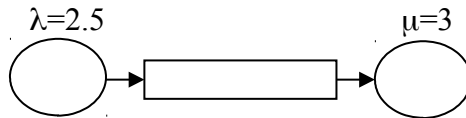


Лабораторные 5-6

Построить аналитическую и имитационную модели и сравнить результаты исследования

1. Одноканальная СМО с неограниченной очередью



а) Исследовать значения средней длины очереди, среднего времени ожидания в очереди при показательном и равномерном ($a = 0.05$, $b = 0.75$) распределении входного потока.

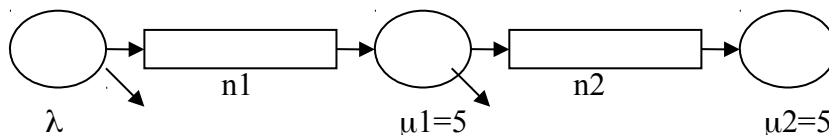
Поток обслуживания – простейший.

б)) Исследовать значения средней длины очереди, среднего времени ожидания в очереди, среднего времени пребывания заявки в системе при следующих дисциплинах обслуживания заявок из очереди:

- FIFO;
- первыми обслуживаются заявки, требующие меньшего времени обслуживания.

Потоки – простейшие

2. Двухфазная СМО с отказами

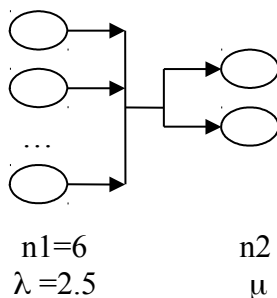


Варианты:

а) Построить зависимости $R_{отк}$, $R_{отк1}$, $R_{отк2}$ при изменении λ от 1 до 6 с шагом 0.5. Входной поток и потоки обслуживаний - простейшие, $n1=2$, $n2=2$.

б) Построить зависимости $R_{отк}$, $R_{отк1}$, $R_{отк2}$ при изменении $n1$ от 1 до 6. Входной поток и потоки обслуживаний - простейшие, $n2 = 2$, $\lambda = 4.5$

3. СМО с ожиданием ответа



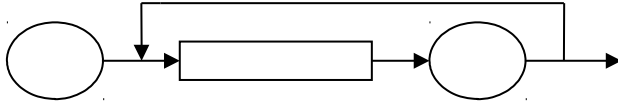
Определить среднее число ожидающих ответа источников, среднее время ожидания ответа и абсолютную пропускную способность (интенсивность на выходе системы) Входные потоки и потоки обслуживаний – простейшие.

а) $n2=3$, $\mu=6$

б) $n2=2$, $\mu=9$

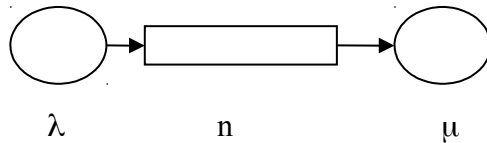
в) $n2=1$, $\mu=18$

4. Одноканальная СМО с неограниченной очередью и дообслуживанием



Если время обслуживания превышает значение T , то заявка возвращается в очередь и затем проходит дообслуживание в течение оставшегося времени. Исследовать значения средней длины очереди и среднего времени ожидания в очереди. Входной поток и потоки обслуживаний – простейшие с интенсивностями $\lambda = 2.0$, $\mu = 2.5$, $T = 0.4$.

5. СМО с отказами



На вход поступает простейший поток заявок с интенсивностью λ . Время обслуживания – показательное с параметром μ . Работающий (обслуживающий заявки канал) может выходить из строя (отказывать). Поток отказов – простейший с параметром ν . Ремонт начинается мгновенно после отказа. Время ремонта – показательное с параметром γ .

Найти

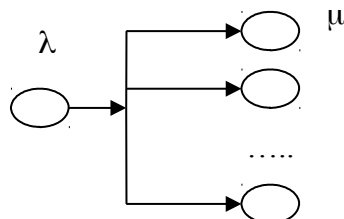
- вероятности состояний канала (канал свободен, занят, ремонтируется)
- абсолютную и относительную пропускную способность системы.

$\lambda = 0.5$, $\mu = 1$, $\nu = 0.01$, $\gamma = 0.1$, $n = 5$.

Варианты:

- а) Канал может выходить из строя только при обслуживании заявок;
- б) Канал может выходить из строя и в неработающем состоянии;
- в) Заявка, находившаяся в канале в момент его выхода из строя теряется;
- г) Заявка, находившаяся в канале в момент его выхода из строя становится в очередь, если в ней есть места и обслуживается заново;
- д) Заявка, находившаяся в канале в момент его выхода из строя становится в очередь, если в ней есть места и дообслуживается (в течении оставшегося времени);

6. Многоканальная СМО со “взаимопомощью”



Если в свободную систему поступает заявка, то ее обслуживают совместно все каналы. Если во время обслуживания заявки поступает еще одна, то часть каналов переключается на ее обслуживание и т.д., пока все каналы не окажутся занятыми. Интенсивность совместного обслуживания заявки n каналами $n\mu$. Каналы распределяются равномерно между заявками. На вход поступает простейший поток заявок с интенсивностью λ . Время обслуживания – показательное с параметром μ .

$$\lambda = 7, \mu = 1, n = 8.$$

Найти абсолютную и относительную пропускную способность системы

7. На вход n – канальной СМО с отказами поступает поток заявок с интенсивностью $\lambda = 6$ заявок в час. Среднее время обслуживания одной заявки 0.8 часа. Каждая обслуженная заявка приносит доход 4 у.е. Содержание одного канала обходится 2 у.е./час. Определить экономически целесообразное количество каналов.
8. На вход 2 – канальной СМО с отказами поступает простейший поток заявок с интенсивностью $\lambda = 4$ заявки в час. Среднее время обслуживания одной заявки 0.8 часа. Каждая обслуженная заявка приносит доход 4 у.е. Содержание одного канала обходится 2 у.е./час. Определить, что экономически целесообразнее – увеличение числа каналов до 3, или введение мест ожидания, если содержание одного места обходится в 0.3 у.е./час.

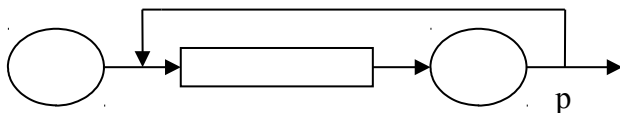
9. Одноканальная СМО с неограниченной очередью и “разогревом”

На СМО поступает простейший поток заявок с интенсивностью $\lambda = 1.5$. Время обслуживания – показательное с параметром $\mu = 2$. Перед обслуживанием заявки свободный до того канал должен “разогреться”. Определить средние времена пребывания заявок в системе и в очереди, среднее количество заявок в системе и в очереди. Если обслуживание начинается сразу после окончания обслуживания предыдущей заявки, то “разогрев” не нужен.

Варианты:

- а) время “разогрева” показательное со средним значением $T_p = 0.4$
- б) время “разогрева” фиксированное $T_p = 0.4$
- г) время “разогрева” $T_p = 0.2 T_{ок.}$, если $T_{ок.} < 6$, иначе $T_p = 0.3$, где $T_{ок.}$ – время, прошедшее после окончания обслуживания последней заявки.

10. Одноканальная СМО с неограниченной очередью и повторным обслуживанием



Заявка, прошедшая обслуживание, может быть возвращена в очередь на повторное обслуживание с вероятностью $p=0.1$. Исследовать значения средней длины очереди, среднего времени ожидания в очереди, среднего времени пребывания заявки в системе. Входной поток и потоки обслуживаний – простейшие с интенсивностями $\lambda = 2.0, \mu = 2.5$.

Варианты:

- а) время повторного обслуживания показательное со средним значением $T_p = 0.2$
- б) заявка повторно обслуживается как впервые поступившая
- г) заявка может повторно обслуживаться неограниченное число раз. Определить среднее число прохождений заявкой обслуживания.
- д) заявка может повторно обслуживаться только 1 раз. В случае второй “выбраковки” она покидает систему необслуженной. Определить вероятность необслуживания

11. Система массового обслуживания представляет собой стоянку такси, на которую поступает поток пассажиров с интенсивностью λ и поток машин с интенсивностью μ . Пассажиры образуют очередь, которая уменьшается на 1, когда к стоянке подходит машина. В случае, когда на стоянке нет пассажиров, в очередь становятся машины. Число мест для машин на стоянке ограничено (n).

Варианты:

а) Все потоки простейшие, $\lambda = 12.0$, $\mu = 15.0$ (заявок в час), $n = 10$. Очередь пассажиров не ограничена, посадка производится мгновенно. Определить средние значения очередей пассажиров и машин и средние значения времени пребывания на стоянке пассажиров и машин.

б) Все потоки простейшие, $\lambda = 12.0$, $\mu = 12.0$ (заявок в час), $n = 10$. Очередь пассажиров ограничена ($l = 20$), посадка производится мгновенно. Определить средние значения очередей пассажиров и машин и средние значения времени пребывания на стоянке пассажиров и машин, вероятность для пассажира уехать на такси.

в) Все потоки простейшие, $\lambda = 15.0$, $\mu = 10.0$ (заявок в час), $n = 10$. Очередь пассажиров ограничена следующими факторами: пассажир покидает очередь, если через 20 минут после начала ожидания количество пассажиров перед ним больше L . Посадка производится мгновенно. Определить средние значения очередей пассажиров и машин и средние значения времени пребывания на стоянке пассажиров и машин, вероятность для пассажира уехать на такси для $L = 5$, $L = 10$, $L = 15$.

г) Все потоки простейшие, $\lambda = 15.0$, $\mu = 10.0$ (заявок в час), $n = 10$. Очередь пассажиров ограничена следующими факторами: пассажир покидает очередь, если через S минут после начала ожидания количество пассажиров перед ним больше 3 человек. Посадка производится в течении 2 минут. Определить средние значения очередей пассажиров и машин и средние значения времени пребывания на стоянке пассажиров и машин, вероятность для пассажира уехать на такси, если S равномерно распределено в диапазоне от 5 до 20.

12. Автозаправочная станция (АЗС) имеет n колонок; площадка возле нее допускает одновременное ожидание не более m автомашин. Поток автомашин, пребывающих на АЗС простейший с интенсивностью λ . Время обслуживания показательное со средним значением $t_{\text{обсл.}}$.

а) $\lambda = 1$ маш/мин, $t_{\text{обсл.}} = 2$ мин.

Найти вероятности отказа и среднее значение длины очереди при $n = 2$ для значений m от 3 до 7;

б) $\lambda = 1$ маш/мин, $t_{\text{обсл.}} = 3$ мин, $n = 3$. Определить экономически обоснованное число мест ожидания, если заправка одной машины приносит доход 5 у.е, а аренда одного места ожидания стоит 20 у.е./час.

13. На железнодорожную сортировочную горку подается простейший поток составов с интенсивностью $\lambda = 2$ состава в час. Время обслуживания состава на горке имеет показательное распределение со средним значением $t_{\text{обсл.}} = 20$ мин. В парке прибытия горки могут находиться не более трех составов (включая обслуживаемый). Остальные вынуждены ожидать на внешних путях. За один час ожидания на внешних путях станция платит штраф 1000 руб. Определить срок окупаемости увеличения количества мест в парке прибытия горки до 4, если это увеличение потребует затрат в размере 1 млн. рублей.

14. Одноканальная СМО – ЭВМ, на которую поступает поток заявок (требований на расчеты) со средним интервалом между заявками $t_{вх}$. Время обслуживания распределено по закону Эрланга 3-го порядка с математическим ожиданием $t_{обсл}$. Определить

- среднее число заявок в очереди;
- среднее число заявок в СМО;
- среднее время пребывания заявок в очереди;
- среднее время пребывания заявок в СМО;
- а) входной поток простейший, $t_{вх}=10$ минут; $t_{обсл}=8$ минут;
- б) входной поток – поток Эрланга 4-го порядка, $t_{вх}=10$ минут; $t_{обсл}=8$ минут;

15) Имеется n -канальная СМО с неограниченной очередью. Входной поток и поток обслуживаний – простейшие с интенсивностями λ и μ соответственно. Время пребывания в очереди ограничено случайным сроком, распределенным по показательному закону с математическим ожиданием $t_{ож}$.

Определить

- среднее число заявок в очереди;
- среднее время пребывания заявок в очереди (отдельно – для получивших обслуживание и ушедших из очереди до обслуживания);
- среднее число занятых каналов.
- а) $n=2$, $\lambda = 3$ заявки/час, $\mu=1$ заявка/час, $t_{ож}=0,5$ часа.
- б) $n=3$, $\lambda = 4$ заявки/час, время обслуживания заявки постоянно и равно 1 часу, $t_{ож}=0,5$ часа

16) Два наладчика обслуживают 6 станков. Станок требует наладки в среднем через каждые 0,5 часа. Наладка занимает у рабочего в среднем 10 минут. Все потоки событий – простейшие. Определить, как изменятся следующие показатели:

- среднее число занятых рабочих;
 - абсолютная пропускная способность;
 - среднее число неисправных станков,
- если рабочие будут наладывать станки совместно, затрачивая при этом на наладку одного станка в среднем 5 минут.

17) На вход N -канальной СМО с неограниченной очередью поступает простейший поток заявок с интенсивностью λ . Время обслуживания показательное. Интенсивность обслуживания заявок μ . Обслуживание происходит без гарантии качества; с вероятностью p оно не удовлетворяет заявку и она обслуживается повторно, занимая место в очереди. Определить абсолютную пропускную способность, среднее время обслуживания заявки, среднее число заявок в очереди.

- а) $n=3$, $p=0,2$, $\lambda = 2$ заявки/час, $\mu=1$ заявка/час, заявка может обслуживаться неограниченное число раз;
- б) $n=1$, $p=0,2$, $\lambda = 2$ заявки/час, $\mu=2,7$ заявки/час, заявка может повторно обслуживаться не более одного раза, после чего отбраковывается;

18) На вход трехканальной СМО (М/М/3) поступает поток заявок с интенсивностью $\lambda = 9$. Интенсивность обслуживания заявок каналами $\mu=3$. Все потоки простейшие.

После обработки заявки каналом, она с вероятностью p может потребовать дополнительной обработки в специальном (четвертом) канале,

если тот свободен. Если заявка застаёт специальный канал занятым, она бракуется.

Определить необходимую производительность дополнительного канала для того, чтобы процент забракованных заявок не превышал 1% при значениях ρ равных 0,1, 0,3 и 0,5.

19) Одноканальная СМО с неограниченной очередью. Входной поток простейший с интенсивностью 2 заяв/час. Найти среднюю длину очереди и среднее время ожидания в очереди, если поток обслуживания имеет

- А) показательное распределение времени обслуживания, $\mu=2,5$ заяв/час;
- Б) равномерное распределение времени обслуживания, $a=0,2$ час, $b=0,6$ час;
- В) нормальное распределение времени обслуживания, $m=0,4$ час, $\sigma=0,1$ час;
- Г) время обслуживания фиксировано, $t_{\text{обсл}}=0,4$ час;

Д) время обслуживания распределено по закону Эрланга – поток обслуживания!!!

$$f_4(t) = \frac{\mu(\mu t)^3}{3!} e^{-\mu t}, \quad \mu=9 \text{ заяв/час.}$$

20) Многоканальная СМО с отказами M/G/n. Входной поток простейший с интенсивностью 2 заяв/час, $n=3$.

Найти:

- абсолютную пропускную способность;
- среднее число занятых каналов;
- вероятность отказа, если поток обслуживания имеет:

- А) показательное распределение времени обслуживания, $\mu=0,7$ заяв/час;
- Б) равномерное распределение времени обслуживания, $a=1,5$ час, $b=2,0$ час;
- В) нормальное распределение времени обслуживания, $m=1,7$ час, $\sigma=0,5$ час;
- Г) время обслуживания фиксировано, $t_{\text{обсл}}=1,75$ час;
- Д) время обслуживания распределено по закону Эрланга

$$f_3(t) = \frac{\mu(\mu t)^2}{2!} e^{-\mu t}, \quad \mu=3 \text{ заяв/час.}$$

21) На промышленном предприятии для контроля за качеством готовой продукции разрабатывается новая система, которая будет включать некоторое количество испытательных стендов и помещения для хранения поступающих на контроль изделий. Вследствие ограниченной площади помещения одновременно в очереди может ожидать не более чем m изделий. Если поступающее на контроль изделие застаёт ситуацию, что все места для ожидания заняты, то оно отгружается, не проходя контроль. Исследование моментов поступления изделий на контроль показали, что они случайны и распределены по закону Пуассона с параметром λ изд/ч. Время, затрачиваемое на контроль одного изделия, также случайное со средним значением μ изд/ч. Определить при заданных значениях $m = 3$ изд., $\lambda = 2$ изд/ч, $\mu=1$ изд/ч минимальное число испытательных стендов, чтобы было проконтролировано не менее 95% всей выпускаемой продукции

22) В двухканальной СМО вида M/M/n интенсивность обслуживания первого канала 2μ , второго μ . Если оба канала свободны, заявка попадает в первый канал. Все потоки простейшие, $\mu=2$, $\lambda=2,5$. Найти вероятность отказа и коэффициенты загрузки каналов, среднее время пребывания заявки в системе.

23) В СМО вида $M/M/2/1$ первый канал может обслуживать только заявки первого вида, второй – только заявки второго вида. Вероятность появления во входном потоке заявок первого вида P , второго $1-P$. Если заявка первого вида застает свой канал занятым, она может вытеснить с места ожидания заявку второго вида, если она там находится в этот момент. Найти вероятности отказов для заявок первого $P_{отк1}$ и второго $P_{отк2}$ вида. Все потоки простейшие, $\lambda = 4$, $\mu_1 = 2$, $\mu_2 = 2$, $P = 0,6$.

24) СМО вида $M/M/3$. Интенсивности обслуживания в каналах 3μ , 2μ и μ соответственно. Заявка, поступившая в систему, старается занять свободный канал с наибольшей производительностью. Найти загрузку каналов (вероятность застать канал работающим) и абсолютную пропускную способность системы. $\mu = 4$, $\lambda = 25$. Все потоки простейшие.

25) В двухканальной СМО вида $M/M/n$ интенсивность обслуживания первого канала $\mu_1 = 5$, второго μ_2 . Определить значение μ_2 при котором будет обслуживаться не менее 95% поступающих заявок, если $\lambda = 9,5$. Все потоки простейшие.

26) В трехканальной СМО с отказами интенсивность обслуживания первого канала 2μ , второго и третьего μ . Если первый канал свободен, то поступившая заявка занимает именно его. Найти среднее время пребывания заявки в системе W_c и абсолютную пропускную способность. Все потоки простейшие, $\mu = 0,2$, $\lambda = 0,8$.

27) В СМО вида $M/M/1/1$ поступают заявки двух видов. Заявка первого вида появляется на входе с вероятностью p , второго с вероятностью $(1-p)$. Заявка первого вида имеет более высокий приоритет и может вытеснить заявку второго вида из канала в очередь, если место в очереди свободно или из системы, если место занято. В случае, когда заявка первого вида застает систему в состоянии обслуживания заявки первого вида, то она ставится в очередь, если место ожидания свободно или занято заявкой второго вида (менее приоритетная заявка теряется). Найти относительные пропускные способности Q_1 и Q_2 . $\mu = 0,5$, $\lambda = 0,45$, $p = 0,4$.

28) Система может находиться в одном из следующих состояний:

- исправна, работает;
- неисправна, остановлена, ведется поиск неисправности;
- неисправность локализована, ведется ремонт;
- ремонт закончен, ведется подготовка к пуску.

Все потоки - простейшие. Среднее время безотказной работы равно 2 (суткам). Для ремонта систему приходится останавливать в среднем на 6 часов. Поиск неисправности длится в среднем 0,5 часа. Подготовка к пуску системы после ремонта занимает в среднем 1 час. Найти предельные вероятности состояний.

29) В СМО вида $M/G/1/m$ в результате статистической обработки интервалов времени обслуживания получены значения:

$t_{обсл}$ – среднее время обслуживания,

$\sigma_{обсл}$ – среднее квадратическое отклонение времени обслуживания.

Построить модель, используя метод этапов и определить абсолютную пропускную способность системы и среднюю длину очереди.

Входной поток простейший с интенсивностью λ .

а) $\lambda = 3,6$, $m = 3$, $t_{\text{обсл}} = 0,25$, $\sigma_{\text{обсл}} = 0,145$;

б) $\lambda = 0,4$, $m = 4$, $t_{\text{обсл}} = 2$, $\sigma_{\text{обсл}} = 1,414$;

в) $\lambda = 2,25$, $m = 2$, $t_{\text{обсл}} = 0,4$, $\sigma_{\text{обсл}} = 0,25$.

30) Техническое устройство состоит из двух одинаковых узлов, каждый из которых может выходить из строя (отказывать) под влиянием простейшего потока неисправностей с интенсивностью $\lambda = 0,1$ (неисправн./сутки). Время ремонта распределено по закону Эрланга второго порядка со средним значением 4 часа. Построить модель, используя метод этапов и определить вероятности состояний:

S_0 – оба узла работают;

S_{01} – один узел работает, второй ремонтируется;

S_{11} – оба узла ремонтируются.

31) На вход СМО вида М/М/2/1 поступает простейший поток заявок с интенсивностью λ . Время обслуживания – показательное с параметром μ . Работающий (обслуживающий заявки канал) может выходить из строя (отказывать). Поток отказов – простейший с параметром ν . Ремонт начинается мгновенно после отказа. Время ремонта – показательное с параметром γ . Заявка, находившаяся в канале в момент его выхода из строя, помещается во второй канал, если он свободен, или в очередь, если в ней есть свободные места и обслуживается заново.

а) Найти вероятности состояний канала (канал свободен, занят, ремонтируется) и абсолютную и относительную пропускную способность системы. $\lambda = 1,5$, $\mu = 0,8$. $\nu = 0,01$, $\gamma = 0,1$

б) Найти вероятности состояний каналов (оба канала свободны, оба канала заняты, один занят, второй свободен, оба канала ремонтируются, оба канала исправны, один исправен, второй ремонтируется) и абсолютную и относительную пропускную способность системы.

$\lambda = 3$, $\mu = 1,6$. $\nu = 0,01$, $\gamma = 0,1$

32) Система представляет собой совокупность из n одноканальных СМО с неограниченной очередью. Входной поток простейший. Заявки из входного потока последовательно распределяются между СМО: 1-я заявка попадает в СМО №1, 2-я заявка попадает в СМО №2, ..., n -я заявка попадает в СМО № n , $(n+1)$ -я заявка попадает в СМО № 1 и т.д. Найти значения показателей эффективности $L_{\text{оч}}$, L_c , $W_{\text{оч}}$, W_c .

$n=3$, $\lambda = 12$, $\mu = 3,5$.

33) Определить, как изменятся значения показателей эффективности ($L_{\text{оч}}$, L_c , $W_{\text{оч}}$, W_c , $P_{\text{отк}}$) при замене СМО вида М/М/ n / m на СМО М/М/1/ m , если интенсивность обслуживания канала при этом увеличится в n раз.

а) $n=3$, $m=2$, $\lambda = 12$, $\mu = 3,7$;

б) $n=2$, $m=3$, $\lambda = 12$, $\mu = 5,7$;

34) СМО вида М/М/1/1. На вход поступает простейший поток заявок с интенсивностью λ . Время обслуживания – показательное с параметром μ . Работающий (обслуживающий заявки канал) может выходить из строя (отказываться). Поток отказов – простейший с параметром ν . Ремонт начинается мгновенно после отказа. Время ремонта распределено по закону Эрланга второго порядка со средним значением $T_{\text{рем}}$. Заявка, находившаяся в канале в момент его выхода из строя, становится в очередь, если в ней есть место.

Найти

- вероятности состояний канала (канал свободен, занят, ремонтируется)
- абсолютную и относительную пропускную способность системы.

$\lambda = 0.7, \mu = 1, \nu = 0.01, T_{\text{рем}} = 4$.

35) В СМО вида М/М/2/1 поступают заявки двух видов. Заявка первого вида появляется на входе с вероятностью p , второго с вероятностью $(1-p)$. Заявка первого вида имеет более высокий приоритет и может вытеснить заявку второго вида из канала в очередь, если место в очереди свободно или из системы, если место занято. В случае, когда заявка первого вида застаёт систему в состоянии обслуживания заявок первого вида, то она ставится в очередь, если место ожидания свободно или занято заявкой второго вида (менее приоритетная заявка теряется). Найти относительные пропускные способности Q_1 и Q_2 . $\mu = 0.5, \lambda = 0.9, p = 0.5$.

36) В СМО вида М/М/1/2 поступают заявки двух видов. Заявка первого вида появляется на входе с вероятностью p , второго с вероятностью $(1-p)$. Заявка первого вида имеет более высокий приоритет и может вытеснить заявку второго вида из канала в очередь, если в очереди есть свободное место или из системы, если оба места заняты. В случае, когда заявка первого вида застаёт систему в состоянии обслуживания заявки первого вида, то она ставится в очередь, если есть свободное место ожидания или вытесняет из очереди заявку второго вида (менее приоритетная заявка теряется). Загрузка заявок в канал из очереди производится в соответствии с их приоритетами. Найти относительные пропускные способности Q_1 и Q_2 . $\mu = 0.5, \lambda = 0.9, p = 0.3$.

37) В СМО вида М/М/2 поступает поток заявок (интенсивность $\lambda = 80$), в котором с вероятностью 0,3 встречаются заявки 1-го рода и с вероятностью 0,7 заявки второго рода. Интенсивность обслуживания заявок каналами зависит от рода заявки. Для первого канала $\mu_{11} = 20, \mu_{12} = 60$, для второго

$\mu_{21} = 40, \mu_{22} = 40$. Все потоки простейшие.

Найти значения $A, L_c, L_{c1}, L_{c2}, W_c, W_{c1}, W_{c2}$.