

# SISTEMA CONGRUENCIAS DPR.pdf



**Anónimo**



**Álgebra I**



**2º Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas**



**Escuela Técnica Superior de Ingenierías Informática y de Telecomunicación  
Universidad de Granada**



**Descarga la APP de Wuolah.**  
Ya disponible para el móvil y la tablet.





**Descarga la APP de Wuolah.**  
Ya disponible para el móvil y la tablet.



## RESOLUCION SISTEMA DE CONGRUENCIAS

Autor: Daniel Pérez Ruiz

### 1. ENUNCIADO DEL PROBLEMA

- Sea  $d = 12345678$ . Sea  $u = d \mod 100$ ,  $v = \frac{d-u}{100} \mod 100$ ,  $w = \frac{d-100v-u}{10000} \mod 100$
- Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:
  - $x \equiv u \mod 101$ .
  - $x \equiv v \mod 102$ .
  - $x \equiv w \mod 103$ .

### 2. SOLUCIÓN

#### 2.1 PREPARACIÓN DE LOS DATOS

- Tenemos que  $u = 12345678 \mod 100 = 78$ ,  $v = 56$ ,  $w = 34$ .
- Además tenemos que:
  - $\text{mcd}(101, 102) = 1$
  - $\text{mcd}(101, 103) = 1$  (Obvio, puesto que son primos).
  - $\text{mcd}(102, 103) = 1$
- Llamemos  $n_1 = 101$ ,  $n_2 = 102$ ,  $n_3 = 103$ . Vamos a hallar los  $s_i$ , con  $i \in \{1, 2, 3\}$  tal que  $s_i \cdot \frac{n}{n_i} \equiv 1 \mod n_i$ , donde  $n = n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 = 1061106$

#### 2.2 CÁLCULO DE LOS $s_i$

- Para  $s_1$ :

$$s_1 \cdot \frac{1061106}{101} \equiv 1 \mod 101 \Rightarrow s_1 \cdot 10506 \equiv 1 \mod 101 \Rightarrow 2 \cdot s_1 \equiv 1 \mod 101 \Rightarrow s_1 = 51$$

- Para  $s_2$ :

$$s_2 \cdot \frac{1061106}{102} \equiv 1 \mod 102 \Rightarrow s_2 \cdot 10403 \equiv 1 \mod 102 \Rightarrow 101 \cdot s_2 \equiv 1 \mod 102 \Rightarrow s_2 = 101$$

- Para  $s_3$ :

$$s_3 \cdot \frac{1061106}{103} \equiv 1 \mod 103 \Rightarrow s_3 \cdot 10302 \equiv 1 \mod 103 \Rightarrow 2 \cdot s_3 \equiv 1 \mod 103 \Rightarrow s_3 = 52$$

#### 2.3 CÁLCULO DEL ENTERO $a$

- Una vez hemos calculado los  $s_i$ , tenemos todo lo necesario para calcular el valor de  $x$ , que se calcula de la siguiente forma:

$$a = \sum_{i=1}^3 b_i \cdot s_i \cdot \frac{n}{n_i}$$

- Donde  $b_1 = u, b_2 = v, b_3 = w$ .
- Procedamos a calcular  $a$ :

$$a = 78 \cdot 51 \cdot 10506 + 56 \cdot 101 \cdot 10403 + 43 = 100632279$$

## 2.4 CÁLCULO DE $x$

- Ahora sólo nos falta calcular  $x$ . Para ello en primer lugar tenemos que  $x \equiv a \pmod{1061106} = 888315$
- Sin embargo, ésta solución no es única, por lo que  $x = 888315 + 1061106 \cdot m, m \in \mathbb{Z}$ .

## 3. COMPROBACIÓN

- Vamos a comprobar la validez y veracidad de este resultado:
  - $888315 \pmod{101} = 78$
  - $888315 \pmod{102} = 56$
  - $888315 \pmod{103} = 34$