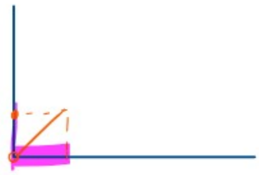
Verdadero o Falso

sábado, 15 de enero de 2022 16:49

1.- Falso. $f(x) = \begin{cases} 1 & x = 0 \\ x & 0 < x < 1 \end{cases}$



2.- Verdadero. Si f es estrictamente monótona y definida en I intervalo $\Longrightarrow \forall x, x' \in I,\ x \neq x' \Longrightarrow f(x) \neq f(x')$

luego será inyectiva. Por lo que si definimos f^{-1} en $f_*(I)$, esta asignará $\underset{(y \neq y')}{\forall y, y' \in f_*(I)}$ $\left.\begin{array}{l} f^{-1}(y) = x \text{ tq } f(x) = y \\ \quad\ \ \neq \\ f^{-1}(y') = x' \text{ tq } f(x') = y' \end{array}\right\}$ Está bien definida

luego $\forall a \in f_*(I)$ se cumple $\forall \{x_n\} \longrightarrow a \quad \{f^{-1}(x_n)\} \longrightarrow f^{-1}(a)$

Si f era estrictamente creciente $\Longrightarrow f^{-1}$ será estrictamente creciente

3.- Falso.

$f(x) = \begin{cases} 10 & x = 0 \\ x & 0 < x < 10 \end{cases}$ $\quad f : [0, 10[\longrightarrow \mathbb{R} \quad f(I) = J$

$J =]0, 10]$

Sin embargo, $f^{-1} : J \longrightarrow \mathbb{R}$ definida como $f^{-1}(y) = x$ tq $f(x) = y$ no será continua ya que tendra una discontinuidad evitable en $x = 10$

3.- Falso. Por Weierstrass podemos saber que si f es continua en un intervalo I cerrado, $f(I) = J$ tq J es otro intervalo cerrado

5.- Falso. ~~Contraejemplo: $f(x) = \frac{1}{x}$ Nunca se anula y no tiene máximos o mínimos absolutos~~

$f(x) = \frac{1}{x}$ no cuenta como polinómica

Verdadero. Por Bolzano sabemos que si el polinomio es de grado impar, se anulará en algún punto

Por Weierstrass podemos saber que si es de grado par $\Longrightarrow$ coef. líder $> 0 \Longrightarrow$ Mín. Absol.

Por Weierstrass podemos saber que si es de grado par $\Rightarrow$ Coef. líder $> 0 \Rightarrow$ Mín. Absol.
Coef. líder $< 0 \Rightarrow$ Máx. Absol.

6.- Falso. Para que $f+g$ fuera continua en a, g tendría que ser continua en ese punto. Contraejemplo: $g(x) = \begin{cases} x & x \in \mathbb{R} - \{1\} \\ 10 & x = 1 \end{cases}$ $\quad f(x) = x$

Supongamos $a = 1 \Rightarrow (f+g)(x) = \left.\begin{cases} 2x & x \in \mathbb{R} - \{1\} \\ \cancel{x+10}\ 11 & x = 1 \end{cases}\right\} \Rightarrow$ Discontinua

$f(x) = E(x^2)\ \forall x \in \mathbb{R}$

$\forall a \in \mathbb{R}$ tq $a^2 \notin \mathbb{Z}$ se cumple que $\quad$ Definimos $z \in \mathbb{Z}$ como $\inf\{n \in \mathbb{Z} ; n \geq a\}$

$\forall \{x_n\} \to a \quad \{f(x_n)\} \to f(a)$

$\{E(x_n^2)\} \to E(a^2) < z \Rightarrow E(a^2) = z-1$

Sin embargo, $\forall a \in \mathbb{R}$ tq $a^2 \in \mathbb{Z}$

$\forall \{x_n\} \to a$ $\quad \{f(x_n)\} \not\to f(a) \Rightarrow E(x_n^2) \leq z-1$
$(x_n < a)$
$\forall n \in \mathbb{N}$

$a^2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow z = a^2 \Rightarrow E(a^2) = z \quad \Big\}\ z \neq z-1$

$g(x) = x\,E\left(\frac{1}{x}\right)\ \forall x \in \mathbb{R}^* \quad g(0) = 1$

$\forall x \in]1, +\infty[\quad E\left(\frac{1}{x}\right) = 0 \Rightarrow g(x) = 0\ \forall x \in]1, +\infty[$

$x = 1 \Rightarrow g(1) = 1$

$\forall x \in]0, 1[\qquad \frac{1}{x} \in \mathbb{Z} \Rightarrow g(x) = 1$

$\frac{1}{x} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow g(x) = x \cdot \left(\frac{1}{x} - 1\right) = 1 - x \quad \Big\}$ $\forall x \in]0,1[$ g será discontinua en x