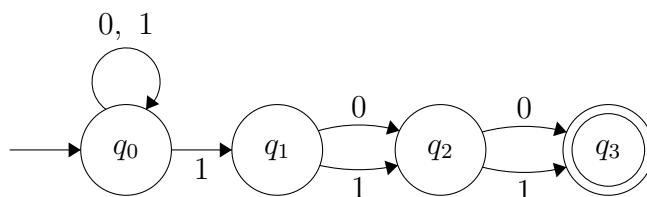


Ковальков Антон 577гр

Задача 1.

Построим НКА \mathcal{A} :



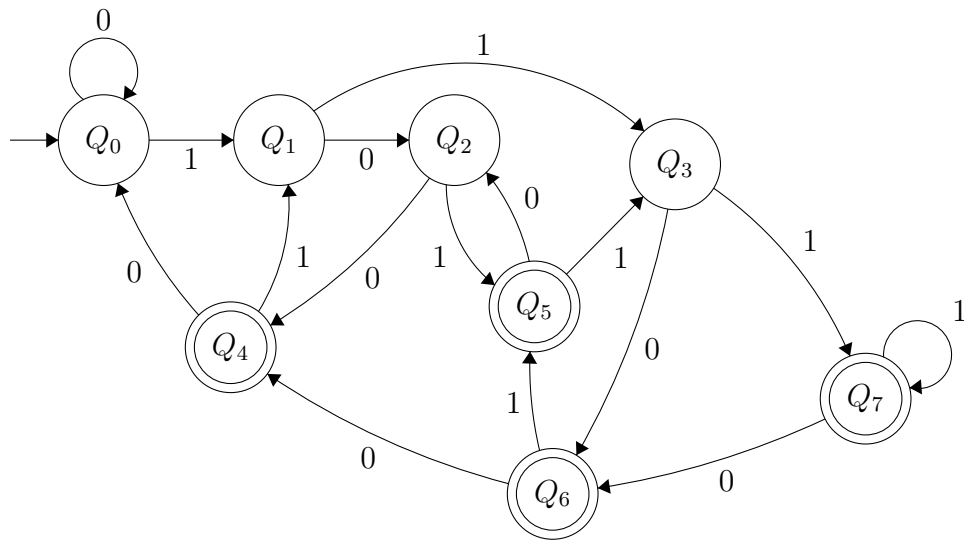
Докажем, что \mathcal{A} распознаёт язык L_3 .

1) $\forall \omega \in L_3 \ \omega = \omega_1 1 \omega_2$, где $|\omega_2| = 2$

На слове ω_1 в множестве состояний автомата будет состояние q_0 . После 1 во множестве состояний гарантированно будет q_1 . И, наконец, так как $|\omega_2| = 2$ после обработки подслова ω_2 во множестве состояний автомата будет принимающее состояние q_3 . Значит автомат принимает все слова из L_3 .

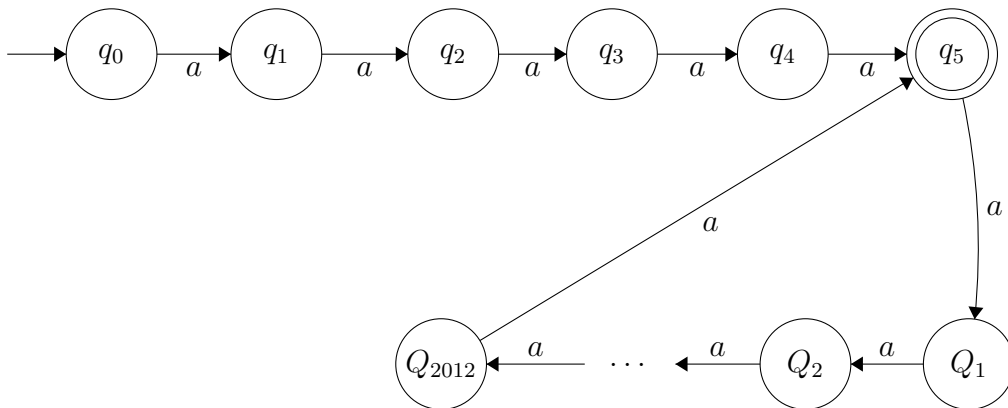
2) Докажем теперь, что автомат не принимает слова у которых на третьем с конца месте не 1. Очевидно, что слова длины меньше 3 автомат не принимает. Так же автомат не принимает слова длины 3 начинающиеся на 0. Разделим все слова длины больше 3 у которых на третьем с конца месте не 1 на 3 части : $\omega = \omega_1 0 \omega_2$, где $|\omega_2| = 2$. Чтобы автомат завершил работу он должен оказаться в состоянии q_3 . Что не возможно.

	Макросост.	сост НКА	0	1
	Q_0	q_0	Q_0	Q_1
	Q_1	q_0, q_1	Q_2	Q_3
	Q_2	q_0, q_2	Q_4	Q_5
По автомату \mathcal{A} построим ДКА \mathcal{B} :	Q_3	q_0, q_1, q_2	Q_6	Q_7
	Q_4	q_0, q_3	Q_0	Q_1
	Q_5	q_0, q_1, q_3	Q_2	Q_3
	Q_6	q_0, q_2, q_3	Q_4	Q_5
	Q_7	q_0, q_1, q_2, q_3	Q_6	Q_7

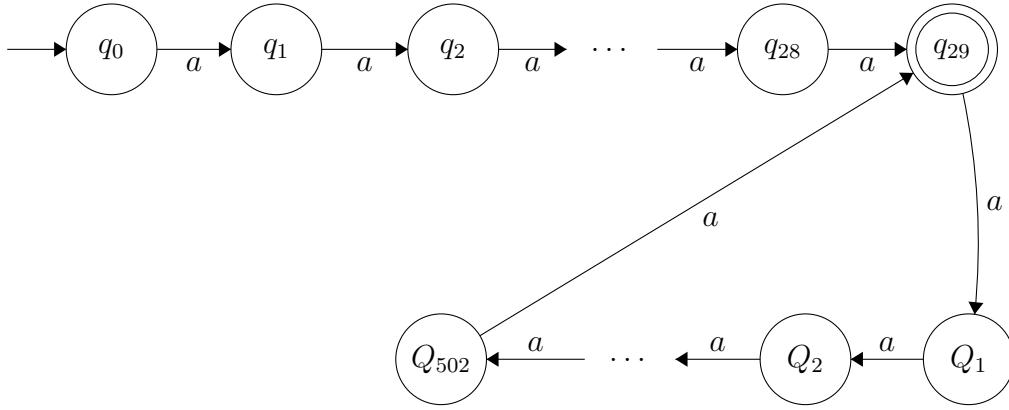


Задача 3.

1. Язык $A = \{a^{2013k+5}, k \geq 0\}$ Регулярный, так как можно построить автомат, который его распознаёт.



Так же построим автомат для языка $B = \{a^{503n+29}, n \geq 0\}$



Теперь сделаем автоматы всюду определёнными добавляя отсутствующие переходы в дополнительное непринимаящее состояние q_k . В том числе из q_k в q_k .

Теперь построим автомат \mathcal{C} для языка $L = A \cap B$. Используя следующую конструкцию:

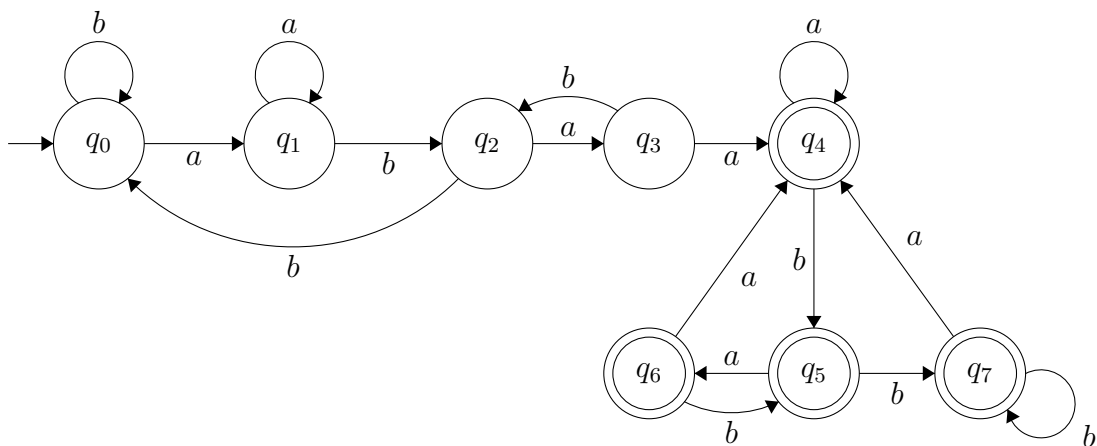
- $Q_{\mathcal{C}} = Q_{\mathcal{A}} \times Q_{\mathcal{B}}$;
- $q_0^{\mathcal{C}} = (q_0^{\mathcal{A}}, q_0^{\mathcal{B}})$;
- $\forall \sigma \in \Sigma : \delta_{\mathcal{C}}((q_{\mathcal{A}}, q_{\mathcal{B}}), \sigma) = (\delta_{\mathcal{A}}(q_{\mathcal{A}}, \sigma), \delta_{\mathcal{B}}(q_{\mathcal{B}}, \sigma))$;
- $F_{\mathcal{C}} = F_{\mathcal{A}} \times Q_{\mathcal{B}} \cup Q_{\mathcal{A}} \times F_{\mathcal{B}}$.

Так как существует ДКА распознающий L , то L является регулярным языком.

2. Этот язык регулярный, так как в регулярном языке разность длин двух последовательных слов из регулярного языка ограничена линейной функцией, что следует из леммы о накачке. Рассмотрим эту разность: $200(n+1)^2 + 1 - 200n^2 - 1 = 400n + 200$.

Задача 4.

Макросост.	сост НКА	0	1
Q_0	q_0	Q_1	Q_0
Q_1	q_0, q_1	Q_1	Q_2
Q_2	q_0, q_2	Q_3	Q_0
Q_3	q_0, q_1, q_3	Q_4	Q_2
Q_4	q_0, q_1, q_4	Q_4	Q_5
Q_5	q_0, q_2, q_4	Q_6	Q_7
Q_6	q_0, q_1, q_3, q_4	Q_4	Q_5
Q_7	q_0, q_4	Q_4	Q_7



Задача 6.

Определим КМП-автомат для слова $abaa$:

- $Q = \{ \varepsilon, a, ab, aba, abaa \};$

- $q_0 = \varepsilon;$

- $\delta :$

$$\delta(\varepsilon, a) = a$$

$$\delta(\varepsilon, b) = \varepsilon$$

$$\delta(a, a) = a$$

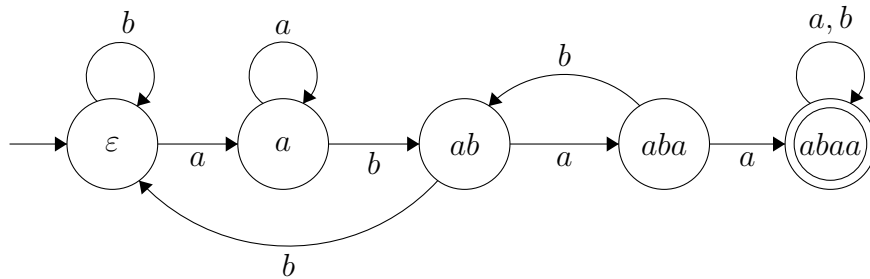
$$\delta(a, b) = ab$$

$$\delta(ab, a) = aba$$

$$\begin{aligned}
\delta(ab, b) &= \varepsilon \\
\delta(aba, a) &= abaa \\
\delta(aba, b) &= ab \\
\delta(abaa, a) &= abaa \\
\delta(abaa, b) &= abaa
\end{aligned}$$

- $F = \{abaa\}$.

Построим этот автомат.



Задача 8.

Алгоритм будет работать со строкой $\omega = abba\#abbbababbab$. На каждом шаге он будет заполнять одну клетку таблицы длины 16. В i ую клетку таблицы заносится значение длины префикс-функции от слова $\omega[0, i]$. Заполним такую таблицу:

0	0	0	1	0	1	2	3	0	1	2	1	2	3	4	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Длина искомого подслова 4, в получившейся таблице есть 4ка, значит, подслово входит в слово.