dots, T$ se tiene el siguiente modelo:

$$r_{i,t} = \sum_{k=1}^K b_{i,k} f_{k,t} + e_{i,t}, \quad i = 1, \dots, N \iff \mathbf{r}_t = B \mathbf{f}_t + \mathbf{e}_t \quad (\text{forma vectorial})$$

donde cada $b_{i,k}$ es la variable *dummy* para el activo i que toma el valor 1 si el activo i pertenece a la categoría k .

8. Modelo BARRA: descomposición del riesgo

En esta sección retomamos las carteras comentadas en (4) y las volvemos a analizar, esta vez usando el modelo BARRA. En este caso, las estimaciones de las rentabilidades de cada factor, $\hat{\mathbf{f}}_t$, se han calculado usando MCO.

$$\hat{\mathbf{f}}_t = (B'B)^{-1} B' \mathbf{r}_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

Para cada cartera p con rendimientos diarios $R_{p,t}$, se estima la regresión siguiente:

$$R_{p,t} = \alpha_p + \beta_p^\top \hat{\mathbf{f}}_t + \varepsilon_{p,t},$$

donde $\beta_p \in \mathbb{R}^K$ son las betas de la cartera respecto a los factores BARRA y $\varepsilon_{p,t}$ es el residuo no explicado por dichos factores.

Denotando $\sigma_p^2 = \text{Var}(R_{p,t})$, la varianza sistemática e idiosincrática quedan:

$$\sigma_{p,\text{sis}}^2 = \beta_p^\top \Omega \beta_p, \quad \sigma_{p,\text{id}}^2 = \sigma_p^2 - \sigma_{p,\text{sis}}^2, \quad \text{donde } \Omega = \text{Cov}(\hat{\mathbf{f}}_t).$$

⁴A modo ilustrativo, en nuestra selección se observan, por ejemplo, BD (12), DK (7), FR (16), SD (8), SW (10), UK (27). Las 30 observaciones restantes pertenecen a otros países.

⁵En este caso en nuestra muestra había multitud de sectores diferentes con bajas frecuencias. Los tres más repetidos han sido BANKS (9), PHRMC (5), TELSV (4).

8.1. Comparativa entre carteras

Cartera	R^2	σ_p	$\sigma_{p,sys}$	$\sigma_{p,id}$	% idiosincrático
PC1	0.9952	0.011051	0.011021	0.000809	0.54 %
PC2	0.6179	0.006825	0.005358	0.004228	38.38 %
PC3	0.5975	0.006269	0.004846	0.003978	40.26 %
Equiponderada	0.9970	0.010120	0.010101	0.000620	0.38 %
UK	1.0000	0.010535	0.010533	0.000179	0.03 %
Betas	0.9906	0.010469	0.010416	0.001058	1.02 %

Cuadro 4: Descomposición del riesgo para las carteras.

Si examinamos el Cuadro 4 vemos que la PC1 presenta un ajuste muy elevado ($R^2 \approx 0,995$) y un componente idiosincrático residual ($\approx 0,54\%$ de la varianza). Esto es coherente con el hecho de que la primera componente principal estaba fuertemente representada por los factores, especialmente la beta. En cambio, PC2 y PC3 muestran ajustes intermedios ($R^2 \approx 0,618$ y $\approx 0,598$) y un porcentaje idiosincrático bastante más elevado ($\approx 38,38\%$ y $\approx 40,26\%$, respectivamente), señal de que recogen patrones de comovimiento no completamente capturados los factores.

En lo que respecta a las carteras del apartado (4), la cartera equiponderada queda prácticamente explicada ya que los factores explicarían más del 99 % de la varianza. La cartera UK es la mejor explicada ($\approx 0,03\%$), al estar prácticamente capturada con el factor de UK y, por último, la cartera de betas extremas, aunque deja algo más varianza sin explicar, ($\approx 1,02\%$), sigue siendo un porcentaje muy reducido.

9. Comparativa entre PCA y BARRA

Portfolio	Mean	sd	not expl. PCA	not expl. BARRA	Sharpe ratio	Treynor ratio
PC1	0.07110568	0.17537091	0.000000000	0.0053559314	0.4054588	0.06432532
PC2	0.09569891	0.10819644	0.000000000	0.3838099299	0.8844923	0.19294820
PC3	0.01870839	0.09951791	0.000000000	0.4025838755	0.1879902	0.33550138
Equal	0.07464095	0.16057986	0.003945495	0.0037594895	0.4648214	0.07015127
UK	0.04603961	0.16720944	0.144415783	0.0002876015	0.2753410	0.03941247
Betas	0.07778983	0.16612972	0.008767318	0.0102034412	0.4682475	0.07030394

Cuadro 5: Métricas de rentabilidad, riesgo y fracción de varianza no explicada (modelos PCA y BARRA-like).

Con el modelo de componentes principales, las carteras PC1–PC3 quedan explicadas por construcción (riesgo no explicado = 0). Para las carteras del apartado 4, el modelo PCA deja un residuo del orden de 0,39 % en la equiponderada, 0,88 % en betas extremas y 14,44 % en UK. En cambio, el modelo BARRA, explica mejor UK (0,03 % de residuo) y es muy similar en la equiponderada (0,38 % vs 0,39 %); en betas extremas el residuo es algo mayor (1,02 % vs 0,88 %). En conjunto, PC1 está muy bien capturada por las características; PC2–PC3 retienen una fracción importante no explicada por el set de factores utilizado. La variabilidad de UK queda mejor explicada por el modelo BARRA (lógico, por construcción) y para las otras dos se obtienen resultados parecidos.

10. Conclusiones

Los resultados obtenidos a lo largo de las secciones anteriores apuntan a que PC1 actúa como un factor amplio del mercado, mientras que la cartera PC2 es la cartera más atractiva por rentabilidad ajustada a riesgo. PC3, en cambio, aporta poco y presenta el residuo más alto entre las PCs. Entre las carteras por características, la equiponderada y la de betas extremas quedan mayoritariamente explicadas por el BARRA (residuos $\approx 0,38\%$ y $\approx 1,02\%$, respectivamente), y la cartera UK es la mejor encajada ($\approx 0,03\%$), coherente con su alineación casi uno a uno con el factor de país.

Estas conclusiones dejan una doble lectura. Por un lado, el PCA resume con eficiencia el comovimiento dominante (PC1) y genera una cartera —PC2— con buen perfil de riesgo–retorno; por otro, el modelo BARRA captura muy bien las exposiciones “clásicas” (país/industria/mercado), pero no termina de explicar la variabilidad de PC2–PC3. De querer construir una cartera, lo ideal sería seleccionar aquellos activos que estén más alineados con la PC2 y menos con la PC3. El modelo BARRA propuesto no mejora significativamente la descripción de todas las carteras y deja una gran parte de la variabilidad de las carteras PC2 y PC3 sin explicar. Por tanto, dado que la cartera peor explicada por el modelo de componentes principales tiene un % de riesgo idiosincrático de $\approx 14\%$ y las carteras de PC2 y PC3 el modelo BARRA deja sin explicar prácticamente la mitad de la variabilidad de las carteras, en nuestro estudio, concluimos que el modelo de componentes principales es más adecuado que el modelo BARRA.