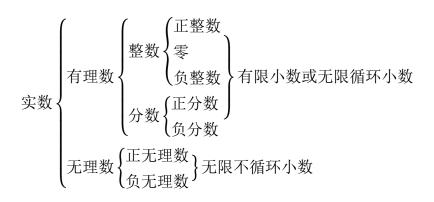
第一课 关于数

1.1 实数

我们知道,有理数包括整数和分数,而任何一个分数写成小数的形式,必是有限小数或无限循环小数, 例如, $\frac{4}{5}$ = 0.8(有限小数), $\frac{1}{3}$ = 0.333333 ······(无限循环小数), $\sqrt{2}$ = 1.414213562 ········ 很显然不是一个有理数,它是一个无限不循环小数;类似地,0.7070070007·······,圆周率 π = 3. 1415926 ······· 也都不是有理数,它们都是无限不循环小数。我们称这样的数为无理数。有理数与无理数合在一起统称为实数.实数范围内的数可以概括如下:



数学上,实数直观地定义为和数轴上的点一一对应的数,每一个实数都可以用数轴上的点来表示,也就是说数轴上的任意一点都表示一个实数。

关于实数,我们还需弄清以下几个概念:

- ①相反数(只有符号不同的两个数,我们就说其中一个是另一个的相反数)实数 a 的相反数是-a
- ②绝对值(在数轴上一个数所对应的点与原点 0 的距离)实数a的绝对值定义为|a| $|a| = \{ \{ a \mid a \geq 0 \}, \ |a| = a \} \}$ 即 $|a| = a \}$
 - ③倒数 (两个实数的乘积是 1,则这两个数互为倒数) 实数 a 的倒数是: $\frac{1}{a}$ (a≠0)

实数可实现的基本运算有加、减、乘、除、乘方等,任意两个实数的和、差、积、 商(除数不为 0)和乘方后结果还是实数。对非负数还可以进行开方运算,任何实数都 可以开奇次方,其结果仍是实数,只有非负实数,才能开偶次方,其结果也还是实数。

1.2 复数

形如a + bi ($a, b \in R$) 的数叫做复数,通常用字母z表示,即z = a + bi ($a, b \in R$),其中 i 叫做虚数单位,a 和 b 分别叫做复数 z 的实部和虚部。

对于复数a + bi,当且仅当b = 0时,它是实数;当且仅当a = b = 0时,它是实数 0; 当 $b \neq 0$ 时,它是虚数;当a = 0且 $b \neq 0$ 时,叫做纯虚数。

这样,复数z = a + bi可以分类如下:

复数
$$z = \begin{cases} 实数 (b = 0) \\ 虚数 (b \neq 0) (当 a = 0 时为纯虚数) \end{cases}$$

我们知道,任何一个复数z=a+bi都可以由一个有序实数对(a, b)唯一确定,因为有序实数对(a, b)与平面直角坐标系中的点一一对应,因此,复数与平面直角坐标系中的点可以建立一一对应关系。

如图 1-1 所示,点 Z 的横坐标是 a,纵坐标是 b,复数z = a + bi可以用点 Z (a, b) 表示,这个建立了直角坐标系来表示复数的平面叫做复平面,x 轴叫做实轴,y 轴叫做虚轴。显然,实轴上的点都表示实数;除原点外,虚轴上的点都表示纯虚数。

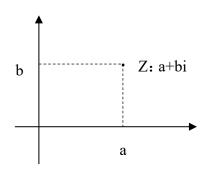


图 1-1

复数可以做加减乘除四种运算,即四则运算。设 $\mathbf{z}_1=\mathbf{a}+\mathbf{b}\mathbf{i}$, $\mathbf{z}_2=\mathbf{c}+\mathbf{d}\mathbf{i}$ 是任意两个复数,那么:

- 1. 加法法则: $z_1 + z_2 = (a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$
- 2. 减法法则: $z_1 z_2 = (a + bi) (c + di) = (a c) + (b d)i$
- 3. 乘法法则: $z_1z_2 = (a + bi)(c + di) = (ac bd) + (bc + ad)i$
- 4. 除法法则: $z_1 \div z_2 = (a + bi) \div (c + di) = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{bc ad}{c^2 + d^2}i$ $(c + di \neq 0)$

生词

1,	实数	(名)	shíshù	real number
2,	有理数	(名)	yŏulĭshù	rational number
3,	整数	(名)	zhěngshù	integer number
4,	分数	(名)	fēnshù	fractional number
5、	小数	(名)	xiǎoshù	decimal number
6,	有限	(形)	yŏuxiàn	finite
7、	无限	(形)	wúxiàn	infinite
8,	循环	(名、动)	xúnhuán	circulation; circulate
9,	类似	(劲)	lèisì	analogous
10,	圆周率	(名)	yuánzhōulù	pi.
11,	无理数	(名)	wúlĭshù	irrational number
12,	统称	(动)	tŏngchēng	be collectively known as
13,	正数	(名)	zhèngshù	positive number
14,	负数	(名)	fùshù	negative number
15,	直观	(形)	zhí guān	intuitive
16,	定义	(名)	dìngyì	definition
17,	数轴	(名)	shùzhóu	coordinate axis
18,	对应	(动)	duì yì ng	correspond
19、	任意	(形)	rènyì	random
20,	绝对值	(名)	juéduìzhí	absolute value
21,	原点	(名)	yuándiăn	origin
22,	倒数	(名)	dàoshù	reciprocal
23,	乘积 (积)	(名)	chéngjī	product
24,	运算	(动)	yùnsuàn	caculate
25,	加	(动)	jiā	plus
26,	减	(动)	jiăn	minus
27,	乘	(动)	chéng	multiply
28,	除	(动)	chú	divide

29、	乘方	(动、名)	chéngfāng	raise
30,	和	(名)	hé	sum
31,	差	(名)	chā	difference
32,	商	(名)	shāng	quotient
33,	除数	(名)	chúshù	divisor
34,	开方	(动)	kāifāng	extract
35、	奇数	(名)	jīshù	odd number
36、	偶数	(名)	ŏ ush ù	even number
37,	复数	(名)	fùshù	complex number
38,	虚数	(名)	xūshù	imaginary number
39、	单位	(名)	dānwèi	unit
40,	纯	(形)	chún	pure
41,	有序	(形)	yŏuxù	orderd
42,	平面	(名)	píngmiàn	plane
43,	直角	(名)	zhíjiǎo	right angle
44,	坐标	(名)	zuòbiāo	coordinate
45,	横	(形)	héng	across; transverse
46,	纵	(形)	zòng	endlong
47,	即	(动)	jí	be
48,	设	(动)	shè	suppose
49、	法则	(名)	făzé	rule

词语注释

1、类似:动词。大致相像。

例如:

- (1) 许多科学家做了大量类似的实验,得到了同样的结果。
- (2) 人眼的光学系统和照相机是十分类似的。
- (3) 从一支笔、一棵树、一本书······中,可以抽象出只有大小的数量"1",类似地, 我们可以对力、位移、速度······这些量进行抽象,形成一种新的量。

- 2、**对应**:动词。在性质、作用、位置或数量上,一个事物和另一个事物相当。 例如:
 - (1) 对于每一个不利条件,都会存在与之相对应的有利条件。
 - (2) 现在通常是推算云中温度,找出气压与温度的对应关系,求出云的高度。
- (3) 举例来说,实数与其平方的关系图表符合了横坐标每个实数皆对应到纵坐标上的平方值。
- 3、任意:形容词。没有任何条件的。

例如:

- (1) 您在 15 号值机柜台可办理国航当日任意航班。
- (2) A 中任意一个元素都是 B 中的元素, A 叫 B 的子集。
- (3) 因此,按任意键通常可以更快地执行连接。
- 4、**为**:动词。意思是"做"、"是"、"成"等。 用在兼语句中作第二动词或用在另一动词 后面,意思是"充当"、"作为"、"算作"等。必带宾语。多用于书面语。

例如:

- (1) 建筑总面积为一万三千平方米。
- (2) 大家选他为出席全国科学大会的代表。
- (3) 简单地说,分析是将整体分解为部分,综合是将部分结合为整体。
- 5、**所**: 助词。用在动词前面,加"的"修饰名词,表示被修饰的名词是前面动词的受事。 多用于书面,口语里可以不用"所",意思相同。

例如:

- (1) 这种新款汽车所耗费的燃油并不多。
- (2) 数轴上原点及原点左边所有的点所表示的数是零和全体负实数。
- (3) 所得的结果也是一个无限不循环小数。
- 6、则:连词。相当于"那么",用于书面。科技文体的文章中常用。

例如:

- (1) 如果用同样大小的光盘来储存图书,则数量还可增加100倍。
- (2) 圆的半径为 r, 面积为 s, 则 s 与 r 之间的关系式是什么?
- (3) AD表示船速, AB 表示江水速度,以AD、AB为邻边作中ABCD,则AC表示船实际航行的速度。

7、即: 书面语, 意思是"就是", 解释或说明前面的部分。

例如:

- (1)"译"即"翻译",就是把一种语言文字的意义用另一种语言文字表达出来。
- (2) 任何一个集合是它本身的子集,即 $A \subseteq A$ 。
- (3) 在这一时期, 受教育的对象达到总人口的 15%—18%, 即 1.5 亿至 1.8 亿人。

重点句式

1、当且仅当 ……

在数学、哲学以及其他一些技术性领域中被用来表示"在,并且仅仅在这些条件成立的时候"的缩写。通俗一点来说,就是"在这些情况下,并且仅仅在这些情况下……"。

例如:

一般地,我们有 $|a+b| \le |a| + |b|$, 当且仅当 a, b 方向相同时等号成立。

2、设……是(为)……,那么(则)……

这是数学表达中常用的一种条件句式。

例如:

设与 \vec{b} 方向相同的单位向量为 \vec{e} , \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 θ ,那么, \vec{OM} 与 \vec{e} , \vec{a} , θ 之间有怎样的关系?

3、……称……为……

科技汉语中下定义时常用句式。与之相应的还有"······称为······";"把······称为······"。 例如:

- (1) 我们称含有未知数的等式为方程。
- (2) 这种把集合的所有元素一一列举出来,并用花括号"{}"括起来表示集合的方法称为列举法。
 - (3) 我们把形如 2x-3>x+2 的不等式称为一元一次不等式。

4、……统称为……

科技汉语中下定义时常用句式。与之相应的还有"把······统称为······"。 例如:

- (1) 液体和气体都没有一定的形状,容易流动,统称为流体。
- (2) 整数和分数统称为有理数。

(3) 我们把正整数、零、负整数统称为整数,而把正分数、负分数统称为分数。

5、……定义为……

科技汉语中下定义时常用句式。与之相应的还有"把······定义为······"。 例如:

- (1) 幸福定义为快乐与意义的结合。
- (2) 康德把美定义为无一切利害关系的愉快的对象。
- (3) 我们把无限不循环小数定义为无理数。

练习

一、正确读出下列形式

$$-10 \quad \frac{3}{4} \quad 1\frac{1}{6} \quad \left| -\frac{2}{3} \right| \quad 3.61 \quad 1.25 \times 10^5 \quad \sqrt[3]{99}$$

$$|y-3| + (2x-4)^2 = 0$$
 $(1\frac{3}{4} - \frac{7}{8}) \div (-\frac{7}{8}) + (-\frac{7}{8}) \times \frac{8}{11}$

二、用代数形式表示出来

- (1) X的四分之一
- (2) y的6倍
- (3) x的50%
- (4) -2/3的倒数
- (5) -5 的相反数
- (6) -0.8 的绝对值
- (7) 25 的平方
- (8) -2 的立方
- (9) 3的四次方
- (10) x与y的和
- (11) x与y的差
- (12) a与4的积
- (13) y 除以7的商
- (14) x的一半与 y 的差的平方
- (15) x与y的平方和加上x与y之积的5倍

三、填空
(1) 在 1 至 10 的数字中, 1、3、5、7、9 是数; 2、4、6、8、10 是数。
(2) 小于零的数是数; 大于零的数是数。
(3) $\frac{3}{4}$ 是 $\frac{4}{3}$ 的数; —5 是 5 的数。
(4) 如果两个数互为相反数,那么它们的和等于;如果两个数互为倒数,那么它们的
积等于。
(5)已知两个数 $5\frac{5}{6}$ 和 $-8\frac{2}{3}$,这两个数的相反数的和是,两数和的相反数是,
两数和的绝对值是,两数绝对值的和是。
(6) 比 x 与 y 差的绝对值小 3 的数是。
(7) 加法运算的结果叫做; 差是运算的结果;运算的结果叫做积; 除法
运算的结果叫做。
(8) 开二次方可以叫做, 二次方根又称为; 开三次方可以叫做, ,三
次方根又称为。
(9) 我们不仅会遇到开方运算,还常常遇到与它相反的运算。
四、将下列叙述用不等式表示出来
(1) a 是正数。
(2) x 的 1/4 是非负数。
(3) x 是不大于 10 的正数。
(4) 5与x的和的一半大于9。
(5) x 的 3 倍与 x 的 20%的差小于 10 而大于一5。
(6) x 不小于 2 不大于 7。
五、熟读下列词语
有限 无限 范围 概括 概念 任意 通常 法则 运算
坐标 类似 定义 循环 统称 数轴 偶数 奇数 对应
六、写出包含"率"的词语(至少写三个),并说一说"率"的意思
周周家.

8 / 10

有(), 正(), 虚(), 纵(), 奇()

七、写出下列词的反义词

八、选词填空

统称 对应 类似 形如 有限 任何 法则 任意 所 为
(1) 零的次方仍是零。
(2) 百分数是分母一百的分数。
(3) 这次出差的时间很, 办完事就得赶快回去。
(4) 加法、减法、乘法和除法的运算为四则运算。
(5)一个无理数的绝对值是正数。
(6) 实数的全体与数轴上的所有点是一一 的。
(7) 如果不断地开平方,得的小数的位数是无限的, 而且是不循环的。
(8) 与数 X 的相反数是-X, 我们规定,与向量 a 长度相等,方向相反的向量,叫
做a的相反向量。
(9) 在数的运算中,减法是加法的逆运算,其运算是"减去一个数等于加上这个数
的相反数"。
(10) 我们把 $\sqrt{\mathbf{a}}$ (a≥0) 的式子叫做二次根式。
九、用括号中的词语改写下列句子
(1) 如果候选人的支持率没有达到 25%, 那么, 要举行第二次选举。(则)
(2) 中国古代把直角三角形的两个直角边叫做勾和股。(称 为)
(3)每一个实数都可以在数轴上找到一个点。 (对应)
(4) 任何条件下的两个数相加或相乘时,可交换两数的位置,其结果不变。(任意)
(5)根据中国足协要求,冬训期间海南足球基地将进行封闭管理,不是球队人员不得入内。

十、根据课文内容,回答下列问题:

(1) 什么是实数?

(非)

- (2) 0.33333 ·······叫什么小数?
- (3) 数学的基本运算有哪些?
- (4) 什么是相反数?
- (5) 什么是绝对值?

知识链接

- 1、数学常用符号的汉语表达
- + 加号 减号 \times 乘号 \div 除号 = 等号 \neq 不等号
- ≈ 约等号 ()括号 < 小于号 > 大于号 ≤小于等于号
- ≥大于等于号 √ 根号
- 2、数学基本运算的汉语表达

$$-3\frac{3}{8} - 7.3 \div 0.16 + \sqrt{2} \times 1$$

读作: 负三又八分之三减(去)七点三除以零点一六加(上)根号二乘(以或上)一

$$a^3 + b^3 = (a + b) (a^2 - ab + b^2)$$

读作: a 的三次方加上 b 的三次方等于 a 加 b 乘 a 的平方减 a 乘 b 加 b 的平方

$$x^{-\frac{2}{3}} + \sqrt[5]{a^2} = 0$$

读作: x 的负三分之二次方加 a 的平方开五次方等于零