Tema l: Espacio Euclideo

OSKK /

Analisis I Peop, colorales Dead women HXH2H12 HILL LINE Day Tema L · Prod. Excalar de dos vectores Sea x, y & IR Propiedader TOXXXX I TAN HAND PER - Chu + puly) = DCuly) + pCuly) - Cxly) = Cylx) - (x1x)>0 \x \e 1R" \ 404 Bur to ignificant (superguent x y a 1/2 En un espacio arbitrarcio X Sea q prod. escalar en X: CAPAS (CIXXX) -> IRIX) AS CXALLED Sforma bilineal simétrica con su forma anadratica asociada definida positiva Survey KARA X-XV YOUR Un espació pre-hilbertiano es un espació vectorial dotado de producto escalar THE PROPERTY OF · Norma.

Casociada a un presducto escacar >
La norma de x Vx e X

11×11 = C×1×)/2

1

Propiedades

- Desig Triang 11x+y11 = 11x11+11y11 Vx, ye X - 11×11 = 1×1 · 11×11

- x e X | | x | 1 = 0 => x = 0

Desig. de Cauchy - Schwarz

In todo espacio pre-hilbertiano X, 1 C x 1 y) 1 = 11 × 11 · 11 y 11 + x, y & X La igualdad se da para x, y 2.D

Demostración () () () () Para Ca iqualdad, supargamos x, y e X J.D. 31 alguno fuera igual a O, seria trivial. Supongamos x, y + 0. Como son J.D. ILEIR to xxx y= xx

Cxlxx) = 2 Cxlx) = Cxxlxx) · Cxlx) = = C y 1 y) C x | x) = || y || 2 . || x || 2

Haciendo las reaicer obtenemas la igualdad.

Supangamos ahora x, y d. I. duego WheIR x-hy #0 => (x-hy | x-hy) #0

0< (x- 2y | x - 2y) = ||x|| - ex (x |y) + 1/1 |y ||2 Si tomamos X = Cxly)

0 < 11 × 112 - 2C × 14)2 + C × 14 /2

Cx1x)2 < 11x11 . 11x11

Calas Wall

· Espacios norma dos

Def. Espacio vectorcial X con una norma fijada

11.11: X -> IR con las propiedades descritas

antes

Prede estar asociado a un prod. escalar o no

Por ejemplo, 11.11, o 11.11, no tienen producto
escalar asociado

· Tapacios métricos

Def. Conjunto E # Ø con una distancia asociada d siendo d: ExE -> IR ampliendo

- Desig. Triang dCx, x) = dCx, y) + dCy, 2)

- Simetria dCx, y) = dCy, x)

- dcx,y) = 0 => x=y

Si E er un espacio normado, la distancia asociada a su norma se definira como:

dcx, y) = 11 x - x 11 = 11 x - y 11

Existen distanciar no asociadar a una norma como la discreta

80x, y > = 1 = x = y