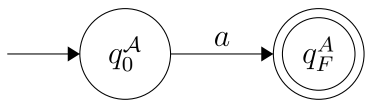
Ковальков Антон 577гр

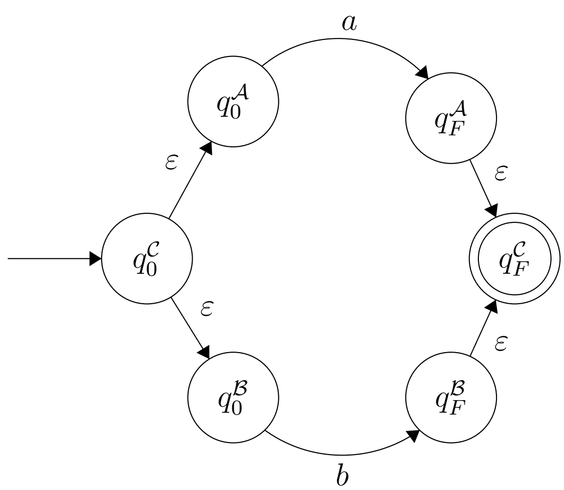
Задача 1.

Построим автомат $\mathcal{A}$, по регулярному выражению a.

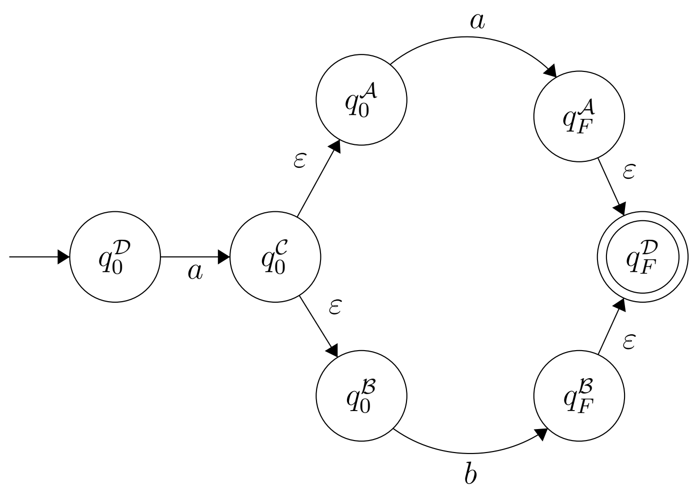


Так же будет выглядеть автомат $\mathcal{B}$ по регулярному выражению b.

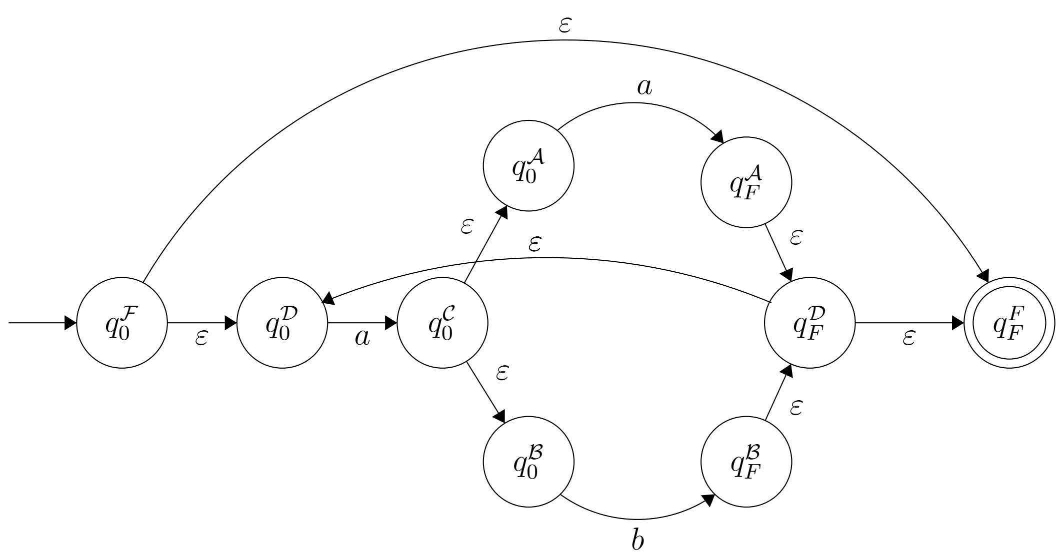
Построим автомат $\mathcal{C}$ по регулярному выражению $a|b$.
$L(\mathcal{C}) = L(\mathcal{A}) \cup L(\mathcal{B})$



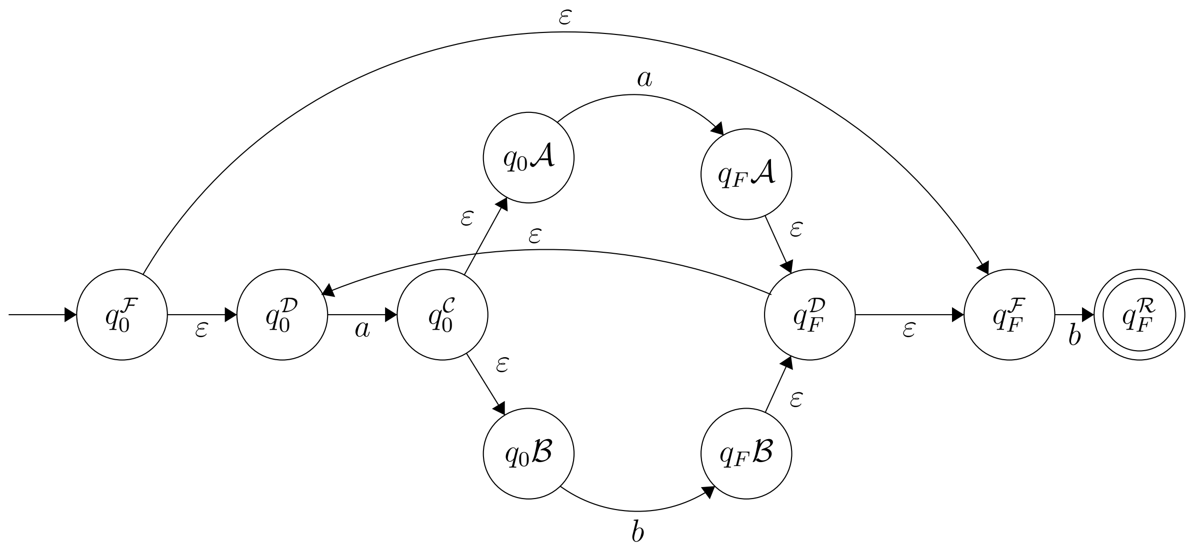
Построим автомат $\mathcal{D}$ по регулярному выражению $a(a|b)$
$L(\mathcal{D}) = L(\mathcal{A}) \cdot L(\mathcal{C})$



Построим автомат $\mathcal{F}$ по регулярному выражению $(a(a|b))^*$
$L(\mathcal{F}) = L(\mathcal{D})^*$

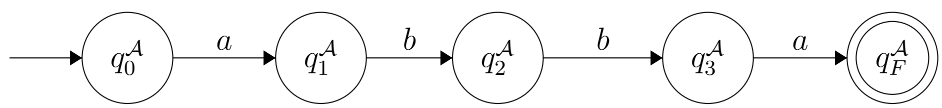


Наконец, построим автомат R по регулярному выражению $(a(a|b))^*b$.
$L(\mathcal{R}) = L(\mathcal{F}) \cdot L(\mathcal{B})$

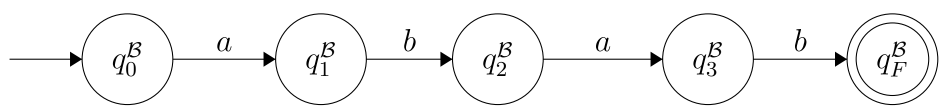


Задача 3.

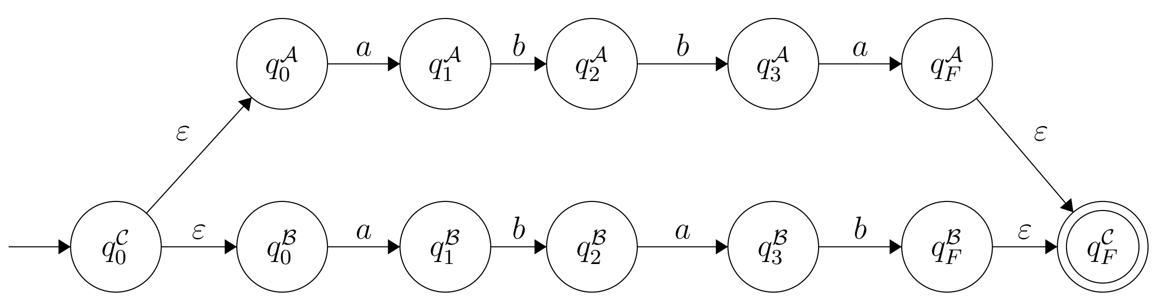
Построим автомат $\mathcal{A}$ по регулярному выражению $(abba)$



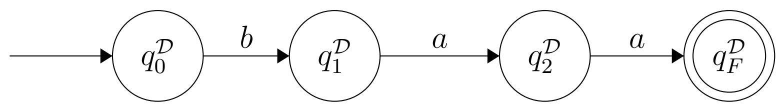
Построим автомат $\mathcal{B}$ по регулярному выражению $(abab)$



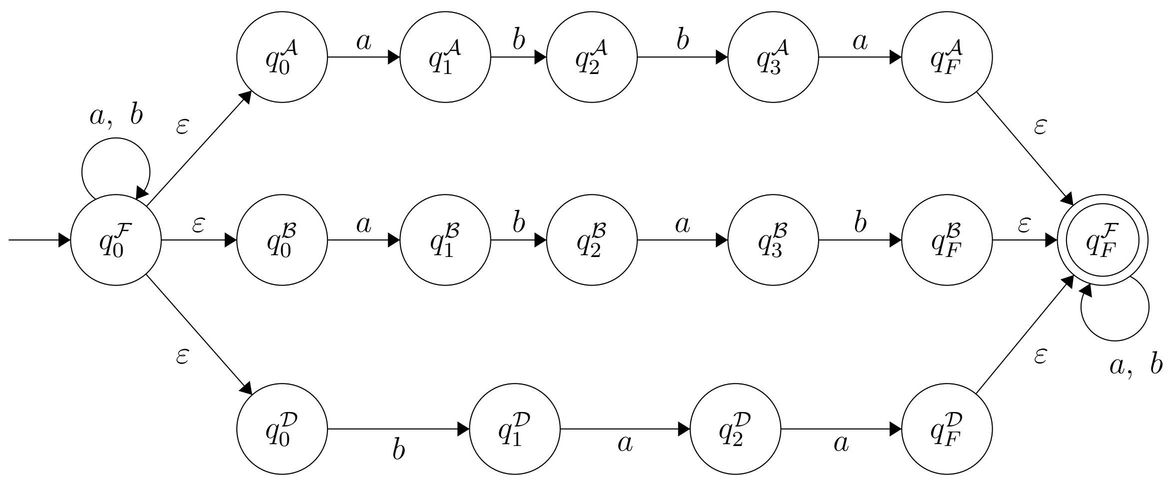
Построим автомат $\mathcal{C}$ по регулярному выражению $(abba)|(abab)$
$L(\mathcal{C}) = L(\mathcal{A}) \cup L(\mathcal{B})$



Построим автомат $\mathcal{D}$ по регулярному выражению (baa)

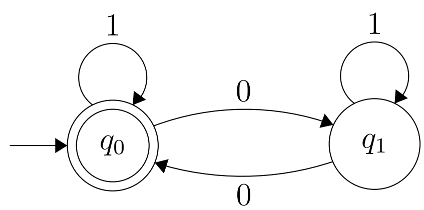


Построим автомат $\mathcal{F}$ по регулярному выражению $(a|b)^*(abba|abab|baa)(a|b)^*$
$L(\mathcal{F}) = L(\mathcal{C}) \cup L(\mathcal{D})$



Задача 4.

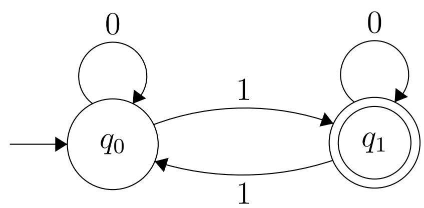
1) Автомат $\mathcal{A}$:
q_0 – чётное число нулей.
q_1 – нечётное число нулей.



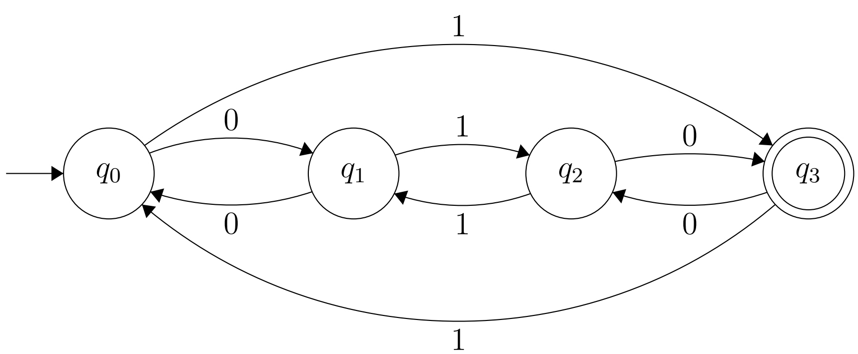
Докажем по индукции, что автомат принимает только слова с количеством букв 0 равным n, где n чётно.
а) База: $\varepsilon \in L(\mathcal{A})$.
б) Пусть все слова ω с n буквами $0 \in L(A)$. Тогда на слове ω автомат

закончил работу в единственном принимающем состоянии q_0. Добавим к ω любое количество букв 1 потом букву 0 и любое количество букв 1. Таким образом мы получим любое слово ω_1 в котором $n+1$ буква a, автомат на слове ω_1 закончит работу в непринимающем состоянии q_1.
Значит слова с нечётным количеством букв 0 автомат не принимает.
Добавим к ω_1 любое количество букв 1 потом букву 0 и любое количество букв 1. Таким образом мы получим любое слово ω_2 в котором $n+2$ букв 0, автомат на слове ω_2 закончит работу в принимающем состоянии q_0.
Значит слова с чётным количеством букв 0 автомат принимает.

2) Автомат $\mathcal{B}$:
q_0 – чётное число единиц.
q_1 – нечётное число единиц.



Доказывается аналогично случаю 1)
3) Автомат $\mathcal{C}$:
q_0 – чётное число нулей, чётное число единиц.
q_1 – нечётное число нулей, чётное число единиц.
q_2 – нечётное число нулей, нечётное число единиц.
q_3 – чётное число нулей, нечётное число единиц.



Задача 5.

Нет, это не верно. Пусть $L(\mathcal{B}) = \{aa, ab, bbaba\}, L(\mathcal{A}) = \emptyset$, тогда так как фунция перехода $\sigma_{\mathcal{A}}$ не определена ни на одном состоянии, то если определить функцию перехода автомата $\mathcal{C}$ по правилу
$\forall \sigma \in \Sigma : \delta_{\mathcal{C}}((q_{\mathcal{A}}, q_{\mathcal{B}}), \sigma) = (\delta_{\mathcal{A}}(q_{\mathcal{A}}, \sigma), \delta_{\mathcal{B}}(q_{\mathcal{B}}, \sigma))$ то она также не будет нигде определена и автомат $\mathcal{C}$, будет распозновать только пустой язык.

Задача 6.

Множество состояний: $\{(q_0^{\mathcal{A}}, q_0^{\mathcal{B}}), (q_0^{\mathcal{A}}, q_1^{\mathcal{B}}), (q_1^{\mathcal{A}}, q_0^{\mathcal{B}}), (q_1^{\mathcal{A}}, q_1^{\mathcal{B}})\}$

Функция переходов:

$\sigma(q_0^{\mathcal{A}}, q_0^{\mathcal{B}}, 0) = q_1^{\mathcal{A}}, q_0^{\mathcal{B}}$
$\sigma(q_0^{\mathcal{A}}, q_0^{\mathcal{B}}, 1) = q_0^{\mathcal{A}}, q_1^{\mathcal{B}}$
$\sigma(q_0^{\mathcal{A}}, q_1^{\mathcal{B}}, 0) = q_1^{\mathcal{A}}, q_1^{\mathcal{B}}$
$\sigma(q_0^{\mathcal{A}}, q_1^{\mathcal{B}}, 1) = q_0^{\mathcal{A}}, q_0^{\mathcal{B}}$
$\sigma(q_1^{\mathcal{A}}, q_0^{\mathcal{B}}, 0) = q_0^{\mathcal{A}}, q_0^{\mathcal{B}}$
$\sigma(q_1^{\mathcal{A}}, q_0^{\mathcal{B}}, 1) = q_1^{\mathcal{A}}, q_1^{\mathcal{B}}$
$\sigma(q_1^{\mathcal{A}}, q_1^{\mathcal{B}}, 0) = q_0^{\mathcal{A}}, q_1^{\mathcal{B}}$
$\sigma(q_1^{\mathcal{A}}, q_1^{\mathcal{B}}, 1) = q_1^{\mathcal{A}}, q_0^{\mathcal{B}}$

Принимающее состояние: $(q_0^{\mathcal{A}}, q_1^{\mathcal{B}})$