FFT

# Tema 3: Corriente Alterna

## Números complejos

Módulo, vel. ang., $i = \sqrt{-1}$

$$v(t) = V_0 \left(\cos(\omega t + \alpha) + i \,\text{sen}(\omega t + \alpha)\right)$$

desfase

$$\Downarrow$$

$$v(t) = V_0 e^{i(\omega t + \alpha)} \Longrightarrow V = \text{fasor} = V_0 e^{\alpha} \Longrightarrow \underbrace{v(t) = V e^{i\omega t}}_{\text{forma fasorial}}$$

Nos van a dar señales seno o coseno:

$$\left.\begin{array}{l} v(t) = V_0 \cos(\omega t + \alpha) \\ v(t) = V_0 \,\text{sen}(\omega t + \alpha) \end{array}\right\} v(t) = V_0 e^{i(\omega t + \alpha)}$$

Da igual, seno o coseno, trabajamos con núm. imaginarios, con el módulo ($V_0$) y el argumento ($\omega t + \alpha$)

Ejemplo:

$$v(t) = \underbrace{2}_{V_0} \cos(\underbrace{3'2}_{\omega} t + \underbrace{\tfrac{\pi}{4}}_{\alpha})\, V \Longrightarrow v(t) = \underbrace{2}_{V_0} e^{i(\overbrace{3'2}^{\omega} t + \overbrace{\frac{\pi}{4}}^{\alpha})}\, V$$

$$2\cos\left(3'2\, t + \frac{\pi}{4}\right) = \text{Real}\left(2 e^{i\left(3'2 t + \frac{\pi}{4}\right)}\right)$$

parte real

Cuando resolvemos el circuito tenemos que volver a expresarlo como una expresión real. (seno o coseno)

Si hemos resuelto el ejercicio y tenemos que

$$i(t) = 4'15\, e^{i(3'7t - \frac{\pi}{3})}$$

Como hemos partido de una señal coseno:

$$i(t) = 4'15 \cos(3'7t - \tfrac{\pi}{3})\ A$$

## Ley de Ohm generalizada

$$v(t) = \underbrace{Z}\, i(t)$$

↳ impedancia ($\Omega$)

La usaremos para:

- Resistencias $\longrightarrow R = Z_R$ ya que $v(t) = R\,i(t)$
- Condensadores $\longrightarrow Z_C = \frac{1}{\omega C} e^{-i\frac{\pi}{2}}$

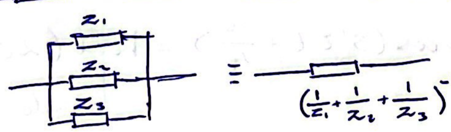
  $\left(i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}\right)$
- Bobinas $\longrightarrow Z_L = i\omega L = \omega L e^{i\frac{\pi}{2}}$

  $\left(v(t) = L \frac{di(t)}{dt}\right)$

Asociaciones:

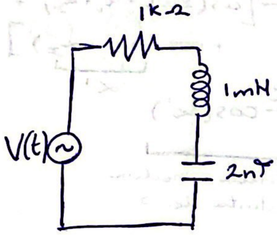
- En serie:


- En paralelo:



Como ni las resistencias ni bobinas ni condensadores varían la frecuencia, trabajaremos con el fasor

Ejemplo:




$$v(t) = 10\cos(10^6 t)\,V$$

$$Z_R = 1K\Omega$$

$$Z_L = j\omega L = 10^6 \cdot 10^{-3} j = 10^3 e^{j\frac{\pi}{2}} = e^{j\frac{\pi}{2}} K\Omega$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j10^6 10^{-9}} e = \cancel{2}10^3 e^{-j\frac{\pi}{2}} = \cancel{2}\,0'5\, e^{-j\frac{\pi}{2}} K\Omega$$

$$Z_t = 1K\Omega + \cancel{10}\,1jK\Omega + (-j)\cancel{2}\,0'5\,K\Omega = (1 + 0'5j)\,K\Omega$$

$$\cancel{Z_t = \sqrt{1+0'5^2}\, e^{j\frac{\pi}{4}} = \sqrt{2}\, e^{j\frac{\pi}{4}} K\Omega} \quad 1'12$$

$$Z_t = 1'12\, e^{+j0'46}$$

$$v(t) = 10\cos(10^6 t)\,V \Longrightarrow v(t) = 10\, e^{j10^6 t}\,V$$

$$\text{Fasor: } \cancel{v(t)} V = 10\,V$$

Trabajando con los fasores:

$$V = Z_t \cdot I \Longrightarrow 10V = \cancel{\sqrt{2}\, e^{j\frac{\pi}{4}}} K\Omega\, I \Longrightarrow I = 8'93\, e^{-j0'46}$$

$$\cancel{I = \frac{10}{\sqrt{2}} e^{-j\frac{\pi}{4}} mA}$$

Volvemos a la expresión dependiente del tiempo:

$$i(t) = 8'93 \cdot e^{j(\omega t - \cancel{\frac{\pi}{4}}\,0'46)} = 8'93\, e^{j(10^6 t - \cancel{\frac{\pi}{4}}\,0'46)}\, mA$$

Y con ella volvemos a IR:

$$i(t) = 7'07 \cos(10^6 t - \cancel{\frac{\pi}{4}}\,0'46)\, mA$$

# Potencia

$$\begin{cases} v(t) = V e^{i(\omega t+\alpha_v)} \\ i(t) = I e^{i(\omega t+\alpha_I)} \end{cases} \qquad ¿p(t)?$$

$$p(t) = VI\cos(\omega t+\alpha_v)\cos(\omega t+\alpha_I) = \frac{VI}{2}\Big[\cos(2\omega t + \overbrace{\alpha_v+\alpha_I}^{\alpha}) + \cos(\underbrace{\alpha_v-\alpha_I}_{\alpha'})\Big]$$

$$p(t) = \frac{VI}{2}\cos(2\omega t+\alpha) + \underbrace{\frac{VI}{2}\cos(\alpha')}_{\text{potencia media distinta de } 0}$$

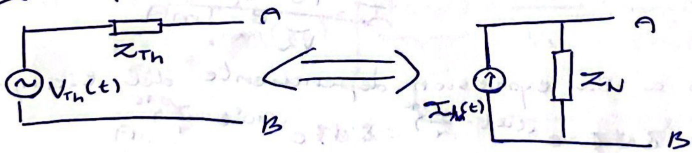
En condensadores y bobinas, las potencia media disipada es 0.

## Principios de superposición en AC

Para resolver circuitos con fuentes de distintas frecuencias, usaré el principio de superposición

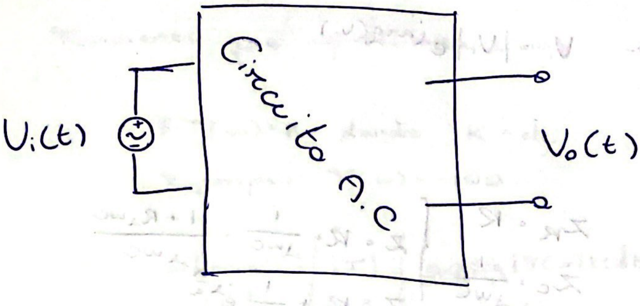
## Equivalente Thevenin y Norton

Igual que en C.C pero con impedancias



# TIT

## Función de transferencia




$V_i(t)$ : ~~func~~ potencial o señal de entrada
$V_o(t)$ : potencial o señal de salida

<u>Def</u>. La función de transferencia ($T$ o $H$) se define como el cociente entre $V_i(t)$ y $V_o(t)$

$$T = \frac{V_o}{V_i}$$

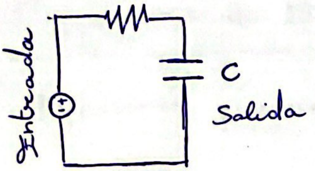
$$\left.\begin{array}{l} V_o = |V_o| e^{j\arg(V_o)} \\ V_i = |V_i| e^{j\arg(V_i)} \end{array}\right\} \underbrace{T(\omega)}_{} = \frac{V_o}{V_i} = \frac{|V_o| e^{j\arg(V_o)}}{|V_i| e^{j\arg(V_i)}}$$

↳ función compleja → $\in \mathbb{C}$
→ depende de $\omega$

$$T(\omega) = |T| \cdot e^{j(\arg(T(\omega)))}$$

$$\begin{cases} |T| = \dfrac{|V_o|}{|V_i|} \\ \arg(T(\omega)) = \arg(V_o) - \arg(V_i) \end{cases}$$

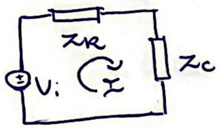
## Ejemplo




Calcular $T(\omega) = \frac{V_o}{V_i}$

$V_i = |V_i| e^{j\arg(V_i)}$

|||




$Z_R = R$

$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$

$$\left\{ \begin{array}{l} Z = R + \frac{1}{j\omega C} = \frac{1 + Rj\omega C}{j\omega C} \\ Z = R + \frac{1}{\omega C} e^{-j\frac{\pi}{2}} \end{array} \right.$$

$$\mathcal{I} = \frac{V_i}{Z} = \frac{V_i}{Z_R + Z_c}$$

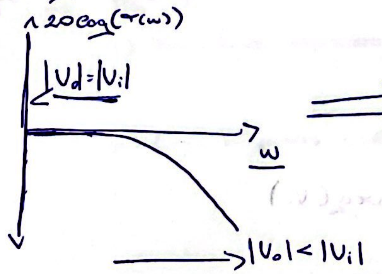
$$V_o = \mathcal{I} \cdot Z = \frac{V_i}{Z_R + Z_c} \cdot Z_c \Longrightarrow T(\omega) = \frac{\cancel{V_i} \cdot Z_c}{(Z_R + Z_c)\cancel{V_i}}$$

$$T(\omega) = \frac{Z_c}{Z_R + Z_c}$$

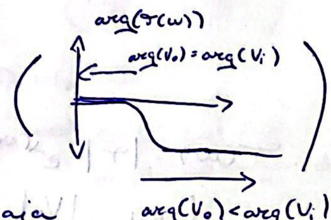
$$T(\omega) = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} \Longrightarrow \text{Si } RC = \frac{1}{\omega_0}$$

$$T(\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

Diagrama de Bode:




$\Longrightarrow$ Filtro paso baja



FFT

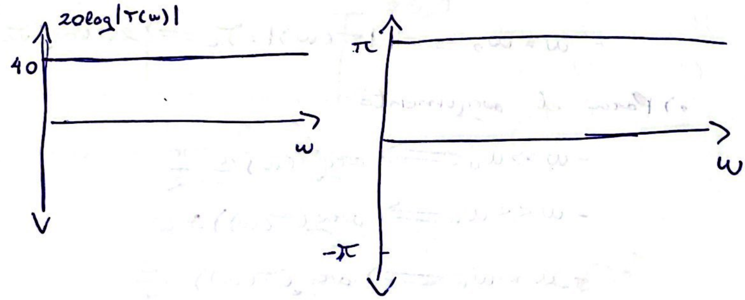
# Diagramas de Bode

Funciones que representaremos:

- $T(\omega) = K$ donde $K$ = ctc

Ejemplo: $T(\omega) = -100$

| $\omega$ (rad/s) | $\lvert T \rvert$ | $20\log\lvert T(\omega)\rvert$ (dB) | $\arg T(\omega)$ (rad) |
|---|---|---|---|
| $10^{-1}$ | 100 | 40 | $\pi$ |
| $10^{1}$ | 100 | 40 | $\pi$ |
| $10^{3}$ | 100 | 40 | $\pi$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ |
| $10^{6}$ | 100 | 40 | $\pi$ |

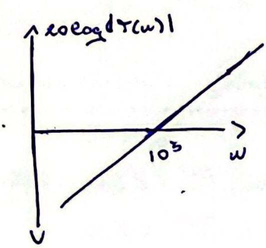


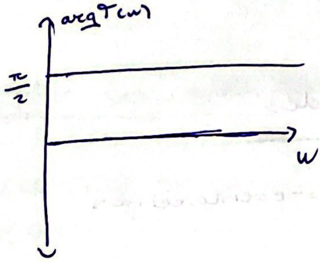

- $T(\omega) = j\frac{\omega}{\omega_0}$ donde $\omega_0$ ctc $\left(\frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_0}} = -j\frac{\omega_0}{\omega}\right)$

Ejemplo: $T(\omega) = j\frac{\omega}{10^5} \Longrightarrow \omega_0 = 10^5$

1) Sustituye $\omega_0 \Longrightarrow T(\omega_0) = 1j \Longrightarrow 20\log\lvert T(\omega)\rvert = 0$
$\arg(T(\omega)) = \frac{\pi}{2}$ (ctc)

2) Coge algunos valores más




• $T(\omega) = 1 + j\dfrac{\omega}{\cancel{10^5}\,\omega_0}$ $\left(\dfrac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}\right.$ es al contrario$\left.\right)$

Ejemplo: $1 + j\dfrac{\omega}{10^5}$

•) Para el módulo

- $\omega \gg \omega_0 \Longrightarrow |T(\omega)| \approx \dfrac{\omega}{\omega_0} \Longrightarrow 20\log\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)$
- $\omega \ll \omega_0 \Longrightarrow |T(\omega)| = 1 \Longrightarrow 20\log(1) = 0$
- $\omega = \omega_0 \Longrightarrow |T(\omega)| = \sqrt{2} \Longrightarrow 20\log(\sqrt{2}) \approx 3dB$

•) Para el argumento:

- $\omega \gg \omega_0 \Longrightarrow \arg T(\omega) \simeq \dfrac{\pi}{2}$
- $\omega \ll \omega_0 \Longrightarrow \arg(T(\omega)) \simeq 0$
- $\omega = \omega_0 \Longrightarrow \arg(T(\omega)) = \dfrac{\pi}{4}$