

777

Tema 1: Campos

Tipos de coordenadas

- Cartesianas $\Rightarrow (x, y, z)$

- Cilíndricas $\Rightarrow \begin{cases} x = \rho \cos \phi \\ y = \rho \sin \phi \\ z = z \end{cases}$
 $\rho =$ radio cilindro
 $\phi =$ ang. con respecto a x

- Esféricas $\Rightarrow \begin{cases} x = r \sin \theta \cos \phi \\ y = r \sin \theta \sin \phi \\ z = r \cos \theta \end{cases}$
 $r =$ radio esfera
 $\theta =$ ang. con respect. a z
 $\phi =$ ang. con respect. a x

Ley de Coulomb

$$\vec{F}_{Q,q} = (Q \cdot q) K \frac{Q \cdot q}{R^2} \cdot \frac{\vec{r}_q - \vec{r}_Q}{|\vec{r}_q - \vec{r}_Q|}$$

Vector unitario

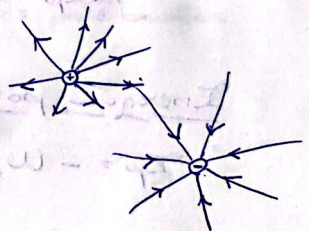
$$\vec{F}_{Q,q} = K \frac{Q \cdot q}{R^2} \cdot \hat{e}_x (N)$$

Intensidad de campo eléctrico

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{K \cdot Q \cdot \hat{e}_x}{R^2} (N/C)$$

- Cargas positivas \Rightarrow Fuentes

- Cargas negativas \Rightarrow Sumideros



Trabajo en el campo eléctrico

$$W_{A \rightarrow B} = \int_A^B \vec{F}_{A,q} \cdot d\vec{r} \text{ (Joules)} \Rightarrow \text{Genérica}$$

- Región con campo eléctrico

$$W_{A \rightarrow B} = \int_A^B \vec{F}_{A,q} \cdot d\vec{r} = q \int_A^B \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

Como el campo eléctrico es conservativo, el trabajo solo dependerá del punto inicial y final

Podemos definir:

$$W_{A \rightarrow B} = -\Delta E_p = -(E_p - E_p)$$

- Para dos cargas puntuales:

$$\Delta E_p = KQq \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right) (J)$$

Dependiendo del signo:

- $\Delta E_p > 0 \Rightarrow Q$ y q mismo signo $\Rightarrow W < 0$
(Fuerza externa)

- $\Delta E_p < 0 \Rightarrow Q$ y q ~~mismo~~ distinto signo $\Rightarrow W > 0$
(Sin fuerza externa)

Energía potencial e

$$E_p = -W_{\infty \rightarrow B} = - \int_{\infty}^B q \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = - \int_{\infty}^B \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

777

Potencial eléctrico

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} \quad (V)$$

- Para cargas puntuales:

$$V_B - V_A = KQ \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right) \quad (V)$$

$$V_B = - \int_{\infty}^B \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} \quad (V)$$

- En cargas puntuales:

$$V_B = K \frac{Q}{r_B} \quad (V)$$

Relación campo - potencial

$$+ V_B = - \int_{\infty}^B \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} \Rightarrow V_B = \int_B^{\infty} \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

$$+ \vec{E}(\vec{r}) = - \nabla V = \frac{\partial V}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{k}$$

"El sentido del campo es el de los potenciales menores: $\vec{E}(\vec{r}) = - \nabla V$ "

Principio de superposición

$$\vec{E}_r = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n$$

$$V_r = V_1 + V_2 + \dots + V_n$$

- Distribuciones continuas de carga

$$\varphi = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta V} = \dots \Rightarrow Q = \int_V \rho dV$$

$$\sigma = \text{superficie} \Rightarrow Q = \int_S \sigma dS$$

$$\lambda = \text{lineal} \Rightarrow Q = \int_L \lambda dL$$

- Princ. de Superposición Generalizado

$$\vec{E}_r = K \left[\underbrace{\sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{r_i^2} \vec{e}_{r_i}}_{\text{Cargas}} + \underbrace{\int_V \frac{\rho(r) dV}{r^2} \vec{e}_r}_{\text{Volumen}} + \underbrace{\int_S \frac{\sigma(r) dS}{r^2} \vec{e}_r}_{\text{Superficie}} + \underbrace{\int_L \frac{\lambda(r) dL}{r^2} \vec{e}_r}_{\text{linea}} \right]$$

Teorema de Gauss

$$\phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum Q_{\text{dentro}}}{\epsilon_0}$$



- Pasos:

- 1) Dirección y sentido del vector de campo
- 2) Elegimos la superficie de integración
- 3) Calculamos el flujo
- 4) Despejamos Q

Carga \Rightarrow Esfera

Cilindro \Rightarrow Cilindro

Plano \Rightarrow Cilindro

Cable \Rightarrow Cilindro

FF9

Tipos de materiales

- Dieléctricos: $\vec{E}^{\text{tot}} = \vec{E}^{\text{ext}} + \vec{E}^{\text{int}}$
- Conductores: $\vec{E}^{\text{tot}} = \vec{E}^{\text{superf}}$
($\vec{E}^{\text{int}} = 0$)
 \vec{E} perpendicular a la superficie
- Semiconductores (Otro tema)

Ejemplo: esfera conductora cargada en equilibrio

Con el T^a de Gauss:

$$\phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \oint dS = E \cdot 4\pi r^2$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{\epsilon_0 4\pi r^2} = K \frac{Q}{r^2} //$$

$$V = \int_r^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_r^\infty E dr = \int_r^\infty K \frac{Q}{r^2} dr = KQ \left[-\frac{1}{r} \right]_r^\infty$$

$$V = KQ \cdot \frac{1}{r} = K \frac{Q}{r} //$$

Capacidad $\Rightarrow C = \frac{Q}{V}$ (Faradios)

Condensadores $\Rightarrow C = \frac{Q}{V_1 - V_2}$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline + & + & + \\ \hline C_1 & C_2 & C_3 \\ \hline - & - & - \\ \hline \end{array} \Rightarrow C_T = C_1 + C_2 + C_3$$

Campo magnético

Pot. consumida:

$$P = (V_1 - V_2)I = I^2 R$$

Energía consumida:

$$U = P t = I^2 R t$$

Fuerza de Lorentz

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow |\vec{F}| = q v B \sin(\angle \vec{v} \vec{B})$$

Diagrama: Una carga q se mueve con velocidad \vec{v} a través de un campo magnético \vec{B} . El ángulo entre \vec{v} y \vec{B} es el ángulo de Lorentz.

- Por una corriente:

$$\vec{F} = I \vec{L} \times \vec{B} \Rightarrow \text{Conductores rectilíneos}$$

Diagrama: Un conductor rectilíneo de longitud L con corriente I en un campo magnético \vec{B} .

Cálculo del campo

- Carga en movimiento:

$$\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{q \vec{v} \times (\vec{r}_p - \vec{r}_q)}{|\vec{r}_p - \vec{r}_q|^3} \quad (\text{T})$$

$$\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{q \vec{v} \times \hat{e}_r}{r^2} \quad (\text{T})$$

- Por un elemento de corriente

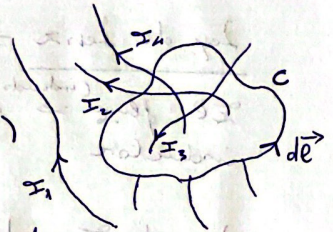
$$\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{I d\vec{L} \times \hat{e}_r}{r^2}$$

FFF

no se puede usar la regla de la mano derecha

Ley de Ampère

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{e} = \mu_0 I_c = \mu_0 (I_2 - I_3 + I_4)$$



El ^{signo} sentido de las manas intensidades se decide con la regla de la mano derecha y el sentido de estas

Ejemplo



$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{e} = \oint_C B \cdot d\vec{e} = B \oint_C de = B 2\pi r$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{e} = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

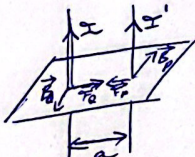


$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{e} = \oint_C B \cdot de = B \oint_C de = B 2\pi r$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{e} = \mu_0 I' \Rightarrow I' = I \frac{\pi r^2}{\pi a^2}$$

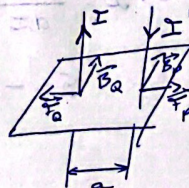
$$B = \frac{\mu_0 I \cdot \pi}{2\pi a^2}$$

El Ejemplo 2:



Se atraen.

$$F = \frac{\mu_0 I I' l}{2\pi a}$$



Se repelen

[7]

Fenómeno de autoinducción

Ley de Lenz \Rightarrow Sentido de la f.e.m.

El flujo ^(inducido) se opone a la variación del flujo inductor

Ley de Faraday \Rightarrow Intensidad \mathcal{E} (f.e.m.)

$$\mathcal{E} = - \frac{d\phi}{dt} \quad (\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \sin \alpha)$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
Varia algo

- Si varía el campo.

$$\mathcal{E} = - \frac{dB(t)}{dt} \cdot S \cdot \sin \alpha$$

- Si varía el ^{ea} superficie

$$\mathcal{E} = - B \cdot \frac{dS}{dt} \cdot \sin \alpha$$

- Si varía el ángulo ($\alpha = \omega t$)

$$\mathcal{E} = - B \cdot S \cdot \frac{d(\sin(\omega t))}{dt}$$

$$\mathcal{E} = B S \omega \cos(\omega t)$$

En un circuito rígido: $\frac{d\phi}{dt} = \frac{d\phi}{d\mathcal{E}} \frac{d\mathcal{E}}{dt}$

Coef. de autoinducción:

$$\hookrightarrow L = \frac{d\phi}{d\mathcal{E}} \text{ (Henrios)}$$

$$\mathcal{E} = - L \frac{d\mathcal{E}}{dt}$$