

COMPARACIÓN DEL MODELO DE TRES FACTORES DE FAMA Y FRENCH CON EL MODELO DE CARHART PARA 25 CARTERAS ORDENADAS POR TAMAÑO Y BOOK-TO-MARKET



Universidad
del País Vasco Euskal Herriko
Unibertsitatea

ALEJANDRO MARTINEZ CASADO

RODRIGO SALORT ANTÓN

ANTÓN SALVADORES MUÑÍZ

ALFONSO SAN MIGUEL VILLAR

ECONOMETRÍA FINANCIERA

ÁGUEDA MADOZ

Máster en Banca y Finanzas Cuantitativas
Facultad de Economía y Empresa
UPV/EHU

Bilbao
19 de Febrero, 2025

Resumen

En este artículo compararemos el modelo de tres factores de Fama y French con el modelo de Carhart, el cual añade el factor *momentum* al modelo anterior. Junto a ello, se valorará la justificación de un método de estimación, con el fin de constatar cuál de ellos muestra una mejor explicación de los rendimientos medios.

Índice

1. Introducción	4
2. Análisis de datos	5
3. Modelo	6
3.1. Modelo de tres factores de Fama y French	6
3.2. Modelo de Carhart	8
4. Resultados	9
4.1. Modelo de tres factores de Fama y French	9
4.2. Modelo de Carhart	11
5. Conclusiones	12
6. Anexo: Figuras Evolución de las Primas de Riesgo	14

1. Introducción

En el presente estudio se compararan el modelo de tres factores de Fama y French con el modelo de cuatro factores propuesto por Carhart, con el fin de observar cuál de ambos proporciona una mejor explicación de los rendimientos de una selección de 25 carteras ordenadas por tamaño y valor contable sobre el mercado.

Los modelos factoriales son modelos financieros que explican los retornos de un activo o cartera en función de múltiples factores de riesgo o características económicas, entre ellos, uno de los pioneros fue el modelo de tres factores estudiado por Fama y French [1]. Este modelo ha destacado por relacionar los retornos con tres factores¹ relacionados con el mercado, el tamaño y la proporción entre valor contable sobre valor de mercado, tomando la siguiente forma:

$$R_{j,t} = \alpha_j + \beta_j^{MKT}(R_t^M - R_t^f) + \beta_j^{SMB}SMB_t + \beta_j^{HML}HML_t + \epsilon_{j,t} \quad (1.1)$$

Tras su publicación, surgieron nuevos modelos con nuevos factores con el fin de mejorar la capacidad explicativa de los retornos de los activos y capturar otros efectos observados. Entre ellos, cabe destacar el otro modelo que será estudiado, el modelo de cuatro factores de Carhart [2]. Este modelo amplía el modelo anterior de Fama y French añadiendo un cuarto factor, el *momentum*:

$$R_{j,t} = \alpha_j + \beta_j^{MKT}(R_t^M - R_t^f) + \beta_j^{SMB}SMB_t + \beta_j^{HML}HML_t + \beta_j^{WML}WML_t + \epsilon_{j,t} \quad (1.2)$$

A partir de este enfoque, se han desarrollado más modelos con el fin de mejorar la capacidad explicativa, añadiendo o utilizando factores diferentes, sin embargo, la adición de nuevos factores no tiene por qué significar una mejora de la capacidad explicativa del modelo. En base a ello, compararemos si la adición del factor *momentum* muestra una mejora significativa en la explicación de los rendimientos de veinticinco carteras europeas ordenadas según tamaño y *book-to-market*.

Procederemos, realizando un análisis descriptivo de los datos que nos llevará a estudiar como ajustan dichos modelos mediante mínimos cuadrados ordinarios (MCO). A partir de las deficiencias de este análisis, utilizaremos el método propuesto por Fama y MacBeth [3] de regresión en dos etapas, el cual, además de ayudarnos a tratar con los problemas derivados de la heterocedasticidad y autocorrelación, nos permitirá a partir de la estimación de las betas obtener las primas de riesgo para cada uno de los factores viendo la exposición que muestran los rendimientos a cada uno de ellos.

¹Los factores tienen su definición habitual, representando: $R^M - R^f$, el rendimiento del mercado menos la tasa libre de riesgo; SMB , la diferencia entre los rendimientos de las acciones de pequeña capitalización y las de gran capitalización; HML , la diferencia entre los rendimientos de las acciones de alto valor y las de bajo valor; WML , la diferencia de rendimiento entre las acciones con mejor rendimiento pasado y las de peor rendimiento.

2. Análisis de datos

Nuestra muestra está formada por datos mensuales en el periodo comprendido entre enero de 1991 y diciembre de 2023. Se utilizarán los rendimientos de las 25 carteras ordenadas por tamaño y *book-to-market* correspondientes a los recogidos en la web de French. En nuestra selección podemos encontrar las carteras ordenadas según el tamaño en cinco categorías. Dentro de cada categoría tenemos cinco nuevas que ordenan según el ratio del valor contable sobre el mercado, en ambos casos de menor a mayor, formando el total de 25 carteras.

Por otro lado, los diferentes factores que son utilizados en el estudio se recogen con la misma frecuencia y son obtenidos, al igual que en el caso anterior, del sitio web de French. En total, contamos con 396 observaciones para cada una de nuestras carteras, donde se ha podido comprobar la no existencia de una alta correlación entre los diferentes factores, la cual aunque no sea alta, no muestra que los factores sean independientes.

El análisis preliminar de las variables muestra que existe una tendencia generalizada, siendo mayores los rendimientos medios de las empresas con menor tamaño (“efecto tamaño”), además de aumentar a medida que la empresa muestra un mayor valor contable sobre el mercado (“efecto valor”). Estos resultados nos lleva a pensar que la relación que existirá entre estas dos variables y los rendimientos será significativa. Del estudio de la kurtosis se ha podido constatar la no presencia de colas pesadas, mostrando los rendimientos una distribución cercana a la normal. En aquellas carteras con empresas de mayor tamaño se ha observado una menor kurtosis, estando los datos más concentrados alrededor de la media, pudiéndolo relacionar con el menor riesgo que normalmente conllevan empresas grandes respecto a las pequeñas encontrando menos valores extremos. Además, del estudio de la simetría, se ha observado que la cola izquierda de la distribución es más larga, indicando que rendimientos más bajos muestran una mayor frecuencia, lo cual explicamos por los periodos de crisis acontecidos en este periodo.

Asimismo, mediante un análisis gráfico se ha intentado observar la presencia de *momentum* en la muestra mediante la representación gráfica de los rendimientos con un desfase de un mes, con intención de comprobar si rendimientos altos van seguidos por la misma tendencia. En este análisis preliminar, no se ha logrado encontrar, por lo general, evidencias a favor de esta dirección.

En nuestro periodo muestral, se observan fluctuaciones significativas en los rendimientos, con incrementos y caídas pronunciadas. Destacan, en particular, los episodios relacionados con la crisis inmobiliaria, la burbuja de las puntocom y la más reciente pandemia. Un aspecto notable es que, tras estos eventos, los rendimientos han alcanzado sus valores máximos en momentos posteriores. Este comportamiento va en contra de la incorporación del factor *momentum*, pues observamos que, en estos periodos, rendimientos inusualmente bajos han sido seguidos por máxi-

mos, lo que sugiere la presencia de patrones de reversión en lugar de una tendencia persistente.

3. Modelo

A continuación procederemos a comparar los modelos propuestos por Fama y French, con el modelo de Carhart. Para ello comenzaremos analizando el modelo de tres factores, mediante una estimación por mínimos cuadrados ordinarios. Es importante destacar que este enfoque asume que los valores de las betas permanecen constantes a lo largo de todo el periodo muestral, permitiendo así obtener estimadores para cada cartera en todo el periodo de tiempo.

3.1. Modelo de tres factores de Fama y French

Este modelo intenta explicar los rendimientos de cada una de las veinticinco carteras según se ha mostrado en la ec.(1.1). Tras realizar el correspondiente ajuste por mínimos cuadrados ordinarios, se ha podido observar que todas las carteras muestran un muy buen ajuste a este modelo. Los factores seleccionados resultan significativos a un nivel superior al 1% en todas las carteras, excepto en dos de ellas en las cuales la variable *book-to-market* no ha resultado significativa a este nivel de confianza. Además, la significatividad conjunta de las variables, dada por el estadístico *F* también es muy alta, mostrando una significancia mayor al 1% en todos los casos.

En un primer momento, los resultados obtenidos son coherentes con lo esperado. Las betas de las carteras respecto al mercado son cercanas a uno, lo que indica que sus rendimientos tienden a moverse en línea con el mercado. En cuanto al factor tamaño resulta significativo, siendo las betas estimadas mayores en carteras compuestas por empresas más pequeñas, lo que sugiere que aumentos del factor tienen un impacto positivo en los rendimientos. A medida que las carteras incluyen empresas más grandes, la beta estimada disminuye, sugiriendo un impacto menor o incluso negativo. Por otro lado, el factor *book-to-market* crece a medida que aumenta el valor contable en carteras del mismo factor tamaño indicando que aquellas empresas con mayor *book-to-market* muestran rendimientos más sensibles al aumento de este factor. Por último, el intercepto es cercano a cero, indicando que los rendimientos de las carteras se explican fundamentalmente por los factores considerados en el modelo.

El análisis de las perturbaciones del modelo, a través del test de White, ha revelado la presencia de heterocedasticidad, rechazando la hipótesis nula de ausencia de la misma en todas las carteras. Sin embargo, en términos generales, no ha sido posible identificar un patrón claro en su estructura para ninguna de las carteras.

Para evaluar la autocorrelación, se han aplicado los contrastes de Breusch-Godfrey y Durbin-Watson. En general, los resultados han sido negativos, lo que lleva a aceptar la hipótesis nula de incorrelación. No obstante, en tres carteras se ha detectado una presencia significativa de la misma.

Por último, hemos evaluado la normalidad de los residuos utilizando el test de Jarque-Bera. Los resultados indican que, en todos los casos, se rechaza la hipótesis nula de normalidad, lo que sugiere que los residuos no siguen una distribución normal.

Los resultados de los test anteriores indican que la inferencia realizada anteriormente no es válida, ya que los errores y los niveles de significancia obtenidos para los estimadores no son confiables, lo que puede trasladarse a conclusiones erróneas respecto a la significatividad, dado que los estadísticos utilizados para el contraste dependen de una estimación correcta de la varianza, el cual ahora es sesgado e inconsistente. Por tanto, no podemos validar los resultados obtenidos por medio de este método, lo que hace necesario recurrir a opciones alternativas que nos permitan abordar estas limitaciones de manera adecuada.

Por último, se realizó un estudio de estabilidad de las betas por medio del CUSUM, el cual nos permite evaluar si los coeficientes estimados para cada una de las variables son estables a lo largo del tiempo. La detección de inestabilidad en las betas es fundamental, ya que indicaría que la sensibilidad de las carteras a los factores de riesgo varía con el tiempo, invalidando nuestra estimación por mínimos cuadrado ordinarios.

Los resultados indican que el factor del mercado no presenta estabilidad en varias de las carteras, observándose que los valores exceden los límites establecidos por la especificación. Es relevante destacar que los períodos de mayor inestabilidad muchas veces están relacionados con crisis económicas, especialmente durante la recesión de 2008, donde se registran picos de inestabilidad en la mayoría de las carteras.

En cuanto al factor tamaño, muestra una mayor estabilidad a lo largo de toda la muestra, ya que ninguna cartera supera los límites de confianza, y la línea que indica la estabilidad se mantiene cerca de cero. Por otro lado, el factor valor resulta ser menos estable que el factor tamaño, pero aún podemos considerarlo estable al permanecer dentro de la región de estabilidad a lo largo de toda la serie temporal. El hecho de que las betas fluctúen a lo largo del tiempo implica que los valores estimados no son válidos como una explicación consistente a lo largo del periodo que estamos analizando, incumpliéndose una de las hipótesis básicas de este método de estimación, obteniendo resultados no válidos.

3.2. Modelo de Carhart

En este modelo se intenta explicar los rendimientos por medio de la ec.(1.2). Como en análisis previos, observamos que los tres factores anteriores muestran la misma tendencia siendo significativos en todos los casos y mostrando el comportamiento esperado de las variables. Sin embargo, el factor *momentum* no muestra el mismo comportamiento: comprobando que individualmente no resulta significativo en catorce de las veinticinco carteras. Además, la significancia conjunta se ve disminuida.

Continuamos analizando la posible existencia de heterocedasticidad y autocorrelación, que nos permita validar la inferencia realizada anteriormente. De los diferentes test realizados, hemos podido notar de nuevo la presencia de heterocedasticidad en todos los casos, de la que de nuevo en la mayoría de ellos desconocemos la forma funcional. Además, volvemos a no encontrar presencia de autocorrelación en las perturbaciones en la mayoría de las carteras. Tras el contraste de Jarque-Bera se ha podido constatar que los residuos no se distribuyen de forma normal, pudiéndose comprobar tras la realización de estos test que la inferencia realizada queda comprometida, ya que las hipótesis básicas sobre las que se apoyan los contrastes no se cumplen adecuadamente.

Para determinar si el modelo de Carhart es consistente a lo largo del tiempo utilizaremos de nuevo la especificación dada por el CUSUM que nos permitirá estudiar la estabilidad de la beta asociado al factor *momentum* como se mencionó anteriormente. Finalmente, los gráficos muestran que aunque el coeficiente correspondiente al factor *momentum* presenta cierta inestabilidad, este se mantiene dentro de los límites marcados. Esto sugiere que, a pesar de algunas fluctuaciones, el impacto del factor *momentum* sobre los rendimientos no ha experimentado cambios estructurales significativos a lo largo del periodo considerado.

Los diferentes contrastes han mostrado la existencia de heterocedasticidad y, en general, ausencia de normalidad en la distribución de los residuos, además de haber comprobado que a lo largo del periodo estudiado las betas no siempre muestran un comportamiento estable. Estos comportamientos se traducen en que las estimaciones de MCO sean ineficientes y las pruebas de significancia no válidas al ser el estimador de la varianza sesgado e inconsistente. Con el fin de solucionar estos problemas, utilizaremos el método de Fama y MacBeth que nos permitirá obtener estimaciones más eficientes y pruebas de significancia confiables incluso en presencia de heterocedasticidad y autocorrelación. Por medio de este enfoque, en una primera etapa, realizaremos regresiones individuales para cada factor de cada cartera mediante un *rolling beta*, lo que nos permitirá obtener un coeficiente para cada cartera y periodo. En una segunda etapa, realizaremos una regresión de sección cruzada, obteniendo unos coeficientes independientes de la cartera, γ , correspondientes a las primas de riesgo de cada factor [4]. Por último, se calcula la media de las estimaciones de estos coeficientes, obteniendo así una estimación promedio de los

factores, las cuales se tratarán de estimaciones más robustas y confiables.

4. Resultados

4.1. Modelo de tres factores de Fama y French

Como se ha realizado anteriormente comenzaremos con el modelo de tres factores de Fama y French. Como se ha explicado [5, 6], en una primera etapa realizaremos un *rolling beta* sobre la siguiente regresión, con la cual obtenemos una estimación de la exposición de los rendimientos a cada factor para cada cartera en cada periodo de tiempo:

$$R_{j,t} = \alpha_{j,t} + \beta_{j,t}^k R_t^k + \epsilon_{j,t} \quad (4.1)$$

El superíndice k se utiliza para diferenciar los diferentes factores. Este procedimiento lo realizaremos por medio de un *rolling beta* tomando una ventana anterior de sesenta meses. De este proceso obtendremos una secuencia de betas para cada uno de los tres factores y cada una de las carteras, para cada uno de los periodos del *rolling*, mejorando la estabilidad de las mismas.

En la siguiente etapa regresaremos los rendimientos de cada cartera sobre las betas que hemos estimado en la etapa anterior. De este modo, tendremos una regresión de sección cruzada entre las estimaciones de todas las carteras, permitiendo obtener un coeficiente para cada periodo. Al regresar sobre las carteras, no se ve afectado por la inestabilidad temporal en esta etapa.

$$R_{j,t} = \gamma_t^0 + \gamma_t^{MKT} \hat{\beta}_{j,t}^{MKT} + \gamma_t^{SMB} \hat{\beta}_{j,t}^{SMB} + \gamma_t^{HML} \hat{\beta}_{j,t}^{HML} + \eta_{j,t} \quad (4.2)$$

Obteniendo un total de 337 estimadores gamma uno para cada periodo de tiempo. De esta sección cruzada obtenemos unos valores estimados de γ que, a diferencia de los ajustes anteriores, no se tratan de estimaciones para cada cartera, sino que al regresar sobre las carteras, obtenemos la influencia de dicho factor sobre los rendimientos agregados en cada periodo. Teniendo en cuenta que las betas nos miden la sensibilidad de la cartera respecto a cada uno de los factores de riesgo, los coeficientes gamma nos proporcionarán el impacto de cada beta en los rendimientos, es decir, una prima de riesgo. En otras palabras, mientras que las betas indican la exposición de una cartera a un factor de riesgo específico, las γ nos indican el rendimiento esperado asociado a cambios en esa exposición. Así, un valor positivo sugiere que un aumento en la exposición a un factor proporciona un rendimiento superior, mientras que un valor de γ negativo lo contrario.

Es interesante observar como varía su valor a lo largo del tiempo, ya que el valor final que estimemos se tratará del promedio de todos los obtenidos. Por otro lado, nos permitiría ver como evoluciona la sensibilidad a los diferentes factores. Podemos observar la estabilidad de

las mismas en las figuras mostradas en el Anexo, viendo como en el caso de la obtenida para el mercado muestra sus valores más extremos en las crisis inmobiliarias y las puntocom. Esta última crisis es la única que parece mostrar más sensibilidad en el caso del tamaño, mientras que para la asociada al *book-to-market*, parece mostrar grandes cambios con cualquiera de los eventos anteriores, además de la crisis sucedida en el 2020. Que las primas de riesgo se vean afectadas por dichos sucesos indica la percepción sobre dicho factor, por ejemplo, para la prima asociada al *book-to-market* podemos observar que toma los valores máximos en períodos de crisis, indicando la existencia de rendimientos adicionales por aumentar la exposición a dicho factor, o lo que es lo mismo, cuando la beta que nos indica la sensibilidad a dicho factor aumente, los rendimientos de las empresas también aumentarán por una relación dada por la gamma (empresas con un mayor valor contable son vistas como los mejores activos en períodos de recesión).

Los valores de las gamma varían en gran medida a lo largo del tiempo. Esto nos llevará a que al tomar el valor promedio en dicho periodo, la estimación que obtengamos de dicho coeficiente podría no ser representativa, lo cual veremos reflejado al contrastar los coeficientes.

Como hemos podido comprobar, uno de los mayores inconvenientes de la utilización del contraste de Fama y MacBeth, es que hemos de realizar la estimación de las betas, ya que no son directamente conocidas. Este hecho nos introduce errores en las variables que han de ser abordados. La solución que aquí utilizaremos es la propuesta por Litzenberger y Ramaswamy (1979) y perfeccionada por Shanken (1992) [7], por la que multiplicaremos la varianza por un factor con el fin de solucionar el problema de errores en variables derivados del uso de la estimación de las betas. De este modo, multiplicaremos por el factor

$$shanken_k = \sqrt{1 + \frac{\bar{\gamma}^k}{\sigma_k}} \quad (4.3)$$

donde el índice k hace referencia a cada uno de los factores. Con ello podemos corregir la desviación, lo cual es de especial utilidad en el siguiente cociente

$$t_k = \frac{\bar{\gamma}^k}{\sigma_k \cdot shanken_k} \xrightarrow{d, H_0} N(0, 1) \quad (4.4)$$

Lo cual se trata de un estadístico- t que nos permitirá realizar el contraste de significatividad de las estimaciones realizadas de las $\bar{\gamma}$, comportándose asintóticamente como una distribución normal ($z_{0,05/2} = 1,96$). La hipótesis nula vendrá definida por:

$$H_0 : \bar{\gamma}^k = 0 \quad (4.5)$$

Frente a la alternativa, $H_a : \bar{\gamma}^k \neq 0$, por lo que si $|t_k| > z_{0,05/2} = 1,96$ rechazaremos la hipótesis nula. Los resultados obtenidos para las estimaciones de las gamma (primas de riesgo) de cada factor son los observables en el Cuadro 1.

	$R^M - R^f$	SMB	HML
Prima de riesgo ($\hat{\gamma}$)	0.002393	-0.000154	0.000589
Estadístico- t	0.045473	-0.007115	0.020824

Cuadro 1: Estimaciones de la prima de riesgo para cada factor en el modelo de tres factores.

Veamos lo que nos indicarían los valores obtenidos para cada prima de riesgo. Las primas de riesgo del mercado y *book-to-market* son positivas indicando un efecto positivo en los rendimientos de las carteras. En otras palabras, un aumento de sensibilidad a dichos factores se traduce en una mejora de los rendimientos. El valor negativo obtenido para la prima de riesgo asociada al tamaño es lo que más llama la atención al indicarnos que los rendimientos empeoran al aumentar la sensibilidad en el tamaño, es decir, una mayor exposición al factor tamaño disminuye los rendimientos en el período analizado. Esto en un principio contradice lo esperado por el “efecto tamaño”, el cual sugería que una mayor exposición debería ofrecer mayores rendimientos como compensación por su mayor riesgo.

Sin embargo, la hipótesis nula es aceptada indicando que la sensibilidad a los factores no aporta información sobre los rendimientos. La causa de la no significatividad de dichos factores puede deberse a la gran variación que experimentan a lo largo del periodo de la muestra, mostrando que el riesgo asociado a dichos factores no es constante y afectando así a las estimaciones. Que las estimaciones de las γ en cada periodo sea tan diferentes está relacionado con los diferentes periodos que estamos estudiando y la inestabilidad de las betas, mostrando la diferente percepción sobre el riesgo de cada factor en cada época. A pesar de realizar una ventana de 60 meses, el peso de dichos eventos parece ser lo suficiente significativo para notarlo en la estimaciones. Por tanto, podemos concluir que la realización de una media temporal que nos indique la exposición al riesgo de cada factor no parece una medida adecuada para el caso que estamos estudiando.

Una vez estudiado el valor promedio, continuamos obteniendo el p -valor de cada una de las series que se han regresado, viendo en cuántas de ellas las betas resultan significativas. Hemos podido comprobar que a un nivel de significación del 5 %, 68 de las observaciones no resultaron significativas, por lo que los factores en un 20,18 % de los periodos de tiempo no fueron significativos para explicar el rendimiento de las carteras, no resultándonos un método válido a la hora de buscar una explicación de los rendimientos.

4.2. Modelo de Carhart

Continuaremos estudiando lo que sucede con la adición del factor *momentum*. Procederemos de igual manera que en el modelo de tres factores, por lo que muchos de los resultados son válidos para ambos modelos. Entre ellos, los *rolling beta* realizados para los demás factores nos

siguen siendo válidos, por lo que solo tendremos que realizar el del factor *momentum*.

Continuamos con la siguiente etapa en la que regresamos los rendimientos de cada cartera sobre las betas que hemos estimado en la etapa anterior. Podemos comprobar que la evolución de las gammas de los factores de Fama y French cambia significativamente. En el caso de la prima de riesgo asociada al mercado y al *book-to-market*, podemos apreciar sus valores extremos ahora son más altos, mientras que en el caso de la asociada al factor tamaño muestra unos valores mínimos más altos. Aquella asociada al *momentum* destaca su máximo alcanzado tras la crisis inmobiliaria y su mínimo en el comienzo de ella. A pesar de ello, sus valores muestran una gran fluctuación a lo largo del tiempo, tomando valores muy diversos a lo largo del periodo, por lo que no creemos que el promedio de los mismos vaya a tratarse de una buena aproximación.

De los resultados que obtenemos para el promedio temporal y el *t*-estadístico (calculado de igual manera que en modelo de tres factores), observamos que de nuevo se acepta la hipótesis nula, por lo que los factores elegidos no parecen tener gran relación con los rendimientos de las carteras.

	$R^M - R^f$	<i>SMB</i>	<i>HML</i>	<i>WML</i>
Prima de riesgo ($\bar{\gamma}$)	0.003611	-0.000189	0.000826	0.004350
Estadístico- <i>t</i>	0.067842	-0.008746	0.029106	0.100344

Cuadro 2: Estimaciones de la prima de riesgo para cada factor en el modelo de Carhart

Volviendo a obtener una prima de riesgo negativa para el tamaño, contrario a lo esperado. La prima de riesgo respecto al *momentum* es positiva, lo que implica que un aumento en la sensibilidad a dicho factor se traduce en mayores rendimientos esperados. A pesar de ello, ninguna de ellas resulta significativa a un nivel del 5% no siendo confiables.

Además, se ha comprobado que en este modelo únicamente en 64 de las regresiones cruzadas (18,99 %) las betas no resultaron significativas, experimentando una leve mejora respecto a los resultados obtenidos en el modelo de tres factores de Fama y French.

5. Conclusiones

Tras la realización del estudio y en base a los resultados obtenidos, hemos obtenido que la adición del factor *momentum* no ha permitido mostrar una mejora significativa en nuestros modelos. Rescatemos los resultados.

Tras la estimación por medio de mínimos cuadrados ordinarios, hemos podido comprobar por medio de diferentes test que la inferencia de los coeficientes no es válida, lo que nos ha conducido

al método propuesto por Fama y MacBeth, el cual, al ser un modelo en dos etapas nos permite hacer frente a los problemas que surgen de la heterocedasticidad y autocorrelación, además de mejorar la estabilidad de las betas con la realización del *rolling beta* inicial. Además, otra de las ventajas de este modelo es que nos proporciona unas primas de riesgo que nos permiten evaluar la relación entre las variaciones de sensibilidad a los factores y los rendimientos de las carteras. Estas primas de riesgo reflejan el rendimiento adicional que los inversores esperan obtener por asumir el riesgo asociado a cada factor. En base a ello, podemos comprender cómo afectan estos factores a los rendimientos de nuestras carteras, sin embargo, los resultados que se han obtenido para las mismas han mostrado que no existe una relación estadísticamente significativa entre los factores propuestos y los rendimientos estudiados. De un análisis posterior de las primas de riesgo obtenidas en cada periodo hemos podido comprobar que cerca de un 20 % de las regresiones de sección cruzada no tenían capacidad explicativa en base a las betas estimadas. La explicación que logramos dar a este problema se basa en tres motivos: el primero es la escasa cantidad de carteras en la regresión cruzada, consideramos que veinticinco carteras son insuficientes y la adición de un mayor número mejoraría la significatividad de las variables; en segundo lugar, la poca estabilidad que muestran la estimación de las gammas por la presencia de crisis, lo cual nos lleva a un *t*-estadístico pequeño del valor promedio; por último, las betas, siguen siendo muy inestables en ciertos periodos, lo cual sigue afectando a nuestras estimaciones, obteniendo primas de riesgo tan diferentes en cada periodo. Cabe destacar que, por lo general, se ha podido observar que las regresiones correspondientes a periodos de crisis muestran una mayor significatividad conjunta. La explicación la encontramos en la mayor variabilidad y los movimientos comunes que experimentan las carteras en esas fechas, lo cual se traduce en un menor error en las estimaciones de las primas de riesgo.

Ante el gran peso que encontramos en estos periodos, creemos que una posible solución puede ser realizar regresiones centradas en la mediana de los rendimientos, evitando así aquellos datos más extremos. Con ello, creemos que sería posible obtener unas primas de riesgo más estables, al no sufrir tanta variación en las betas en periodos de crisis. Otra posible solución, consistiría en añadir una variable dummy que nos permita mitigar los efectos que ocurren en dichos periodos. Esta variable tomaría valor “1” en los periodos de crisis siendo cero en caso contrario. Por último, destacar la posibilidad de usar diferentes regresiones en distintos periodos de tiempo adecuándonos con ellos a las características de cada momento. Por otro lado, no creemos que la adición de nuevos factores se trate de una solución, ya que los problemas que encontramos en los datos parecen resultar condiciones inherentes a la presencia de periodos extremos.

Como resultado final, concluimos que ninguno de los dos modelos nos han servido para lograr explicar los rendimientos en el periodo estudiado, aunque logrando un mayor entendimiento de periodos críticos creemos que podría llegarse a una correcta especificación.

6. Anexo: Figuras Evolución de las Primas de Riesgo

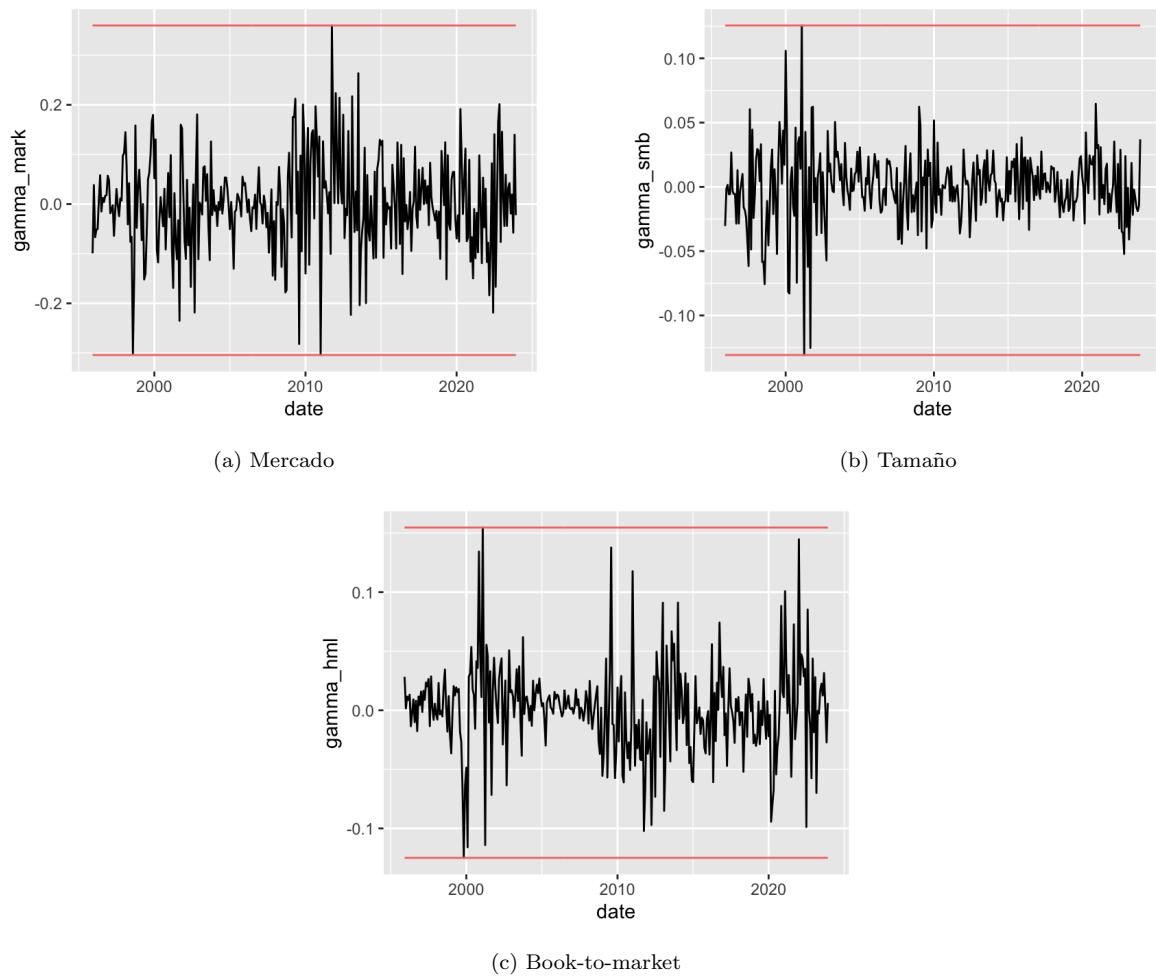
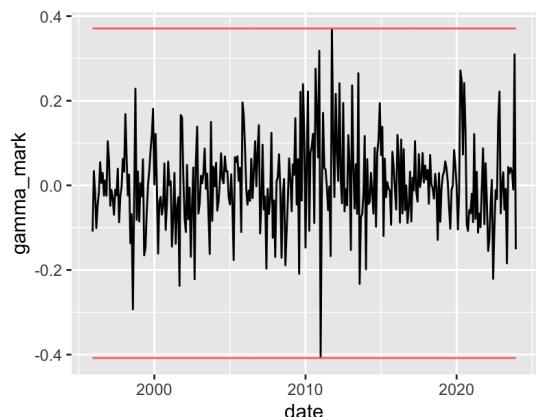
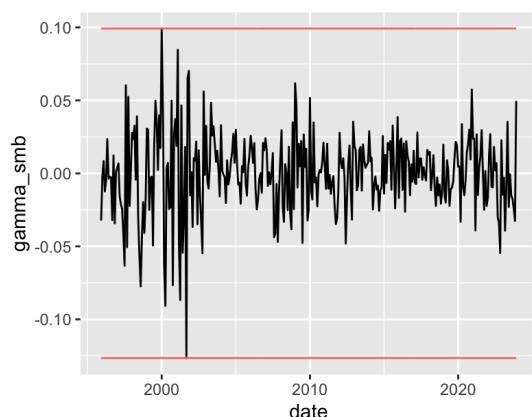


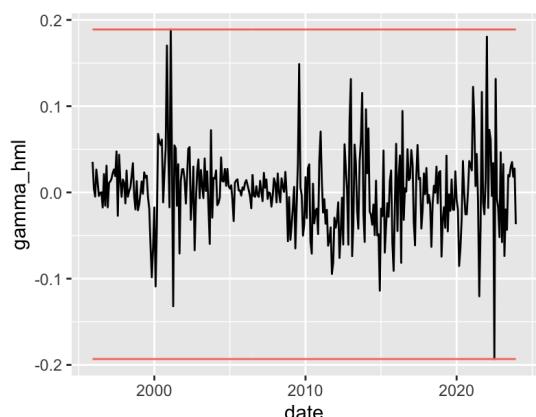
Figura 1: Evolución de las primas de riesgo en el modelo de tres factores.



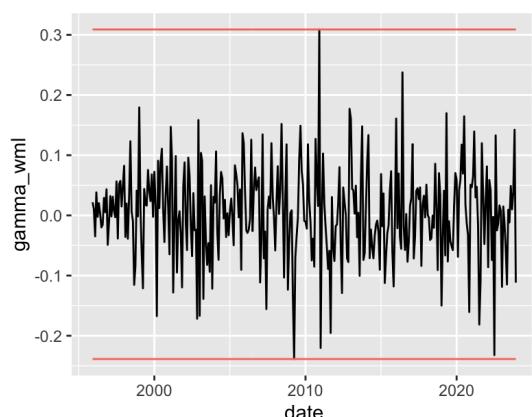
(a) Mercado



(b) Tamaño



(c) Book-to-market



(d) Momentum

Figura 2: Evolución de las primas de riesgo en el modelo de Carhart.

Referencias

- [1] EUGENE F. FAMA y KENNETH R. FRENCH. “Multifactor Explanations of Asset Pricing Anomalies”. En: *The Journal of Finance* 51.1 (1996), págs. 55-84. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1996.tb05202.x>. eprint: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1111/j.1540-6261.1996.tb05202.x>. URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1540-6261.1996.tb05202.x>.
- [2] Mark M. Carhart. “On Persistence in Mutual Fund Performance”. En: *The Journal of Finance* 52.1 (1997), págs. 57-82. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1997.tb03808.x>. eprint: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1111/j.1540-6261.1997.tb03808.x>. URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1540-6261.1997.tb03808.x>.
- [3] Eugene F. Fama y James D. MacBeth. “Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests”. En: *Journal of Political Economy* 81.3 (1973), págs. 607-636. ISSN: 00223808, 1537534X. URL: <http://www.jstor.org/stable/1831028> (visitado 16-02-2025).
- [4] Stefan Voigt Patrick Weiss Christoph Frey Christoph Scheuch. *Fama-MacBeth Regressions with R*. URL: <https://www.tidy-finance.org/r/fama-macbeth-regressions.html>.
- [5] J.H. Cochrane. *Asset Pricing: Revised Edition*. John H. Cochrane Graduate School of Business University of Chicago, 2000, págs. 228-229.
- [6] John Y. Campbell et al. *THE ECONOMETRICS OF FINANCIAL MARKETS*. Princeton University Press, 2012, págs. 215-217. ISBN: 9780691043012.
- [7] Ma Victoria Esteban González. *Modelos de Valoración de Activos. Estimación y Contraste*. Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales Universidad del País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea. URL: http://www.et.bs.ehu.es/~etpesgov/QFSARRIKO_ON2_08.pdf.