# Resumen-Tema-4.pdf

ferluque

ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA E INTROD A LA PROBABILIDAD

1º Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas

Facultad de Ciencias
Universidad de Granada

## Tema 4

### Probabilidad condicionada

Sea $(\Omega, \mathrm{A}, P)$ un espacio probabilístico arbitrario y $A$ un suceso ($A \in \mathrm{A}$), con $P(A) > 0$. Sea otro suceso $B \in \mathrm{A}$, se define la **probabilidad de $B$ condicionada a $A$** como:

$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$

De esto se obtiene:

$P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$ si $P(A) > 0$

$P(A \cap B) = P(B)P(A|B)$ si $P(B) > 0$

### Teorema de la probabilidad compuesta o Regla de la multiplicación

Sean $A_1, A_2, \ldots, A_n \in \mathrm{A}$ con $P([\cap_i A_i]) > 0$, entonces:

$P([\cap_i A_i]) = P(A_1)P(A_2|A_1)\ldots P\left[A_n| \cap_i^{n-1} A_i\right]$

### Teorema de la probabilidad total

Sea $\{A_n\}_{n\in\mathbb{N}} \subset A$ una partición de $\Omega$ con $P(A_n) > 0$, $\forall n \in \mathbb{N}$. Sea $B$ un suceso de $\mathrm{A}$, entonces:

$P(B) = \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n)P(B|A_n)$

### Regla de Bayes o de la probabilidad inversa

Con las mismas condiciones del teorema de la probabilidad total:

$P(A_n|B) = \frac{P(B|A_n)P(A_n)}{\sum_{n\in\mathbb{N}} P(B|A_n)P(A_n)}$

### Independencia de sucesos

1. Si $P(B|A) \neq P(B)$, es decir, el hecho de que ocurra $A$, modifica la probabilidad de que ocurra $B$. Diremos que $B$ depende de $A$, pudiendo $A$, **favorecer** a $B$ (si $P(B|A) > P(B)$), o **desfavorecer** a $B$ (si $P(B|A) < P(B)$)
2. Si $P(B|A) = P(B)$, entonces se dice que el suceso $B$ es independiente del suceso $A$.

**Caracterización**

$B$ es independiente de $A \iff P(A \cap B) = P(A)P(B)$

**Proposición**: Si $A$ y $B$ son independientes:

- $A$ y $\bar{B}$ son independientes
- $\bar{A}$ y $B$ son independientes
- $\bar{A}$ y $\bar{B}$ son independientes

**Independencia dos a dos**

Sea $\mathcal{U}$ una familia de sucesos y $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ un espacio probabilístico tal que $\mathcal{U} \subset \mathcal{A}$, sus sucesos son **independientes dos a dos** si:

$\forall A, B \in \mathcal{U},\ A \neq B$, $A$ y $B$ son independientes

**Independencia Mutua**

Del mismo modo, los sucesos de $\mathcal{U}$ son **mutuamente (completamente o totalmente) independientes** o simplemente **independientes** si para toda subcolección finita $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ de sucesos distintos de $\mathcal{U}$, se verifica:

$P(A_{i1} \cap A_{i2} \cap \ldots \cap A_{ik}) = \prod_{j=1}^{k} P(A_{ij})$