Ковальков Антон 577гр

Задача 4.

1) Язык L получен пересечением регулярного языка b^*, регулярного языка aa^+b^*, для которых лемма о накачке выполняется, и языка $B, B = \{ab^p | p \in PRIMES\}$. Докажем, что лемма о накачке выполняется для языка B.

$$\forall \omega \in B \ \exists N = 2 : \omega = x \cdot y \cdot z, x = \varepsilon, y = a, |xy| < N$$
$$\hookrightarrow \forall i \geqslant 1, x \cdot y^i \cdot z = a^i \cdot b^p \in aa^+b.$$

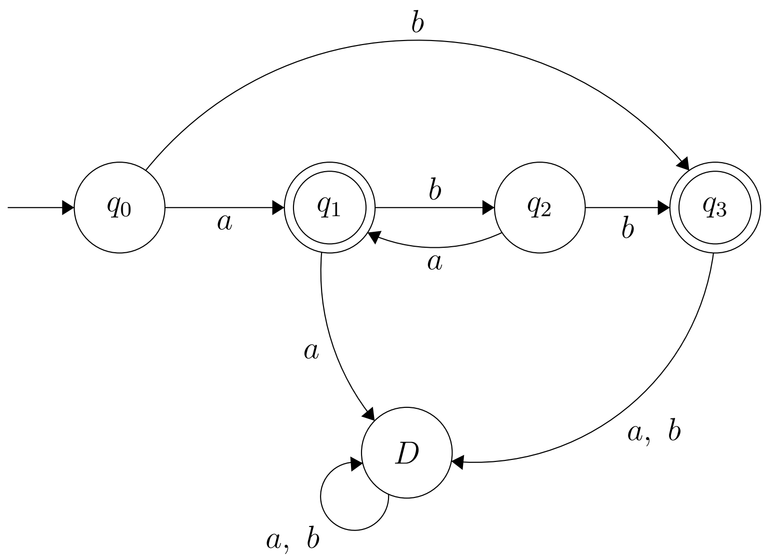
2) Докажем теперь, что язык L не регулярный. Пусть p_1 и p_2 два последовательных простых числа, $p_2 > p_1$. Пусть $ab^i \sim ab^j$, и $j > i$,
$i < p_1;\ j - i < p_2 - p_1; i, j$ – составные числа. Тогда возьмём $z = b^{p_1 - i}$.
Получим: $ab^iz = ab^{p_1} \in L, ab^jz = ab^{p_1+j-i} \notin L$, т.к. $p_1 + j - i < p_2$
Так как пар последовательных простых чисел разность которых больше двух бесконечное множество, то мы доказали что в языке L бесконечное количество классов эквивалентности. По теореме Майхилла-Нероуда это означает, что язык не регулярный.

Задача 5.

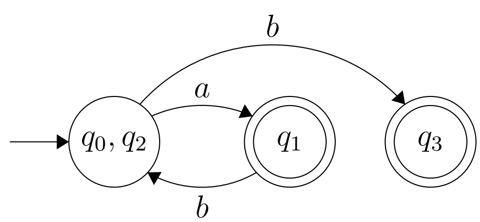
Так как $L = L_1 \cup R$, то $L_1 = (L \setminus R) \cup (L_1 \cap R)$. $(L_1 \cap R)$ конечно, так как R конечно. язык $(L \setminus R)$ регулярный так как L, R регулярные и регулярные языки замкнуты отностительно разности. Получаем, что L_1 это объединение регулярного языка и конечного.

Задача 6.

Доопределим автомат $\mathcal{A}$, добавив в него состояние D. Получим такой автомат:

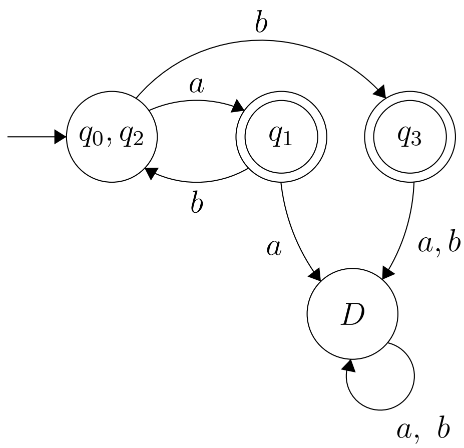


Множество вершин Q делится на 2 части: принимающие и непринимающие. $Q = \{q_0, q_2, D | q_1, q_3\}$. Если рассматривать теперь переходы по букве a, то q_0, q_2 переходят в один класс, а D в другой. То есть они в разных классах. Таким образом $Q = \{q_0, q_2 | D | q_1, q_3\}$. Рассмотрим теперь переходы по букве b. Заметим, что q_1 и q_3 переходят в разные классы по этой букве, значит они не лежат в одном классе. Получаем $Q = \{q_0, q_2 | D | q_1 | q_3\}$. Теперь члены одного класса по одной букве переходят в один и тот же класс.
Построим минимальный ДКА:

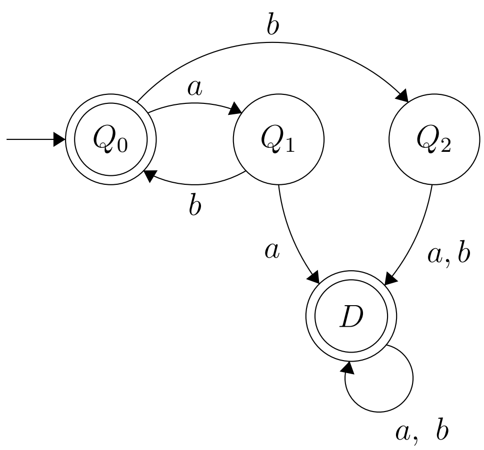


Задача 7.

Доопределим всюду автомат из предыдущей задачи путём добавления непринимающего состояния D.



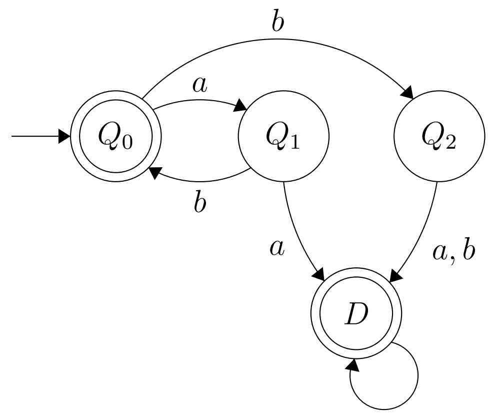
Построим автомат распознающий язык $\overline{L}$. Для этого сделаем все не принимающие состояния автомата принимающими, а непринимающие принимающими.
Получившийся автомат:



Таким образом, если исходный автомат на слове ω закончил в принимающем состоянии, то в получившемся он закончит в непринимающем, и если исходный автомат не принимал слово ω, то получившийся его примет.

Минимизируем получившийся автомат. Разделим множество состояний на 2 части: принимающие и непринимающие $Q = \{Q_0, D|Q_1, Q_2\}$. Рассмотрим теперь переходы по букве a, Q_0 переходит в один класс, а D в другой. Таким образом $Q = \{Q_0|D|Q_1, Q_2\}$. Рассмотрим теперь переходы по букве b, Q_1 переходит в один класс, а Q_2 в другой. Таким

образом $Q = \{Q_0|D|Q_1|Q_2\}$. Теперь члены одного класса по одной букве переходят в один и тот же класс.
Построим минимальный ДКА:

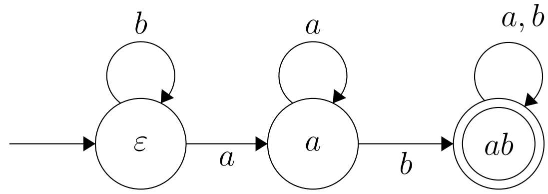


Задача 8.

Построим КМП-автомат для подслова ab:

- $Q = \{\ \varepsilon,\ a,\ ab\}$;
- $q_0 = \varepsilon$;
- δ :

  $\delta(\varepsilon, a) = a$
  $\delta(\varepsilon, b) = \varepsilon$
  $\delta(a, a) = a$
  $\delta(a, b) = ab$ $\quad \delta(ab, a) = ab$ $\quad \delta(ab, b) = ab$
- $F = \{abaa\}$.



Он всюду определён. Минимизируем получившийся автомат. Разделим множество состояний на 2 части: принимающие и непринимающие $Q = \{\varepsilon, a|ab\}$. Рассмотрим теперь переходы по букве b: ε переходи в один класс, a в другой, тогда получим $Q = \{\varepsilon|a|ab\}$. Теперь члены одного класса по одной букве переходят в один и тот же класс.
Построим минимальный ДКА: