

ĐỒ HỌA RASTER

CÁC THUẬT TOÁN

VẼ ĐƯỜNG THẲNG

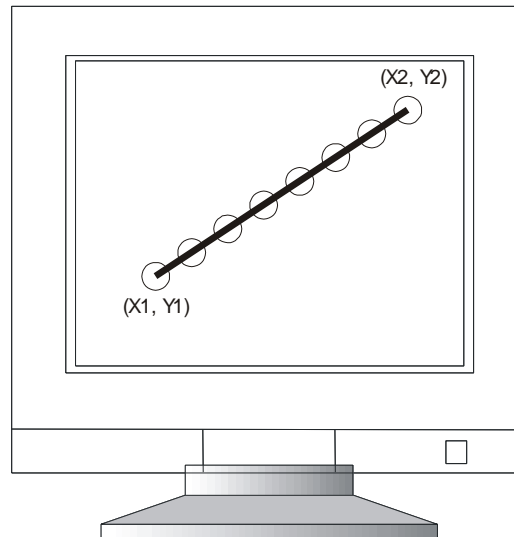
Bài toán vẽ đường thẳng

Input

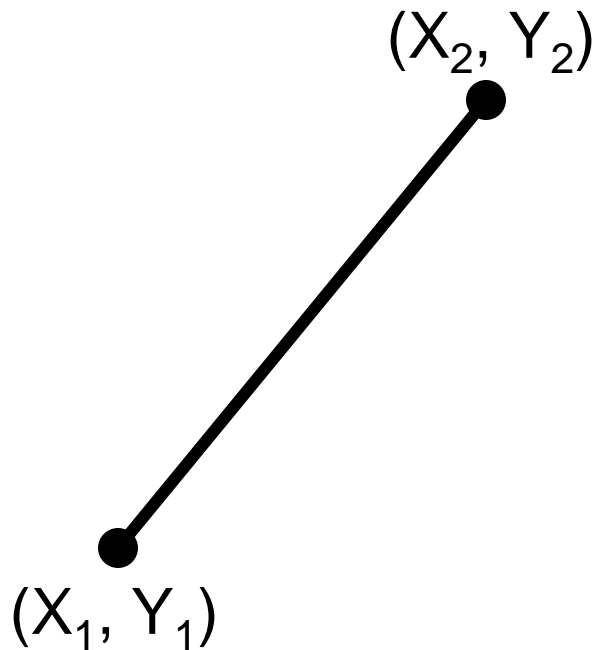
$(X_1, Y_1) (X_2, Y_2)$

Output

$\{(x_1, y_1) (x_2, y_2) \dots (x_n, y_n)\}$ là những điểm sáng “**nằm trên**” đường thẳng



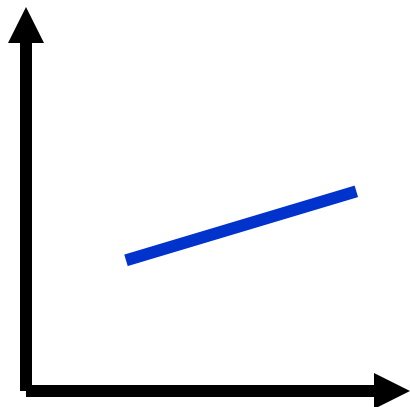
Một số công thức cơ bản của đường thẳng



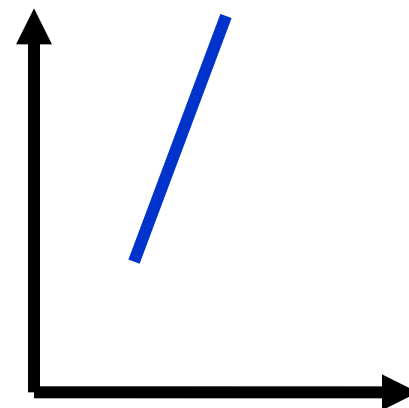
$$\begin{aligned}y &= mx + b \\x &= \frac{y - b}{m} \\m &= \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \\b &= Y_1 - mX_1\end{aligned}$$

Phân loại đoạn thẳng

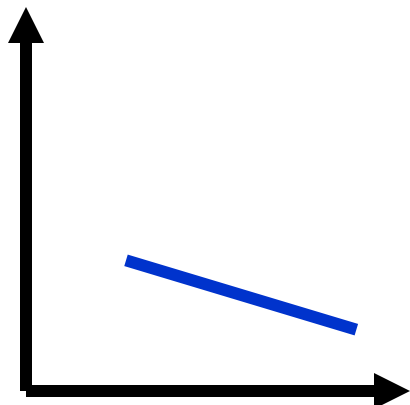
Tăng chậm



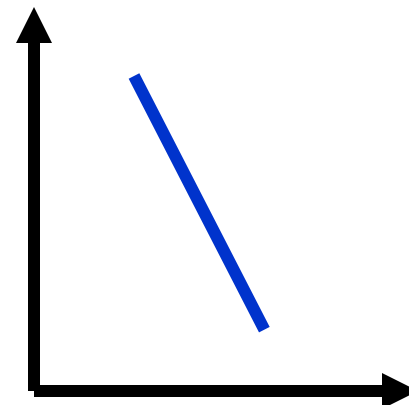
Tăng nhanh



Giảm chậm



Giảm nhanh



Các phương pháp vẽ đường thẳng

Thuật toán DDA

Thuật toán Bresenham

Thuật toán DDA

Trường hợp 1

Đoạn thẳng tăng chậm và điểm đầu nằm bên trái

Thuật toán

Bước 1 Xác định điểm đầu tiên

1

$$x_1 = X_1$$

$$y_1 = Y_1$$

Bước 2 Xác định những điểm tiếp theo

2

3

...

n

Lặp $x_i < X_2$

$$x_{i+1} = x_i + 1$$

$$y = mx_{i+1} + b$$

$$y_{i+1} = \text{Round}(y)$$

Trường hợp 1

Cải tiến tính y

Xét hai điểm sáng liên tiếp nhau

$$\textcircled{i} \quad (x_i, y_{\text{cũ}})$$

$$\textcircled{i+1} \quad (x_{i+1}, y_{\text{mới}})$$

Công thức tính

$y_{\text{đầu}}$ là Y_1

$$y_{\text{mới}} = y_{\text{cũ}} + m$$

Trường hợp 2

Đoạn thẳng tăng nhanh và điểm đầu nằm bên dưới

Thuật toán

Bước 1 Xác định điểm đầu tiên

$$x_1 = X_1$$

$$y_1 = Y_1$$

Bước 2 Xác định những điểm tiếp theo

Lặp $y_i < Y_2$

$$y_{i+1} = y_i + 1$$

$$x = y_{i+1}/m - b/m$$

$$x_{i+1} = \text{Round}(x)$$

Trường hợp 2

Cải tiến tính x

Xét hai điểm sáng liên tiếp nhau

$$\textcircled{i} \quad (x_{\text{cũ}}, y_i)$$

$$\textcircled{i+1} \quad (x_{\text{mới}}, y_{i+1})$$

Công thức tính

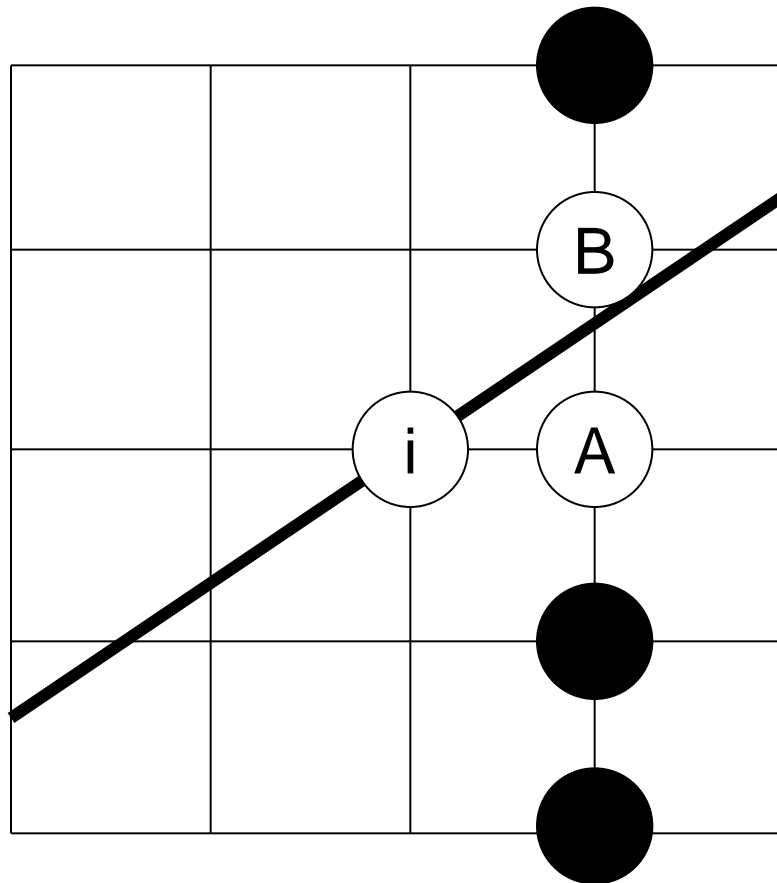
$$k = \frac{X_2 - X_1}{Y_2 - Y_1}$$

$$\begin{aligned} x_{\text{đầu}} &\text{ là } X_1 \\ x_{\text{mới}} &= x_{\text{cũ}} + k \end{aligned}$$

Thuật toán Bresenham

Trường hợp 1

Dự đoán điểm sáng thứ $i+1$



Trường hợp 1

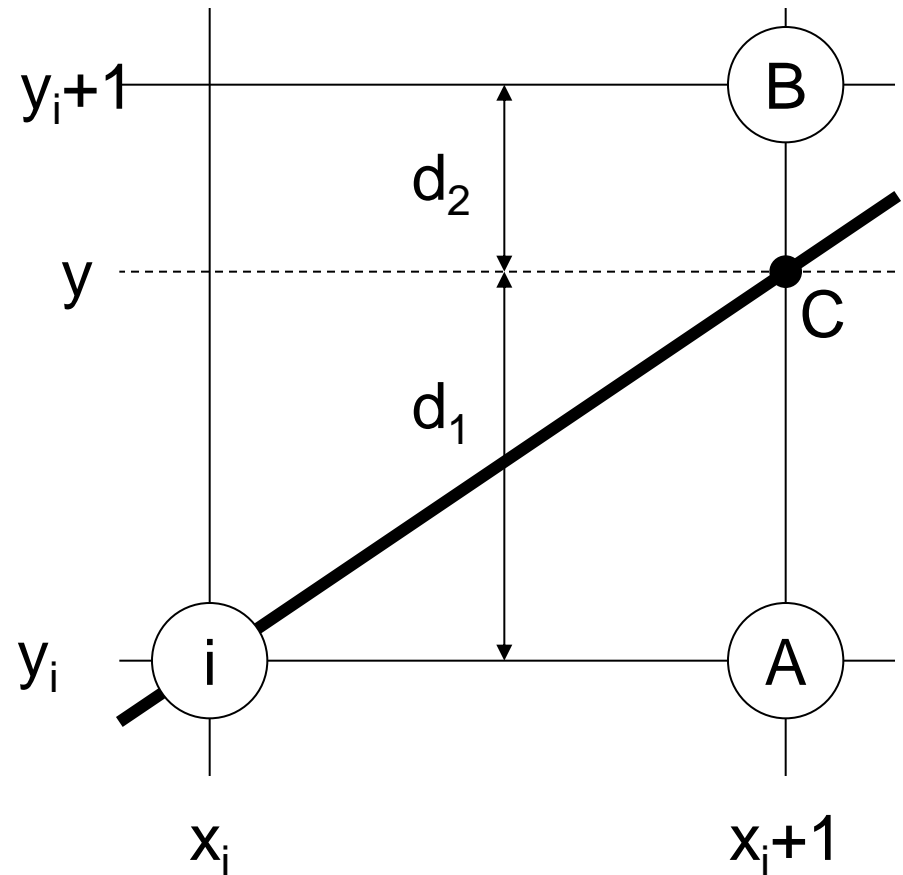
Xây dựng biến p_i

$$y = m(x_i+1) + b$$

$$d_1 = y - y_i$$

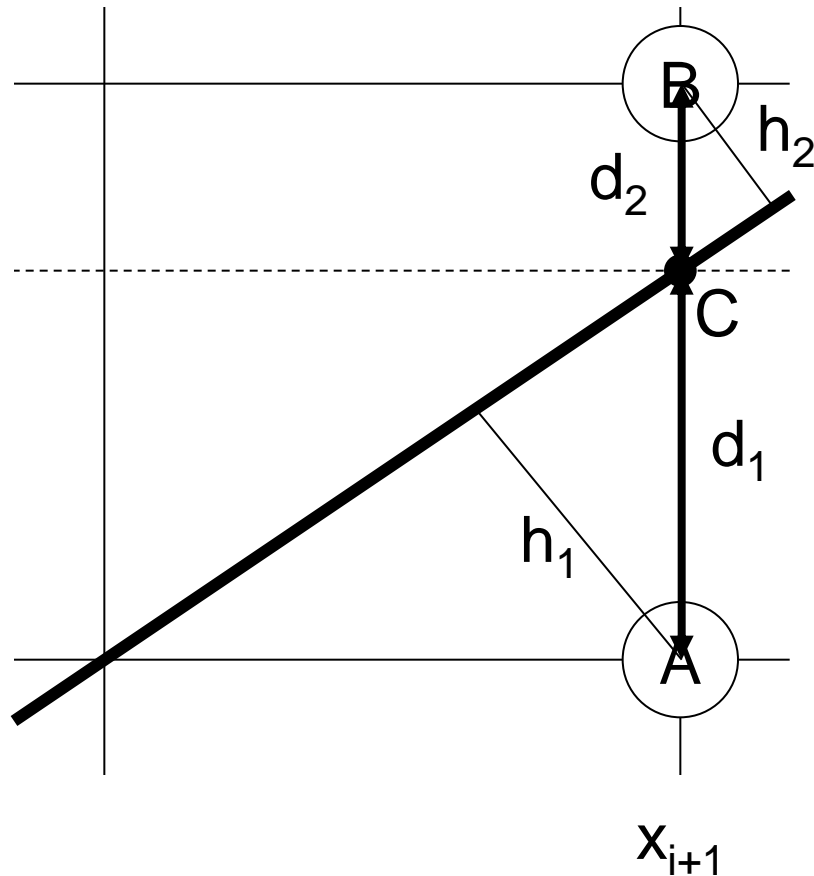
$$d_2 = y_i + 1 - y$$

$$p_i = \Delta x(d_1 - d_2)$$



Trường hợp 1

Khoảng cách d_1 , d_2 hay khoảng cách h_1 , h_2 ?



Trường hợp 1

Cách tính p_i

$$p_i = 2\Delta y x_i - 2\Delta x y_i + 2\Delta x Y_1 - 2\Delta y X_1 + 2\Delta y - \Delta x$$

Trường hợp 1

Đoạn thẳng tăng chậm và điểm đầu nằm bên trái

Thuật toán

Bước 1 Xác định điểm đầu tiên

$$x_1 = X_1$$

$$y_1 = Y_1$$

Bước 2 Xác định những điểm tiếp theo

Lặp $x_i < X_2$

$$p_i = \dots$$

$$p_i < 0$$

$$x_{i+1} = x_i + 1$$

$$y_{i+1} = y_i$$

$$p_i \geq 0$$

$$x_{i+1} = x_i + 1$$

$$y_{i+1} = y_i + 1$$

Trường hợp 1

Cách tính p_i Cải tiến

$$p_1 = 2\Delta y - \Delta x$$

$$p_i < 0 :$$

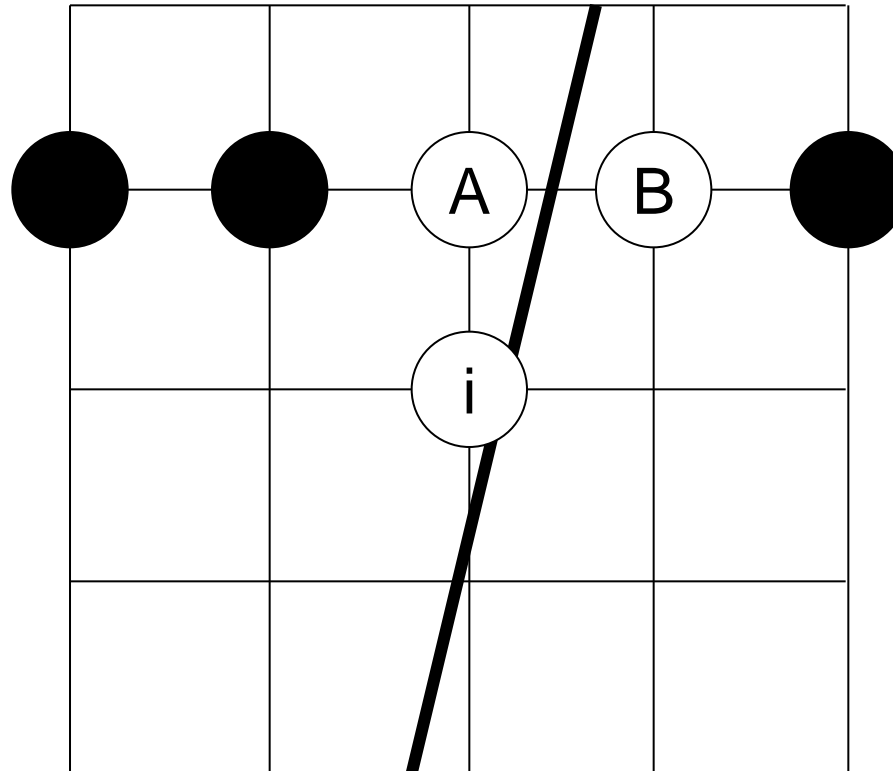
$$p_{i+1} = p_i + 2\Delta y$$

$$p_i \geq 0 :$$

$$p_{i+1} = p_i + 2\Delta y - 2\Delta x$$

Trường hợp 2

Dự đoán điểm sáng thứ $i+1$



Trường hợp 2

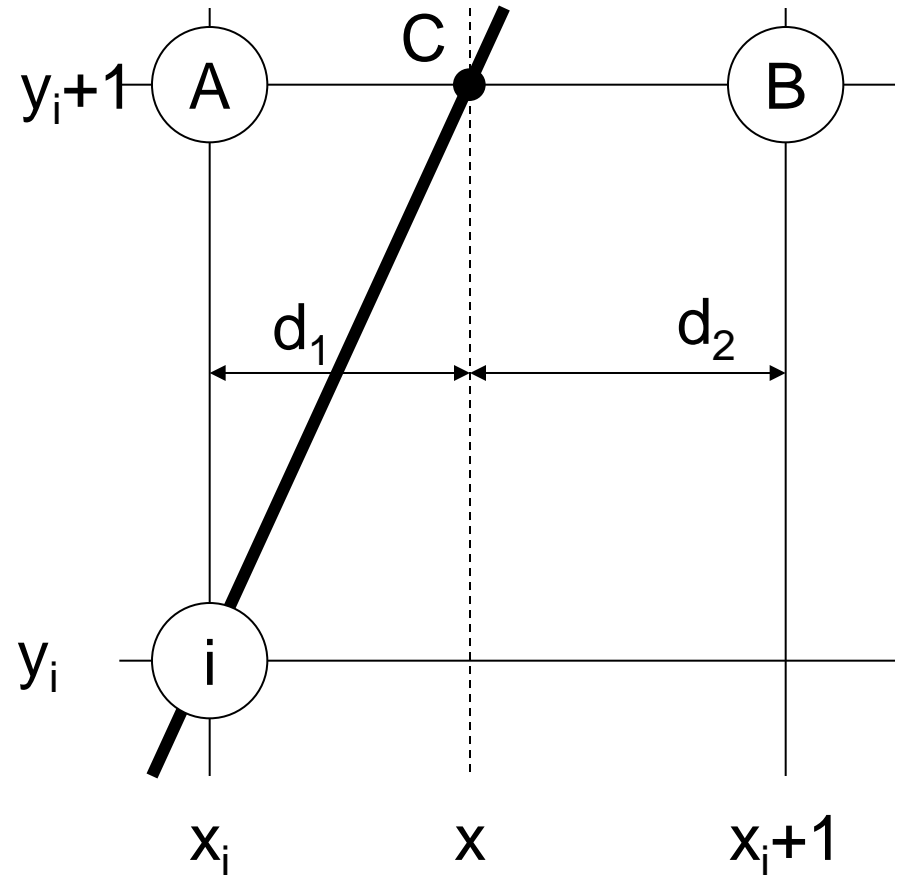
Xây dựng biến p_i

$$x = \frac{y_i + 1}{m} - \frac{b}{m}$$

$$d_1 = x_i - x$$

$$d_2 = x_i + 1 - x$$

$$p_i = \Delta y(d_1 - d_2)$$



Trường hợp 2

Cách tính p_i

$$p_1 = 2\Delta x - \Delta y$$

$$p_i < 0 :$$

$$p_{i+1} = p_i + 2\Delta x$$

$$p_i \geq 0 :$$

$$p_{i+1} = p_i + 2\Delta x - 2\Delta y$$

Trường hợp 2

Đoạn thẳng tăng nhanh và điểm đầu nằm bên dưới

Thuật toán

Bước 1 Xác định điểm đầu tiên

$$x_1 = X_1$$

$$y_1 = Y_1$$

Bước 2 Xác định những điểm tiếp theo

Lặp $y_i < Y_2$

$$p_i < 0$$

$$x_{i+1} = x_i$$

$$y_{i+1} = y_i + 1$$

$$p_i \geq 0$$

$$x_{i+1} = x_i + 1$$

$$y_{i+1} = y_i + 1$$