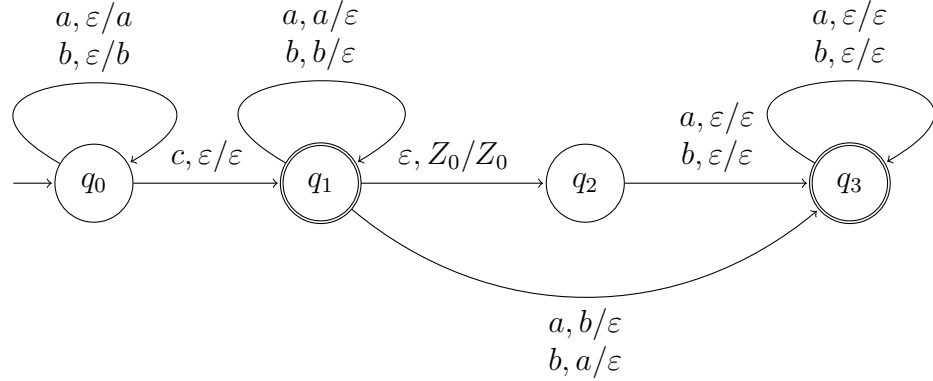


Ковальков Антон 577гр

Задача 1.



Если $x \neq y^R$, то рассмотрим варианты слова $w \in L$:

1. $|x| < |y|$ и x является суффиксом y^R . Тогда, обработав префикс w длины $2|x|+1$, автомат перейдет в состояние q_1 , далее по пустому слову и Z_0 на стеке перейдет в состояние q_2 и обработает все оставшиеся символы из входа.

2. $|x| > |y|$ и y^R является префиксом x . Тогда после обработки всего слова, автомат окажется в состоянии q_1 с непустым стеком, в котором будет находиться суффикс x .

3. x и y имеют произвольную длину и на общем отрезке длины есть позиция $i : x[i] \neq y[|x|-i-1]$. Тогда, обработав часть слова до $|x|-i-1$ позиции, автомат окажется в состоянии q_1 , прочитает символ со входа и противоположный символ со стека и перейдет в завершающее состояние q_3 , в котором обработает оставшуюся часть слова.

Если $x = y^R$, то обработав все слово, автомат окажется в состоянии q_1 , по пустому слову и символу Z на стеке перейдет в непринимавшее состояние q_2 и на этом закончит работу.

Задача 3.

1) Удалим из языка бесплодные символы:

$$V_0 = \{a, b, \varepsilon\}$$

Так как $A \rightarrow \varepsilon, B \rightarrow \varepsilon, C \rightarrow \varepsilon \varepsilon \in V_0$, то:

$$V_1 = \{a, b, \varepsilon A, B, C\}$$

Так как $S \rightarrow A, F \rightarrow aBaaCbA, E \rightarrow A, \{a, b, A, B, C\} \subset V_1$, то:

$$V_2 = \{a, b, \varepsilon A, B, C, S, F, E\}$$

$$V_3 = \{a, b, \varepsilon A, B, C, S, F, E\}$$

Получаем грамматику:

$$S \rightarrow A \mid B \mid C \mid E$$

$$A \rightarrow C \mid aABC \mid \varepsilon$$

$$B \rightarrow bABa\varepsilon$$

$$C \rightarrow BaAbC \mid \varepsilon$$

$$F \rightarrow aBaaCbA$$

$$E \rightarrow A$$

2) Удалим из языка недостижимые символы:

$$V_0 = \{S\}$$

$$V_1 = \{S, A, B, C, E\}$$

$$V_2 = \{S, A, B, C, E\}$$

Получаем грамматику:

$$S \rightarrow A \mid B \mid C \mid E$$

$$A \rightarrow C \mid aABC \mid \varepsilon$$

$$B \rightarrow bABa\varepsilon$$

$$C \rightarrow BaAbC \mid \varepsilon$$

$$E \rightarrow A$$

Это и будет приведённая грамматика.

Задача 4.

Чтобы вывести слово длины n из НФХ-грамматики, так как все правила неукорачивающие, нужно из стартового символа вывести n нетерминалов, и из каждого нетерминала вывести терминал. На каждом шаге вывода n нетерминалов их количество будет возрастать на единицу. То есть n нетерминалов будет выведено за $n-1$ операцию. Далее необходимо заменить каждый из этих нетерминалов на терминальный символ. Это займёт n операций. Получаем $2n-1$ операция необходима для вывода слова.

Задача 5.

1) Удалим из грамматики ε -продукции.

Найдём ε -порождающие символы:

$$V_0 = \{A\}$$

$$V_1 = \{A, B, C\}$$

$$V_2 = \{A, B, C, S\}$$

$$V_3 = \{A, B, C, S\}$$

Рассмотрим правило $S \rightarrow ABC$. Так как $\{A, B, C\} \subset V_3$, то получаем правила:

$$S \rightarrow A \mid B \mid C \mid AB \mid AC \mid BC \mid ABC.$$

Из правила $S \rightarrow SABC$ получим:

$$S \rightarrow A \mid B \mid C \mid SA \mid SB \mid SC \mid AB \mid AC \mid BC \mid SAB \mid SAC \mid SBC \mid ABC \mid SABC.$$

Из правила $A \rightarrow aCB$ получим:

$$A \rightarrow a \mid aC \mid aB \mid aCB.$$

Из правила $C \rightarrow aBbA$ получим:

$$C \rightarrow ab \mid aBb \mid abA \mid aBbA.$$

Таким образом получим грамматику G_1 без ε -продукций:

$$S \rightarrow A \mid B \mid C \mid SA \mid SB \mid SC \mid AB \mid AC \mid BC \mid SAB \mid SAC \mid SBC \mid ABC \mid SABC$$

$$A \rightarrow S \mid B \mid a \mid aC \mid aB \mid aCB$$

$$B \rightarrow ab \mid b \mid A$$

$$C \rightarrow A \mid B \mid ab \mid aBb \mid abA \mid aBbA$$

Так как исходная грамматика порождала пустое слово, то добавим новый начальный символ S_1 и два правила: $S_1 \rightarrow S \mid \varepsilon$. Получим грамматику:

$$S_1 \rightarrow S \mid \varepsilon$$

$$S \rightarrow A \mid B \mid C \mid SA \mid SB \mid SC \mid AB \mid AC \mid BC \mid SAB \mid SAC \mid SBC \mid ABC \mid SABC$$

$$A \rightarrow S \mid B \mid a \mid aC \mid aB \mid aCB$$

$$B \rightarrow ab \mid b \mid A$$

$$C \rightarrow A \mid B \mid ab \mid aBb \mid abA \mid aBbA$$

2) Удалим из грамматики цепные продукции.

Найдём цепные пары:

$$V_0 = \{(S, S), (A, A), (B, B), (C, C), (S_1, S_1)\}$$

$$\begin{aligned}
V_1 &= V_0 \cup \{(S, A), (S, B), (S, C), (A, S), (A, B), (B, A), (C, A), (C, B), (S_1, S)\} \\
V_2 &= V_1 \cup \{(A, C), (B, S), (C, S), (S_1, A), (S_1, B), (S_1, C)\} \\
V_3 &= V_2 \cup \{(B, C)\} \\
V_4 &= V_3
\end{aligned}$$

Построим грамматику без цепных продукций:

$$\begin{aligned}
S_1 &\rightarrow SA \mid SB \mid SC \mid AB \mid AC \mid BC \mid SAB \mid SAC \mid SBC \mid ABC \mid \\
&SABC \mid a \mid aC \mid aB \mid aCB \mid b \mid ab \mid aBb \mid abA \mid aBbA \mid \varepsilon \\
S &\rightarrow SA \mid SB \mid SC \mid AB \mid AC \mid BC \mid SAB \mid SAC \mid SBC \mid ABC \mid \\
&SABC \mid a \mid aC \mid aB \mid aCB \mid ab \mid b \mid aBb \mid abA \mid aBbA \\
A &\rightarrow SA \mid SB \mid SC \mid AB \mid AC \mid BC \mid SAB \mid SAC \mid SBC \mid ABC \mid \\
&SABC \mid a \mid aC \mid aB \mid aCB \mid ab \mid b \mid aBb \mid abA \mid aBbA \\
B &\rightarrow SA \mid SB \mid SC \mid AB \mid AC \mid BC \mid SAB \mid SAC \mid SBC \mid ABC \mid \\
&SABC \mid a \mid aC \mid aB \mid aCB \mid ab \mid b \mid aBb \mid abA \mid aBbA \\
C &\rightarrow SA \mid SB \mid SC \mid AB \mid AC \mid BC \mid SAB \mid SAC \mid SBC \mid ABC \mid \\
&SABC \mid a \mid aC \mid aB \mid aCB \mid ab \mid b \mid aBb \mid abA \mid aBbA
\end{aligned}$$

Так как правый части правил у нетерминалов S, A, B, C совпадают, то заменим их нетерминалом Q . Получим грамматику:

$$\begin{aligned}
S_1 &\rightarrow QQ \mid QQQ \mid QQQQ \mid a \mid aQ \mid aQQ \mid b \mid ab \mid aQb \mid abQ \mid aQbQ \mid \varepsilon \\
Q &\rightarrow QQ \mid QQQ \mid QQQQ \mid a \mid aQ \mid aQQ \mid ab \mid b \mid aQb \mid abQ \mid aQbQ
\end{aligned}$$

Бесплодных символов нет, так как $S_1 \rightarrow a$ и $Q \rightarrow a$.

Недостижимых символов нет, так как $S_1 \rightarrow QQ$.

Построим по получившейся грамматике НФХ:

$$\begin{aligned}
S_1 &\rightarrow QQ \mid Q_2Q \mid Q_2Q_2 \mid a \mid AQ \mid AQ_2 \mid b \mid AB \mid A_QB \mid AB_Q \mid A_QB_Q \mid \varepsilon \\
Q &\rightarrow QQ \mid Q_2Q \mid Q_2Q_2 \mid a \mid AQ \mid AQ_2 \mid AB \mid b \mid A_QB \mid AB_Q \mid A_QB_Q \\
A &\rightarrow a \\
B &\rightarrow b \\
Q_2 &\rightarrow QQ \\
A_Q &\rightarrow AQ \\
B_Q &\rightarrow BQ
\end{aligned}$$

С