



Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

Факультет вычислительной математики и кибернетики

Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления

Сивков Антон Александрович

Применение нейронных сетей для моделирования систем управления

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

Научный руководитель:

д.ф-м.н., профессор

В. В. Фомичев

Москва, 2019

Оглавление

1	Введение	3
1.1	Постановка задачи	3
1.2	Виды идентификации	3
1.3	Объект управления, использованный для экспериментов	4
2	Моделирование с помощью многослойного перцептрона	6
2.1	Структура сети	6
2.2	Код и схема модели	7
2.3	Эксперименты	9
3	Реккурентная сеть из lstm ячеек	13
3.1	Структура сети	13
3.2	Код и схема модели	14
3.3	Эксперименты	16
4	Реккурентная сеть из lstm ячеек, использующая данные выходов объекта управления при предсказании	20
4.1	Код и схема модели	20
4.2	Эксперименты	24
5	Заключение	27

Глава 1

Введение

1.1 Постановка задачи

Данная работа ставит целью сравнительный анализ способности нейронных сетей с различными архитектурами аппроксимировать объекты управления для задач идентификации, основное сравнение происходит в контексте способности сетей экстраполировать поведение объектов управления. Попытка экстраполяции поведения не всегда корректна с математической точки зрения, однако экстраполирование позволяет сравнивать качество идентификации систем управления, не прибегая к моделированию сложных нелинейных систем.

1.2 Виды идентификации

В теории управления одной из основных задач является задача идентификации систем, задача построения математической модели объекта управления, способной адекватно воспроизводить реальное поведение объекта управления.

Задачи идентификации приблизительно можно разделить на 3 вида:

- Модель 'белого ящика', модель применяется, когда точно известен основополагающий принцип, лежащий в основе устройства системы. Модель может применяться например для систем, описывающих взаимодействия в рамках законов Ньютона. Зачастую такие системы имеют сложную структуру, и для построения точной модели требуются неадекватные затраты времени.

- Модель 'серого ящика', модель применяется, когда известны или имеются достаточно сильные предположения о характере соотношений между входом и выходом системы, но остается некоторое количество 'свободных' параметров системы, которые приближаются с использованием данных выходов и входов системы. Модель может применяться, например для приближения параметров уравнения Моно при моделировании микробных популяций.
- Модель 'чёрного ящика', модель применяется, когда сложно сделать какие-либо априорные предположения о структуре системы, в этой модели используются только данные о входах и выходах системы, модель применяется к различным нелинейным системам. В этой работе используется эта модель, нейронные сети обучаются моделировать 'черный ящик'.

Сама идея применения неронных сетей для моделирования объектов управления не нова, примеры можно найти в публикации [1], датированной 1990 годом, где простейшие сети используются для моделирования простых дискретных линейных объектов управления.

Хотя для простейших архитектур нейронных сетей сходимость доказуема, множество современных архитектур нейросетей не имеют под собой теоретической базы, которая обосновывала бы их сходимость, тем не менее, они сходятся, и показывают впечатляющие результаты в задачах обработки речи, изображений, естественных языков, и многих других.

1.3 Объект управления, использованный для экспериментов

Для экспериментов использовался простейший объект управления, который можно описать следующей дискретной передаточной функцией:

$$H = \frac{z}{(z - \frac{1}{2})(z - \frac{1}{3})(z - \frac{1}{4})} \quad (1.1)$$

Объект устойчив, в экспериментах $dt = 1 \text{ sec}$. Выглядит нелогичным проведение экспериментов, которые имеют смысл для сложных нелинейных объектов, на

простейшем линейном дискретном объекте, однако данная работа имеет цель провести сравнительный анализ различных архитектур нейронных сетей, и, как показывает практика, даже такой простой объект позволяет сделать однозначные выводы относительно преимуществ одной архитектуры над другой.

Глава 2

Моделирование с помощью многослойного перцептрона

2.1 Структура сети

Многослойный перцептрон получил слово 'перцептрон' в названии в силу исторических причин, и его структура существенно отличается от структуры перцептрона Розенблатта, прежде всего тем, что он может иметь сколь угодно много слоев, и иметь обучаемые веса в каждом слое.

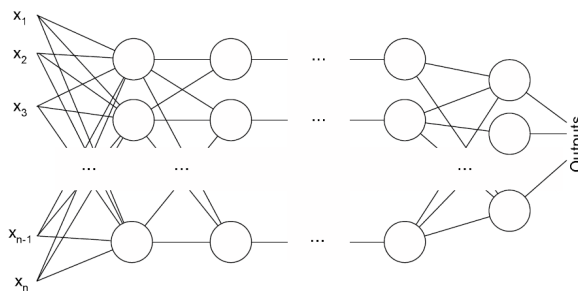


Рис. 2.1: Многослойный перцептрон.

Устройство перцептрона схематично представлено на рисунке 2.1, x_i обозначает i -й вход сети. Каждый из обозначенных на рисунке узлов сети выполняет следующее преобразование: $y = f(< w, x > + b)$, т. е. функция активации f (как правило сигмоида, тангенс или ReLu), примененная к скалярному произведению вектора входов узла x на вектор весов узла w плюс сдвиг b (bias). При обучении сети с помощью стохастического градиентного спуска веса изменяются на каждой итерации

в направлении антиградиента функции ошибки предсказания сети $L(x, y, w)$ на текущих данных. Значение градиента вычисляется с помощью метода *обратного распространения ошибки*. Этот метод вкратце можно описать так:

Пусть дан некий узел сети, для удобства отбросим функцию активации, т.к. она не влияет существенно на принцип вычислений. Пусть y — выход узла, w_i — веса узла, x_i — входы $i = 1, \dots, n$, тогда справедливы следующие формулы:

$$\frac{\partial L}{\partial w_i} = \frac{\partial L}{\partial y} * \frac{\partial y}{\partial w_i} = \frac{\partial L}{\partial y} * x_i \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = \frac{\partial L}{\partial y} * \frac{\partial y}{\partial x_i} = \frac{\partial L}{\partial y} * w_i \quad (2.2)$$

Формула 2.1 позволяет вычислить производную ошибки по конкретному весу сети, если известна производная ошибки по выходу узла $\frac{\partial L}{\partial y}$, а формула 2.2 позволяет вычислить производную ошибки по выходам узлов, не являющихся выходными, путем рекурсивного расчета производных по выходам, при этом расчет происходит от выходов сети ко входам, в направлении, *обратном* прямому вычислению.

2.2 Код и схема модели

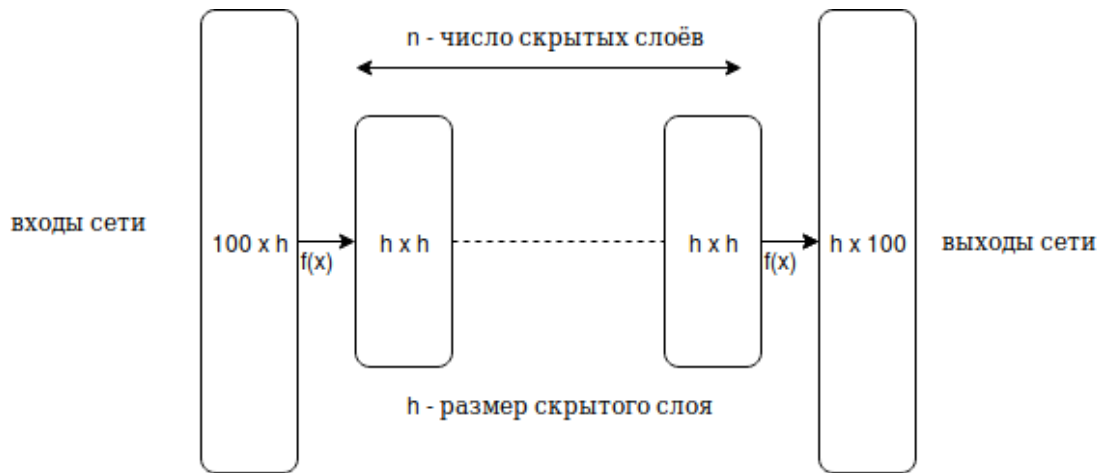


Рис. 2.2: Используемая для экспериментов архитектура

Один из вариантов многослойного перцептрона, использованного для моделирования объекта управления 1.1 изображен на рисунке 2.2. Гиперпараметры сети: число скрытых слоёв n ; размер скрытого слоя h ; функция активации $f(x)$. Такой

перцептрон может быть реализован на языке python с помощью библиотеки pytorch ¹:

```
class MultiPercNet(nn.Module):

    def __init__(self, input_size, output_size, n_layers, layer_size):
        super().__init__()
        self.layers = nn.ModuleList([nn.Linear(input_size, layer_size)])
        self.layers.extend(nn.Linear(layer_size, layer_size) for _ in range(n_layer-1))
        self.layers.append(nn.Linear(layer_size, output_size))
        self.layer_size = layer_size
        for layer in self.layers:
            nn.init.xavier_uniform_(layer.weight, gain=1)
        self.input_size = input_size
        self.layer_size = layer_size
        self.tanh = nn.Hardtanh(min_val=-1, max_val=1)

    def forward(self, x):
        y = self.tanh(self.layers[0](x))
        for i in range(1, len(self.layers)):
            y = self.tanh(self.layers[i](y))
        return y
```

Сеть обучалась с использованием среднеквадратичной ошибки в качестве функции ошибки.

¹код всех моделей и jupyter notebook с экспериментами можно найти в [5]

2.3 Эксперименты

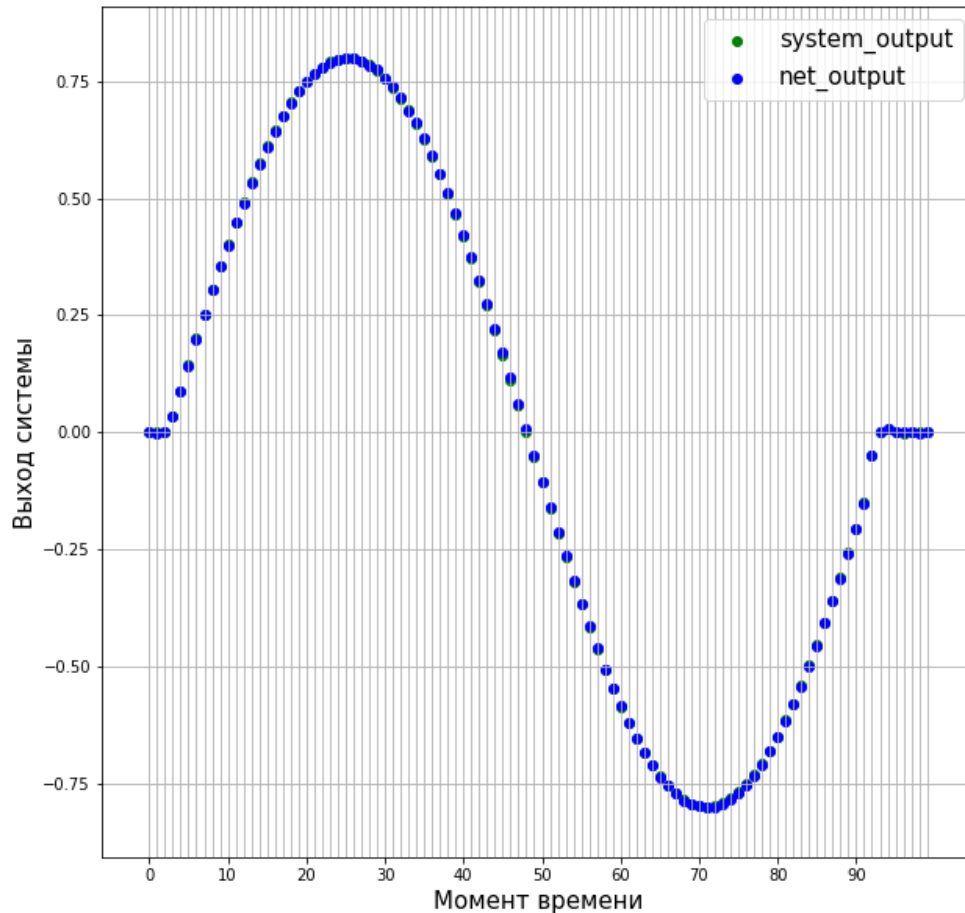


Рис. 2.3: Предсказание при отсутствии сдвига частот.

Во всех экспериментах сеть обучается на множестве входных и выходных сигналов системы, полученном при подаче на вход системы сигналов со случайной частотой, взятой из равномерного распределения на отрезке $[0.05 \text{ Гц}, 0.1 \text{ Гц}]$, входные и выходные сигналы берутся за первые 100 секунд. На рисунке 2.3 показано предсказание и реальный выход системы при подаче на вход системы сигнала со случайной частотой, полученной аналогично частоте входных сигналов, использованных при обучении. Среднеквадратичная ошибка при отсутствии сдвига частот: $1.1196042208666767e - 05$. Нетрудно заметить, что сеть предсказывает выход объекта управления практически идеально при сохранении той же частоты входных

сигналов, что использовалась при обучении. Это объясняется тем, что объект управления имеет простейшую структуру, и сеть без проблем аппроксимирует выходной сигнал объекта управления при подаче входных сигналов, не выходящих за область данных, использованных для обучения.

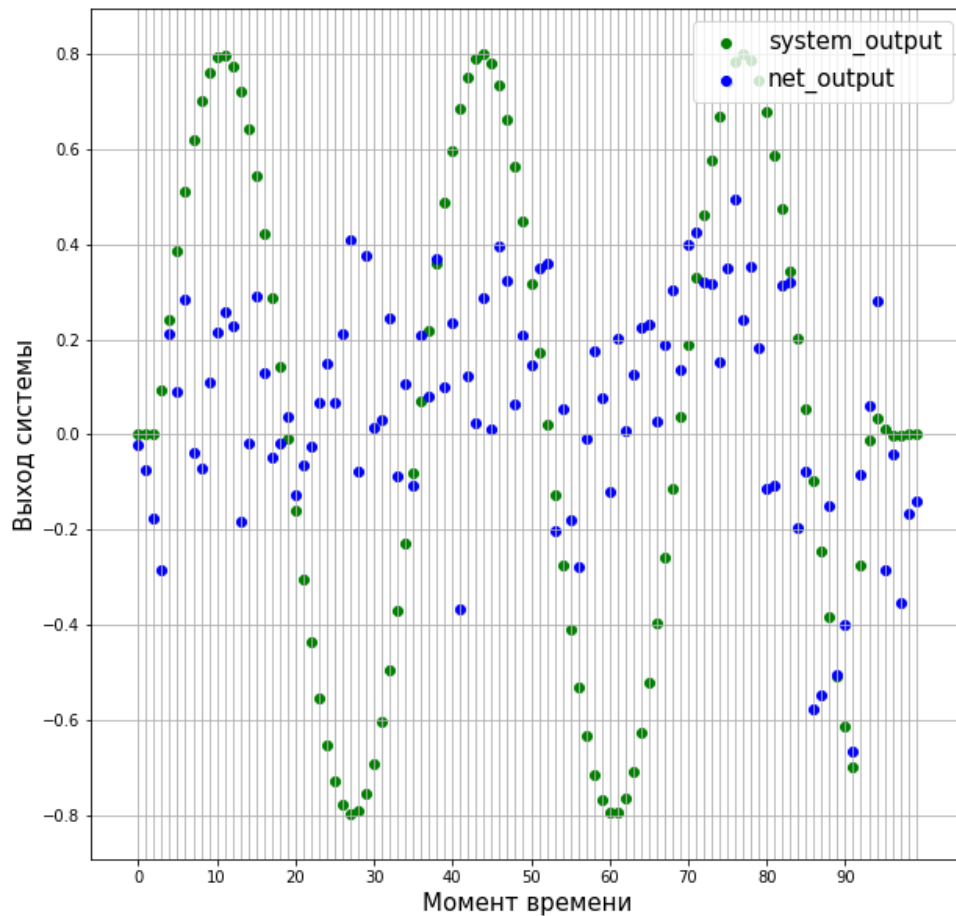
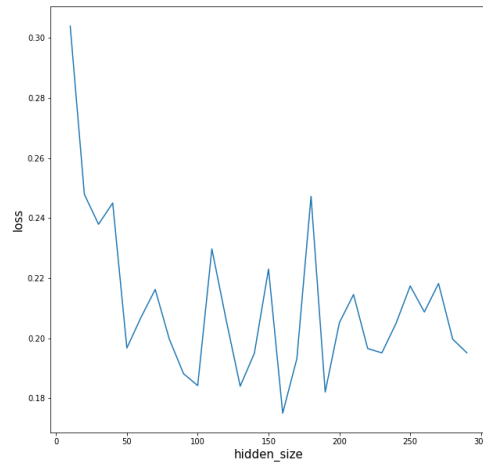


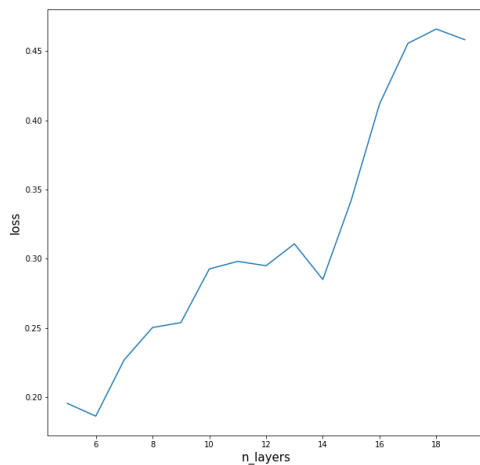
Рис. 2.4: Предсказание при частоте 0.2 Гц.

На рисунке 2.4 изображено предсказание выхода системы сетью, обученной на входных и выходных данных, полученных при подаче на вход системы сигналов из того же диапазона частот $[0.05 \text{ Гц}, 0.1 \text{ Гц}]$, при подаче на вход сигнала с частотой 0.2 Гц. Среднеквадратичная ошибка при подаче сигналов со случайной частотой из равномерного распределения $[0.1 \text{ Гц}, 0.2 \text{ Гц}]$: 0.19516661121453216. Из показателей и рисунка 2.4 можно сделать вывод о том что сеть не способна предсказать в

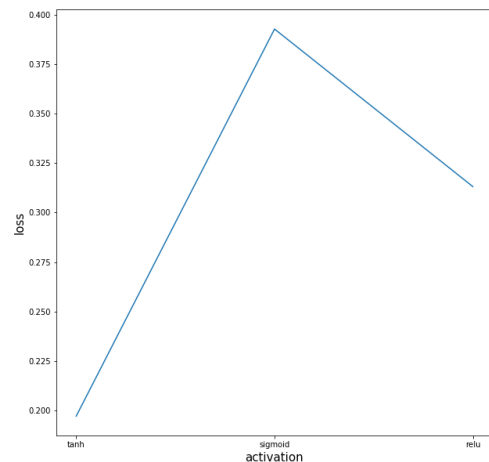
какой-либо степени релевантные данных при выходе частоты входного сигнала за пределы параметров обучающей выборки. Это также позволяет сделать вывод о том, что сеть переобучается на данных обучающей выборки, и теряет способность к какой-либо экстраполяции поведения объекта управления.



(а) Перебор размера скрытого слоя сети



(b) Перебор количества внутренних слоев



(c) Перебор функций активации

Рис. 2.5: Перебор гиперпараметров

На рисунке 2.5 изображены графики значений функций ошибки в зависимости от параметров сети. Из графиков можно сделать вывод, что перебор гиперпараметров сети не даёт существенных улучшений качества предсказания сети на смещённой выборке.

Большая часть публикаций по моделированию объектов управления многослойным перцептроном относится к 90-м годам XX века, и в основном в них, как например в [1] и в [2] многослойный перцептрон моделирует сложный нелинейный объект, при этом эксперименты с возможной экстраполяцией не проводятся.

Глава 3

Реккурентная сеть из lstm ячеек

3.1 Структура сети

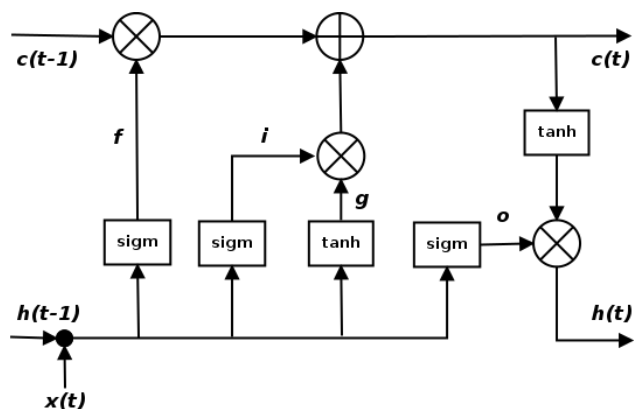


Рис. 3.1: Устройство lstm ячейки.

На рисунке 3.1 схематично изображено устройство lstm ячейки. Из lstm ячеек составляют рекуррентные сети, которые работают по принципу прогона одной и той же сети по участком входных данных фиксированной длины, при этом длина полного вектора входных может иметь любую длину. Между участками сеть передаёт так называемые векторы *внутреннего состояния*, которые позволяют более явно учитывать зависимость входных значений в конкретной позиции от входных значений в предыдущих позициях. Рекуррентные сети также как и многослойный перцептрон обучаются методом стохастического градиентного спуска, при этом градиент считается с помощью метода обратного распространения ошибки d раз, где d — глубина рекурсии (для расчёта рекурсия «разворачивается», и сеть представляется как многослойная с повторяющимися весами), и усредняется по всем значениям. Для

предсказания выходных значений в конкретной позиции обычно используется вектор внутреннего состояния, опционально пропущенный через линейный слой и/или функцию softmax.

Главное преимущество lstm ячейки состоит в использовании дополнительного *вектора памяти*, который вычисляется независимо от вектора внутреннего состояния, сеть обучается *запоминать* или *забывать* определенную долю вектора памяти в зависимости от текущих входных данных, и это позволяет сети более гибко воспроизводить зависимости внутри входной последовательности, и как следствие давать более точные (в сравнении с простейшей рекуррентной сетью) предсказания.

3.2 Код и схема модели

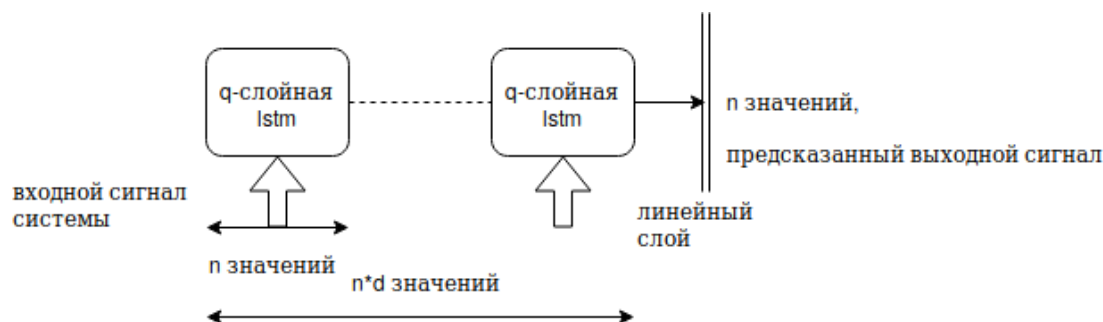


Рис. 3.2: Используемая для экспериментов архитектура.

На рисунке 3.2 изображена использованная для экспериментов архитектура рекуррентной сети. Гиперпараметры сети: размер входного вектора lstm ячейки n ; число внутренних слоёв ячейки q ; максимальная глубина рекурсии d . В экспериментах на вход сети подавался вектор входного сигнала, кратный n , и сеть обучалась предсказывать выход объекта управления в последние n моментов времени. Рекуррентные сети позволяют работать с последовательностями варьирующейся длины, поэтому в обучающую выборку входили векторы длины $1 * n \dots d * n$, однако большая часть обучающей выборки состояла из векторов длины $d * n$ для лучшего предсказания на таких данных. Такая сеть может быть реализована на языке python с использованием библиотеки pytorch:

```

class ControlLSTMInputs(nn.Module):
    def __init__(self, window_size, layer_input_size,
                  hidden_size, output_size, num_layers=2
                  ):

        assert window_size % layer_input_size == 0
        super().__init__()
        self.reccurency = window_size // layer_input_size
        self.layer_input_size = layer_input_size

        self.layers = nn.ModuleList()
        self.layers.append(
            nn.LSTM(
                input_size=layer_input_size,
                hidden_size=hidden_size,
                num_layers=num_layers
            )
        )
        self.layers.append(nn.Linear(hidden_size, output_size))

    def forward(self, system_input_signal):
        hidden, _ = self.layers[0](system_input_signal.view(
            -1, self.reccurency, self.layer_input_size
        ).transpose(0, 1))
        last_hidden = hidden[-1, :, :]
        return self.layers[1](last_hidden)

```

Сеть обучалась с использованием среднеквадратичной ошибки в качестве функции ошибки.

3.3 Эксперименты

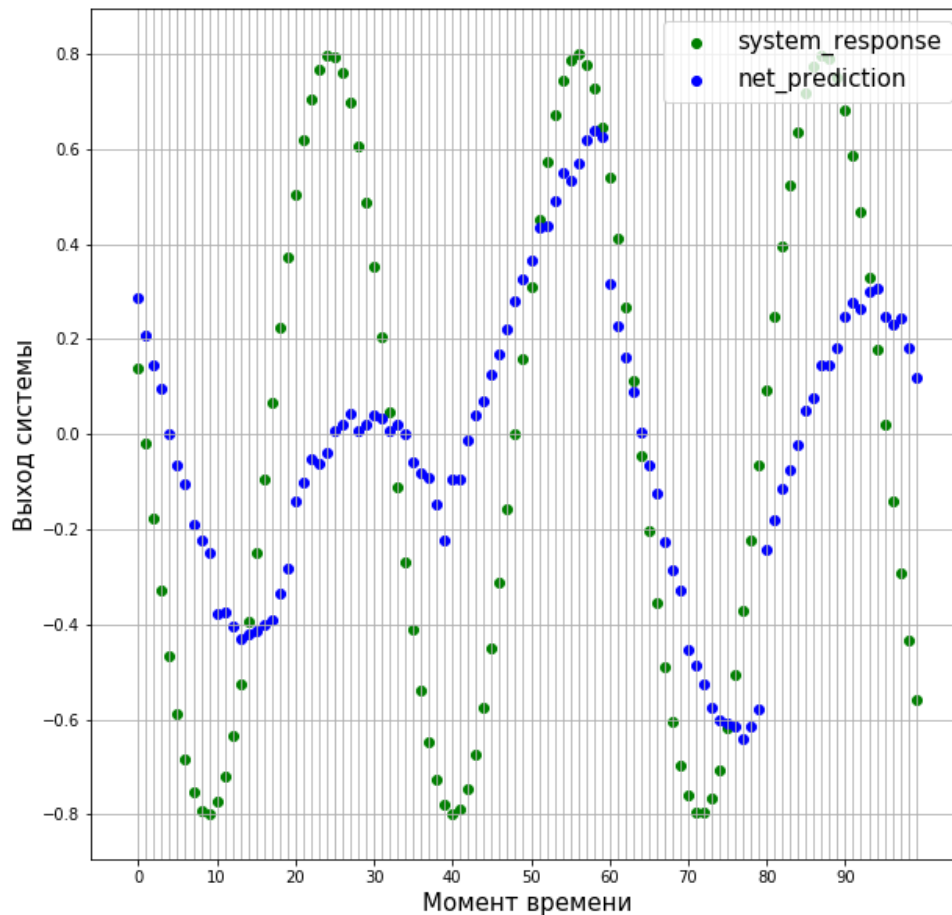


Рис. 3.3: Предсказание при частоте 0.2 Гц.

Графики предсказания сети на несмещённой выборке выглядят абсолютно аналогично рисунку 2.3 (предсказание практически идеально), поэтому они здесь не приведены. Гораздо интереснее выглядит изображённое на рисунке 3.3 предсказание выхода системы сетью, обученной на входных и выходных данных, полученных при подаче на вход системы сигналов из диапазона частот $[0.05 \text{ Гц}, 0.1 \text{ Гц}]$, при подаче на вход сигнала с частотой 0.2 Гц. Пусть сеть не предсказывает достаточно релевантных данных, предсказание не выглядит как абсолютно не коррелирующее с реальными данными, и это подтверждается среднеквадратичной ошибкой при подаче сигналов со случайной частотой из равномерного распределения $[0.1 \text{ Гц}, 0.2 \text{ Гц}]$, которая

уменьшается в примерно в 3 раза: 0.06511564044169972. Рекуррентная сеть очевидно обладает лучшей способностью к экстраполяции поведения объекта управления. Хотя задача предсказания на смещённой выборке не всегда корректна, качество предсказания сети позволяет делать выводы о преимуществах рекуррентной сети над многослойным перцептроном.

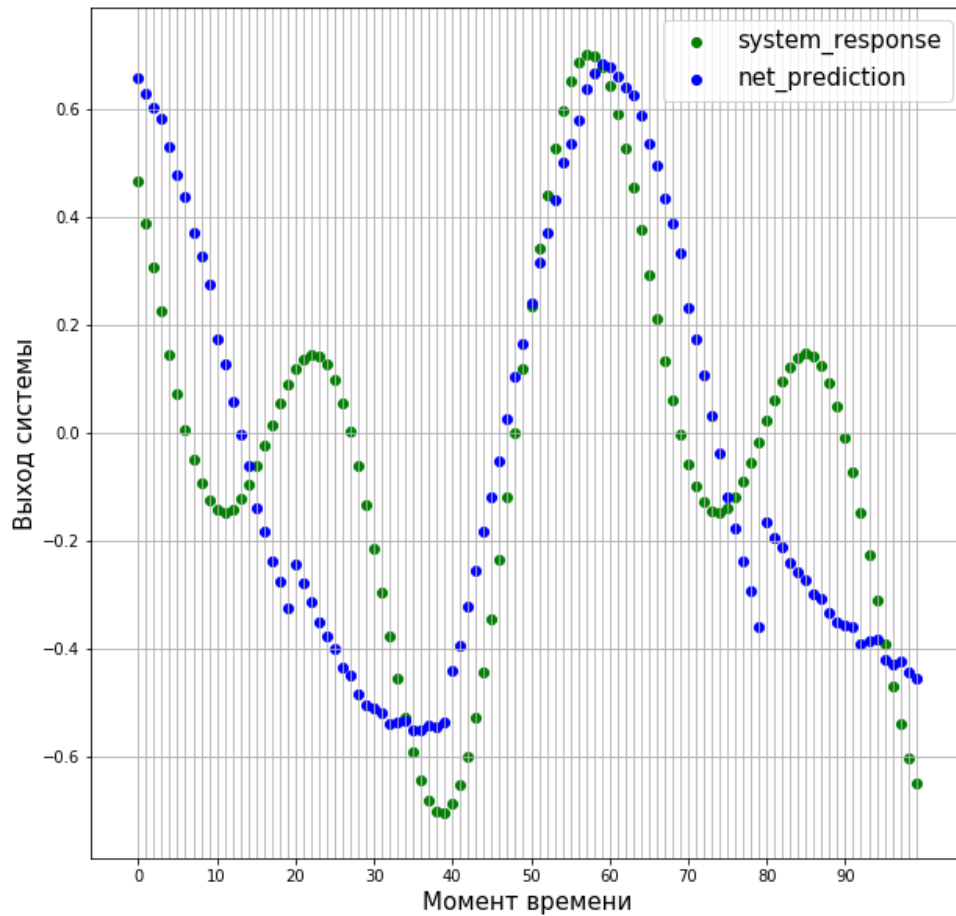


Рис. 3.4: Предсказание при сигнале из смеси 0.2 Гц и 0.1 Гц.

На рисунке 3.4 изображено предсказание сети при подаче на вход смеси синусов с частотами 0.1 Гц и 0.2 Гц (обучение на тех же сигналах со случайной частотой из [0.05 Гц, 0.1 Гц]). Среднеквадратичная ошибка при подаче смеси сигнала со случайной частотой из [0.05 Гц, 0.1 Гц] с сигналом со случайной частотой из [0.1 Гц, 0.2 Гц]: 0.020396024022273196. Можно сделать вывод, что подача сигнала с структурой,

несколько отличающейся от структуры сигналов обучающей выборки, не влияют негативно на предсказание сети.

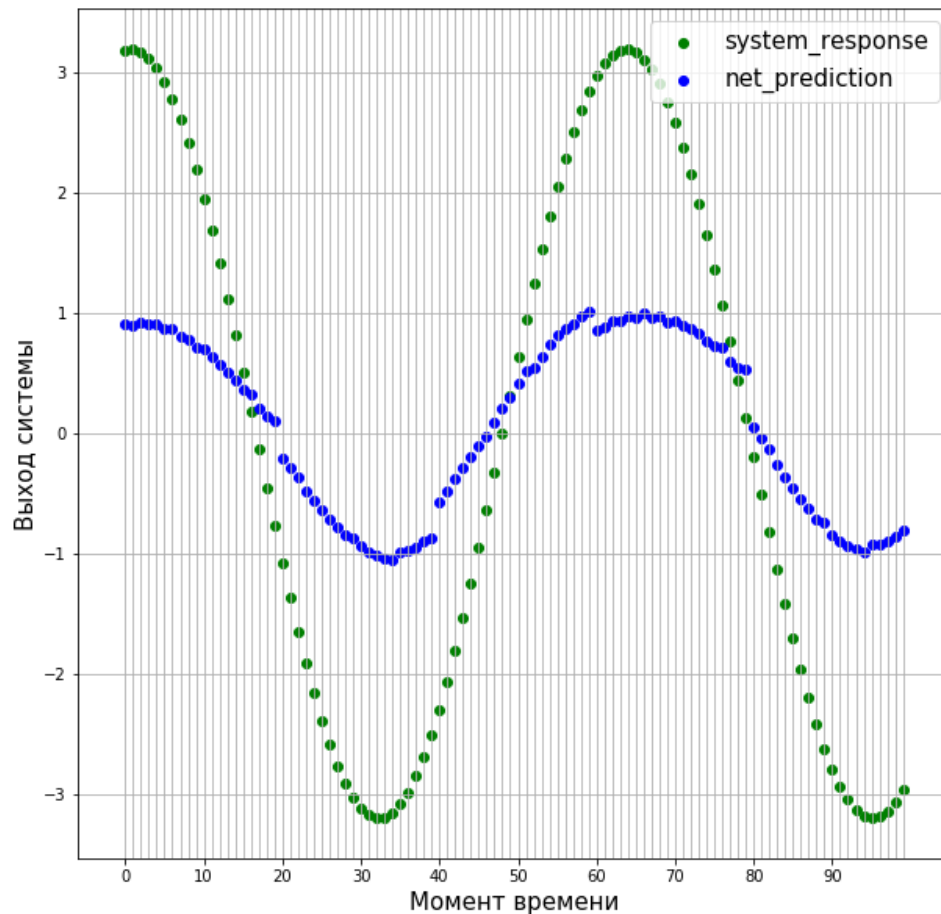
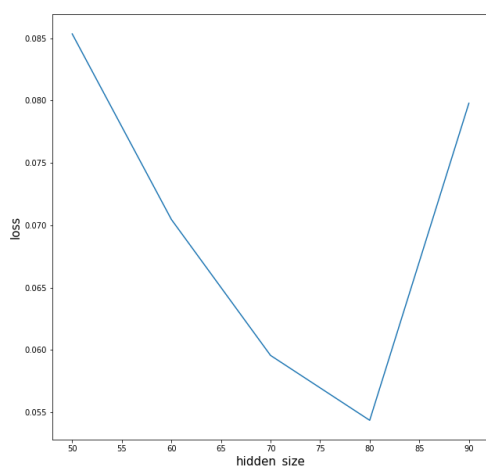
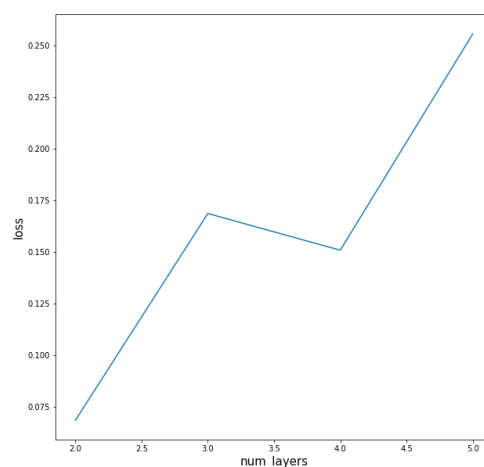


Рис. 3.5: Предсказание при увеличенной в 2 раза амплитуде входного сигнала.

На рисунке 3.5 изображено предсказание сети при подаче на вход сети сигнала с частотой 0.1 Гц и амплитудой, увеличенной относительно амплитуды сигналов из обучающей выборки в 2 раза. Измерение среднеквадратичной ошибки на таких сигналах не имеет смысла, т. к. сеть в силу особенностей структуры не может воспроизводить сигналы с амплитудой больше 1, и среднеквадратичная ошибка всегда будет большой. Из графика можно заметить, что сеть не может корректно воспроизвести форму выходного сигнала, однако она способна воспроизвести его частоту.



(a) Перебор размера скрытого слоя сети



(b) Перебор количества внутренних слоев

Рис. 3.6: Перебор гиперпараметров

На рисунке 3.6 изображены графики значений функции ошибки в зависимости от параметров сети. Из графиков можно сделать вывод, что перебор гиперпараметров сети позволяет добиться некоторых улучшений качества предсказания, однако чрезмерное усложнение структуры сети (увеличение числа весов) ведёт к тому, что сеть переобучается, и качество предсказания на смещённой выборке падает.

В статьях, в которых используют lstm для моделирования и идентификации объектов управления, в [3] и [4] моделируются сложные нелинейные объекты, и не делаются попытки экстраполяции, что вполне логично для сложных объектов.

Глава 4

Реккурентная сеть из lstm ячеек, использующая данные выходов объекта управления при предсказании

4.1 Код и схема модели

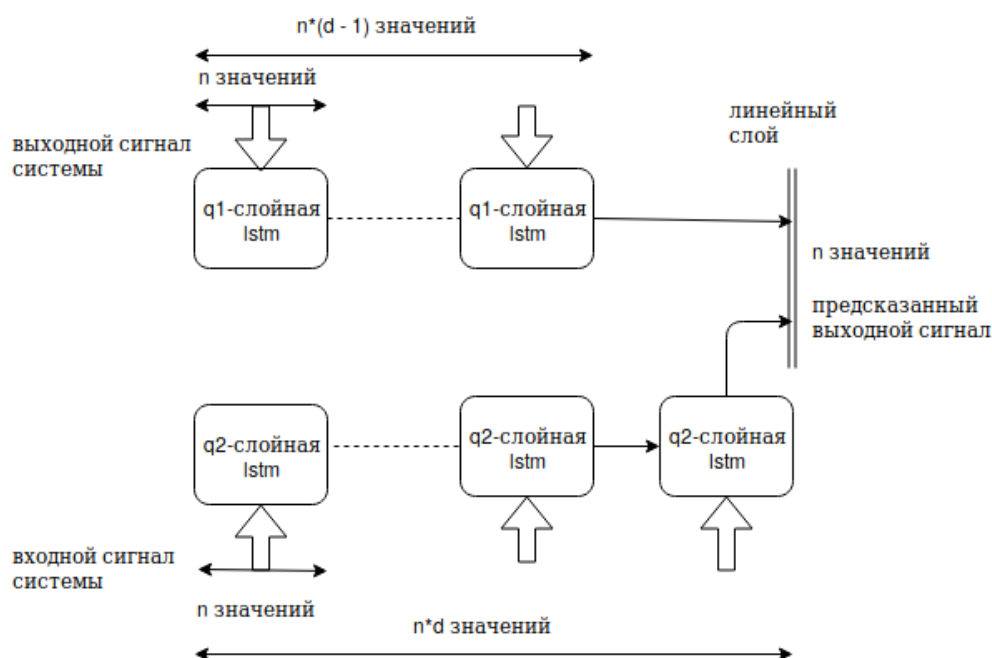


Рис. 4.1: Используемая для экспериментов архитектура.

На рисунке 4.1 изображена архитектура сети, использовавшейся для третьего эксперимента. Эта сеть имеет много общего с сетью из предыдущего эксперимента,

однако здесь присутствует сеть из lstm ячеек, которая участвует в предсказании, и использует данные о выходе объекта управления в предыдущие моменты времени для предсказания. Гиперпараметры сети: число внутренних слоёв ячейки lstm q_1 , q_2 ; размер входного слоя lstm ячейки n ; максимальная глубина рекурсии d . При обучении сети используются данные реальных выходов объекта управления, а при предсказании предсказания сети в предыдущие моменты времени. Интуитивно такое различие входных данных при обучении и при предсказании должно негативно влиять на качество, однако, как видно из экспериментов, это не так. Идея использования ранее предсказанных целевых значений не нова, и так же широко применяется в обработке естественных языков, одной из областей с широким использованием рекуррентных сетей и lstm. Использование предсказаний как входов для задач идентификации систем управления можно найти в статье [4]. Такая сеть может быть реализована на языке python с использованием библиотеки pytorch:

```
class ControlLSTMInputsOutputs(nn.Module):
    def __init__(
        self,
        window_size,
        layer_input_size,
        hidden_size,
        output_size,
        num_layers=2
    ):
        assert window_size % layer_input_size == 0
        super().__init__()
        self.layer_input_size = layer_input_size
        self.reccurency_depth = window_size // layer_input_size
        self.hidden_size = hidden_size

        self.input_processing_cell = torch.nn.LSTM(
            input_size=layer_input_size,
            hidden_size=hidden_size,
            num_layers=num_layers
```

```

)
self.output_processing_cell = torch.nn.LSTM(
    input_size=layer_input_size,
    hidden_size=hidden_size,
    num_layers=num_layers
)
self.output_layer = (torch.nn.Linear(hidden_size * 2, output_size))

def forward(self, system_input_signal, system_output_signal=None):
    assert system_output_signal is not None or \
        system_input_signal.size()[-1] == self.layer_input_size

    input_processing_hidden, _ = self.input_processing_cell(
        system_input_signal.view(
            # <batch_size>, <reccurency depth>, <one lstm cell input size>
            -1,
            system_input_signal.size()[-1] // self.layer_input_size,
            self.layer_input_size
            # transposing because view
            # is incorrect if passing required shape to view directly
        ).transpose(0, 1)
    )
    if system_output_signal is not None:
        output_processing_hidden, _ = self.output_processing_cell(
            system_output_signal.view(
                # <batch_size>, <reccurency depth>, <one lstm cell input size>
                -1,
                system_output_signal.size()[-1] // self.layer_input_size,
                self.layer_input_size
                # transposing because view
                # is incorrect if passing required shape to view directly
            ).transpose(0, 1)

```

```

        )
    else:
        output_processing_hidden = torch.zeros(input_processing_hidden.size())

        last_hidden = torch.cat((input_processing_hidden[-1, :, :],
                                   output_processing_hidden[-1, :, :]), -1)

        return self.output_layer(last_hidden)

```

Сеть обучалась с использованием среднеквадратичной ошибки в качестве функции ошибки.

4.2 Эксперименты

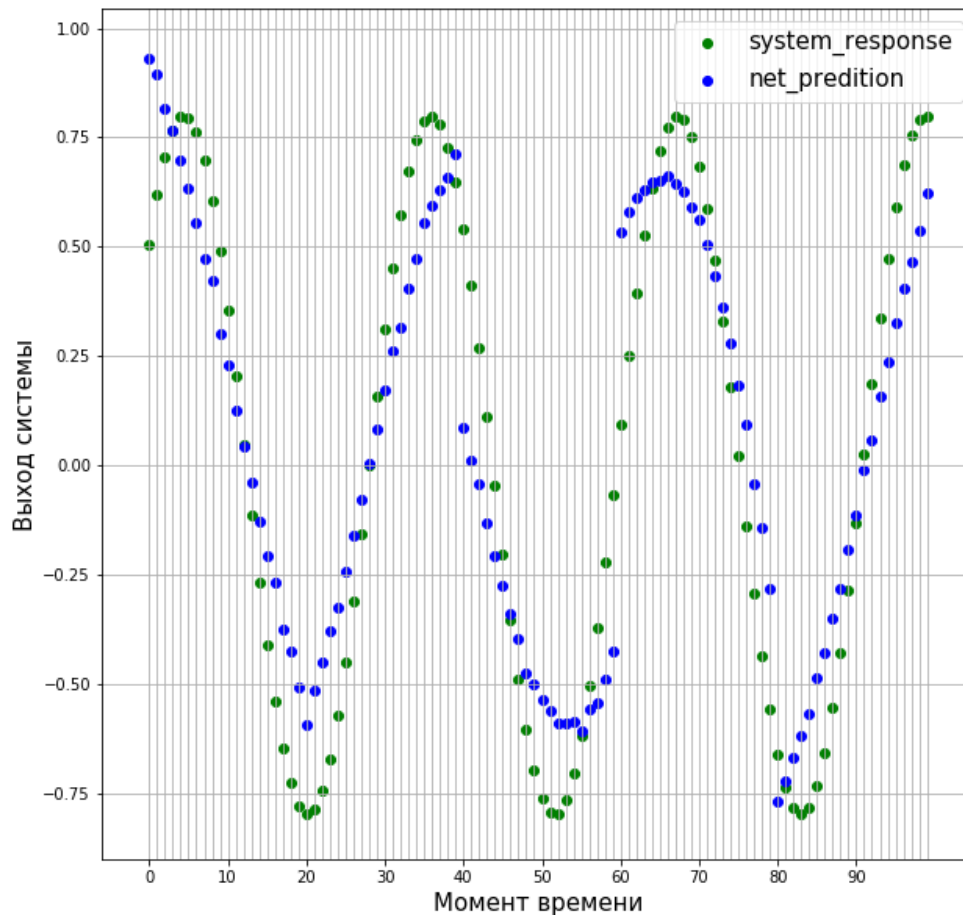


Рис. 4.2: Предсказание при частоте 0.2 Гц.

Как и прежде, на данных, аналогичных обучающей выборке, сеть предсказывает выход объекта управления практически идеально, поэтому график опускается. На рисунке 4.2 изображено предсказание выхода системы сетью, обученной на входных и выходных данных, полученных при подаче на вход системы сигналов из диапазона частот $[0.05 \text{ Гц}, 0.1 \text{ Гц}]$, при подаче на вход сигнала с частотой 0.2 Гц. В сравнении с предыдущим экспериментом явно заметен прогресс, и это подтверждается значением среднеквадратичной ошибки при подаче на вход сети сигналов со случайной частотой из $[0.1 \text{ Гц}, 0.2 \text{ Гц}]$, она равна: 0.012449543755501509, в сравнении с предыдущим экспериментом это улучшение практически в 5 раз. Это позволяет сделать вывод о

том, что использование данных о выходе сети однозначно улучшает предсказание.

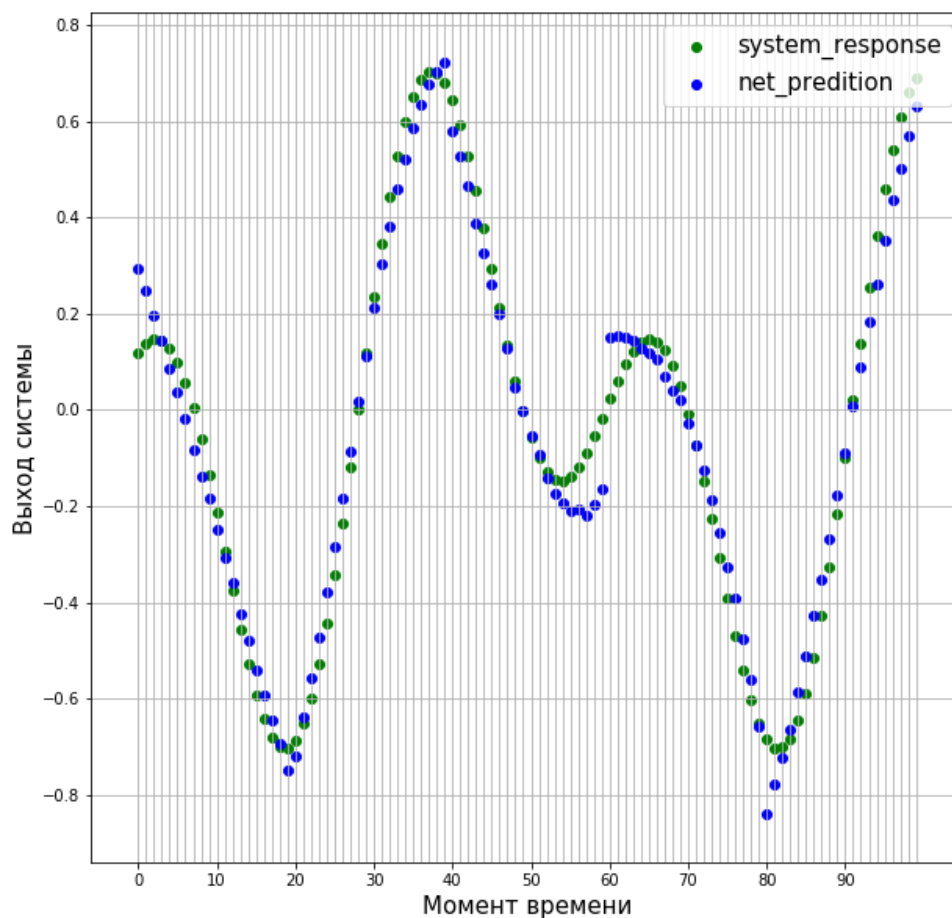
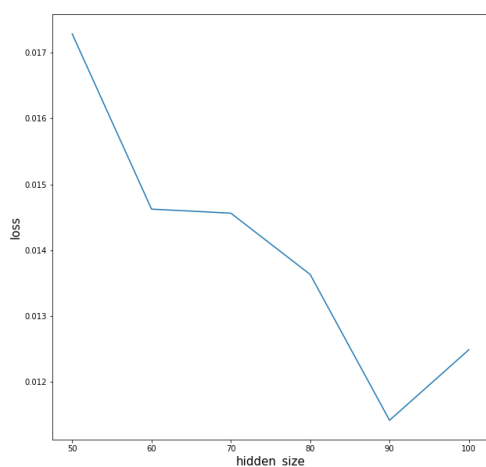
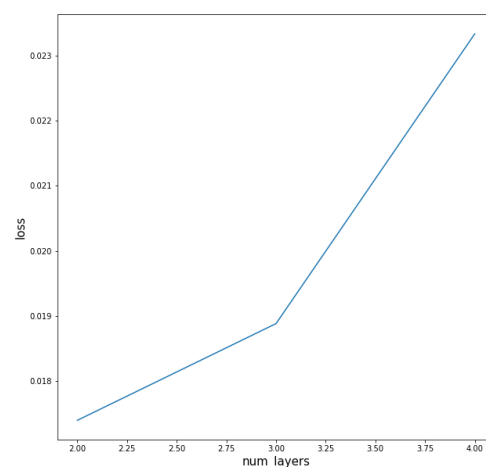


Рис. 4.3: Предсказание при сигнале из смеси 0.2 Гц и 0.1 Гц.

На рисунке 4.3 изображено предсказание сети при подаче на вход смеси сигнала с частотой 0.1 Гц с сигналом с частотой 0.2 Гц. Как и для предыдущего случая, сеть использующая данные о выходном сигнале объекта управления предсказывает очевидно лучше сети, которая не использует данные о выходе. Это подтверждается среднеквадратичной ошибкой, она равна: 0.0014647390705067665.



(a) Перебор размера скрытого слоя сети



(b) Перебор количества внутренних слоев

Рис. 4.4: Перебор гиперпараметров

На рисунке 4.4 изображены графики значений функций ошибки в зависимости от значений гиперпараметров сети. Как и прежде перебор гиперпараметров позволяет добиться некоторых улучшений, но чрезмерное увеличение числа весов сети ведёт к переобучению и, как следствие, падению качества предсказания на смещённой выборке.

В статье [4] сеть, использующая входы используется для моделирования сложного нелинейного объекта, и, как и прежде, не делается попыток экстраполяции.

Глава 5

Заключение

В ходе работы был проведён сравнительный анализ качества моделирования объекта управления для задачи идентификации нейронными сетями с различными архитектурами, из экспериментов можно сделать выводы:

- Рекуррентная сеть основанная на lstm ячейках, использующая данные входов и выходов объекта управления для предсказания выхода объекта управления, моделирует объект управления однозначно наилучшим образом среди всех рассмотренных сетей.
- Определён примерный вектор дальнейшего улучшения оптимальной архитектуры сети для решения задач идентификации объектов управления, а именно: сеть должна иметь рекуррентную архитектуру; сеть должна использовать данные о выходах системы управления в предыдущие моменты времени или собственные предсказания как входы; сеть должна состоять из lstm или сопоставимых по качеству в различных задачах ячеек рекуррентной сети.
- Сеть не должна иметь чрезмерно большое, т. е. неадекватное сложности системы число параметров во избежание переобучения на данных обучающей выборки. Число параметров можно оценивать эмпирически с помощью обучения на определённой части обучающей выборки и проверки качества предсказания на другой её части.

Литература

- [1] KUMPATI S. NARENDRA FELLOW, IEEE. AND KANNAN PARTHASARATHY, Identification and control of dynamical systems using neural networks, 1990.
<https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/80202>
- [2] Neural Networks for System Identification. S. Reynold Chu, Rahmat Shoureshi, and Manoel Tenorio, 1990. <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/55121>
- [3] Nonlinear Systems Identification Using Deep Dynamic Neural Networks. Olalekan Ogunmolu, Xuejun Gu, Steve Jiang, and Nicholas Gans, 2017.
<https://arxiv.org/abs/1610.01439>
- [4] A new concept using LSTM Neural Networks for dynamic system identification. Yu Wang, 2017. <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/7963782>
- [5] *[https : //github.com/antosiv/study_progs/tree/master/jupyter/diploma](https://github.com/antosiv/study_progs/tree/master/jupyter/diploma)*