

CT 系统参数标定及成像

摘要

CT 系统可以在不损坏样品的情况下,利用样品对射线能量的吸收特性,实现对样品的断层成像,由此获取样品的内部结构的信息。由于精度和稳定性要求较高,所以 CT 系统在安装的时候产生的误差,往往对成像的质量影响较大。本论文通过模板对 CT 系统进行参数标定,并借此反投影成像;通过对参数标定的精度和稳定性进行评价,并提出新的精度较高的模板。

针对问题一:通过 X 射线穿过物体后的强度公式,分析得到均匀介质接收信息和厚度成正比。根据圆的特性和穿过圆边缘的 X 射线穿过的厚度,结合勾股定理,由平均值较为精确得求出探测器单元之间的距离为 $0.2768mm$ 。根据椭圆的特性,设处与椭圆相切的 X 射线的直线方程,联立椭圆方程,结合两平行相切 X 射线的距离,解出直线的斜率,继而求出 180 个方向。对附件 2 的接收信息进行滤波反投影,与附件 1 图像进行对比,通过平移调整反投影得到的信息,使原图像中心和像素中心重合,从而根据调整情况求出实际旋转中心,在以正方形托盘的中心为坐标原点,以椭圆短轴所在直线为 x 轴,长轴所在直线为 y 轴,建立直角坐标系中的坐标为 $(-9.1030\text{ mm}, 6.3448\text{ mm})$ 。

针对问题二、三:通过问题一标定了该 CT 系统。根据滤波反投影法,结合问题一的 180 个方向,重建附表 3、附表 5 对应的图像。首先采用 430×430 像素反投影显示完整图像,通过平移调整使图像中心和像素中心重合。对调整后的图像进行 430 束射线投影,再对投影后的接收信息进行滤波反投影,采用 256×256 像素显示,确定出位置信息和几何形状,再根据 256×256 的矩阵信息求出 10 个位置的吸收率信息。

针对问题四:,问题一中参数标定的误差主要来自于与椭圆相切 X 射线并不是真实相切引起的误差。首先使用“归一化均方距离判据”和“归一化平均绝对距离判据”来衡量 CT 系统的成像精度,并通过附表 2 反投影图像与附表 1 图像计算“归一化均方距离判据”和“归一化平均绝对距离判据”反映问题一中参数标定的准确性。接着拟定两个大小相同的均匀介质圆为新模板,然后人为给出一组 180 个方向数据进行 radon 变换,得到模拟的接收信息矩阵,并通过计算两圆每个方向上投影最远距离求解 180 个方向,使用求解出方向进行滤波反投影,得到的图像与模板进行精度计算,从而得出新模板精度。

关键词: CT 系统、radon 变换与逆变换、参数标定、影像重建

1. 问题重述

CT 系统的优点是：可以在不损坏样品的情况下，利用样品对射线能量的吸收特性，实现对样品的断层成像，由此获取样品的内部结构的信息。其中一种典型的系统（如图 1）是平行入射的 X 射线垂直于探测器平面，每个探测器单元看成一个接收点，且等距排列。X 射线的发射器和探测器相对位置固定不变，整个发射-接收系统绕某固定的旋转中心逆时针旋转 180 次。对每一个 X 射线方向，在具有 512 个等距单元的探测器上测量经位置固定不动的二维待检测介质吸收衰减后的射线能量，并经过增益等处理后得到 180 组接收信息。

由于精度和稳定性要求，所以 CT 系统的缺点是：在安装的时候往往存在误差，从而影响成像质量，所以需要通过借助模板对安装好的 CT 系统进行参数标定，并据此对未知结构样品进行成像。

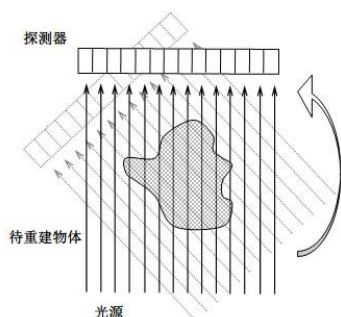


图 1. CT 系统示意图

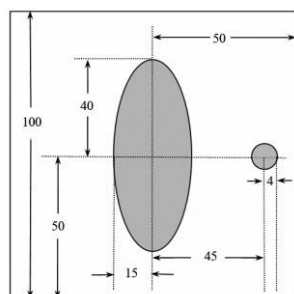


图 2. 模板示意图（单位：mm）

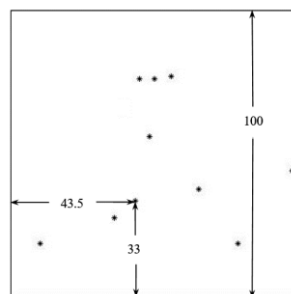


图 3. 10 个位置示意图

建立相应的数学模型和算法，解决下列问题：

问题一：图 2 为放置在正方形托盘上的模板，根据附件 1 反应的吸收强度、附件 2 的接收信息和模板，确定该 CT 系统旋转中心在正方形托盘中的位置、探测单元之间的距离以及 CT 系统发射 X 射线的 180 个方向。

问题二：建立模型结合问题一求出的标定的参数，结合附件 3 确定该未知介质在正方形托盘中的位置、几何形状和吸收率等信息，并给出图 3 中 10 个位置处的吸收率。

问题三：根据问题一标定的参数，结合附件 5 确定该未知介质的相关信息，并给出图 3 中 10 个位置处的吸收率。

问题四：建立评价模型（或指标）评价问题一中标定参数的精度和稳定性。自行设计新模板、建立对应标定模型，并通过评价模型（或指标）评价标定模型，达到改进标定精度和稳定性的目的。

2. 模型假设及符号约定和说明

2.1 模型的假设

假设 1：发出 X 射线不考虑散射和衍射现象，对于每一个探测器单元接收的 X 射线的宽度忽略不计。

假设 2：不考虑散射损失的强度，只考虑物体吸收损失的强度，由于空气的衰减系数较小不考虑空气中 X 射线的损失强度。

假设 3： 每一个像素点内区域均为均匀介质。

假设 4：题目附件所给数据均可靠真实，并且在 180 个方向旋转过程中认为旋转中心不会发生变化。

假设 5：题目图 3 所给的点足够小，大小可以忽略不计，该点处的吸收率为其所在处像素点的吸收率。

假设 6：X 射线与正方形托盘平行。

2.2 符号约定和说明

符号	符号说明
I	穿过物质后的 X 射线强度
I_0	发射系统发出的 X 射线强度
μ	衰减系数（吸收率或吸收强度）
l	X 射线经过的长度
RC	接收信息
k	增益系数
X_n	第 n 条 X 射线
θ	180 个方向对应的角度
d	归一化均方距离判据
r	归一化平均绝对距离判据
$t_{u,v}$	测试模型中第 u 行 v 列的像素密度
$r_{u,v}$	重建后图像中第 u 行 v 列的像素密度

3. 问题一的分析与求解

3.1 问题一的分析

题目要求根据 CT 系统针对模板获得的附件 1、2 的信息，确定旋转中心在正方形托盘中的位置、探测器单元之间的距离以及该 CT 系统使用 X 射线的 180 个方向。对问题进行以下分析。

经初步分析可知，模板具有特殊的几何形状（圆和椭圆）；两个模板固体介质均匀，所以附件 1 反映存在介质的各处吸收强度相同；附件 2 中的每一个接收信息可以反映出每一束 X 射线经过固体的厚度，接收信息最大值点对应的是射线经过的最厚层，对于圆该点可作为其直径的吸收信息，即建立吸收强度（吸收率）和接收信息之间的关系。

基于以上分析，根据圆的特性，可以挖掘到无论平行的 X 射线从何方向入射，探测器平面接收信息的个数绝大多数为 29，少数为 28，可以大致反映圆直径的长度。由于探测器单元之间的距离会导致模板的边缘介于两条 X 射线之间，故若想精确确定圆直径长度对应的探测器单元的个数，需要通过圆边缘接收信息的数值和直径接收信息的数值再结合勾股定理，确定出圆边缘 X 射线与相近的与 X 射线平行的切线的距离（通过距离的平均值提高精度），从而确定对应个数探测器的实际间距，求出探测器单元之间的距离。

根据椭圆相互平行的两条切线的距离不同，将 X 射线作为表示为一次函数的直线，联系椭圆的方程，令方程组有两个相同的解，解出斜率，进而解出 X 射线相对于坐标系的角度，从而求出 180 个方向。

由附件 2 结合所求出的 180 个方向反解出一组以旋转中心为像素中心的数据信息，与附件 1 中的信息进行比对，最后通过调整数据信息，使原图像中心和像素中心重合，从而根据调整情况求出实际旋转中心的坐标。

3.2 模型建立及求解

3.2.1 吸收率和接收信息的关系确定

由参考资料[2]可知当单一波长窄束 X 射线穿过均匀材料的物质后的射线强度可以表示为

$$I = I_0 e^{-\mu l}$$

当 X 射线穿过由不同衰减系数的材料组成的非均匀物体后射线强度可以表示为

$$I = I_0 e^{-\int_L \mu(x,y) dl}$$

其中 $\int_L \mu(x,y)$ 是 $\mu(x,y)$ 沿 L 的线积分，经变换可得

$$\int_L \mu(x,y) dl = \ln \frac{I_0}{I}$$

由题目可知题目为离散的像素点，所以积分形式化为如下和式：

$$\sum_{j \in J(L_j)} \mu_j \Delta l_j = \ln \left(\frac{I_0}{I} \right)$$

因进行增益等处理所以变化为如下形式

$$k \sum_{j \in J(L_j)} \mu_j \Delta l_j = \ln \left(\frac{I_0}{I} \right)$$

k 为增益系数， μ_j 为像素 j 点的得衰减系数对应题目中的吸收强度（吸收率）， Δl_j 为 X 射线穿过吸收强度为 μ_j 的像素的个数。接收信息 $RC = \ln \left(\frac{I_0}{I} \right)$ 。

所以吸收率和接收信息之间的关系为

$$RC = k \sum_{j \in J(L_j)} \mu_j \Delta l_j$$

3.2.2 探测器单元之间的距离

取附件 2 的EN列、45~73行为例进行分析。数据如表 3.1。

45(X_1)	46(X_2)	47(X_3)	48(X_3)	70(X_{26})	71(X_{27})	72(X_{28})	73(X_{29})
2.9811	5.9266	7.7096	9.0458	9.3754	8.0904	6.4532	3.9883

表 3.1

平面图形如图 3.1.

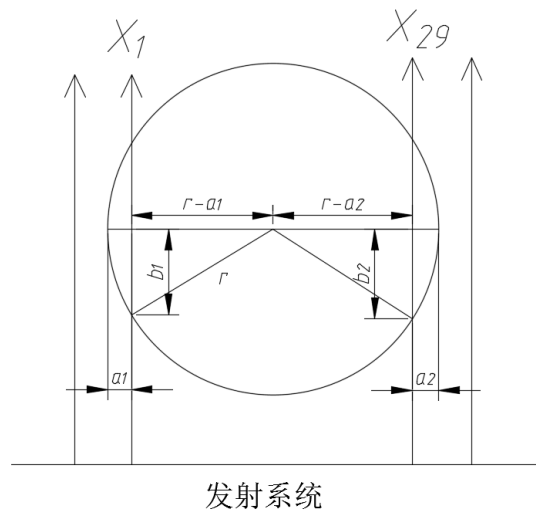


图 3.1

由于均匀介质，所以吸收率和接收信息之间的关系为 $RC = k\mu l$ ，当吸收率 $\mu = 1$ 时，接收信息 RC 和厚度 l 成正比，附件 2 中圆对应接收信息的最大值 $RC_{max} = 14.1796$ ，对应的厚度为8mm。

取射线 X_1 的接收信息 $RC_1 = 2.9811$ ，则对应厚度

$$2b_1 = \frac{8}{RC_{max}} \times RC_1 \text{ mm} = \frac{8}{14.1796} \times 2.9811 \text{ mm} = 1.6819 \text{ mm}$$

由 $r^2 = b_1^2 + (r - a_1)^2$ ，算得 $a_1 = 0.0894 \text{ mm}$

同理可得 $a_2 = 0.1615 \text{ mm}$

所以 $a_1 + a_2 = 0.2509$

以EN列为中心，左右每隔 9 个方向取一组数据，再取 6 组数据，计算结果如表 3.2（具体计算过程见 CT1dis.m）。

列	DG	DS	EC	EN	EY	FI	FS	均值
$a_1 + a_2$ /mm	0.2511	0.2509	0.2509	0.2509	0.2509	0.2509	0.2509	0.2509

表 3.2

由表 2 可知， $a_1 + a_2 = 0.2509 \text{ mm}$ ，所以探测器单元之间的距离为：

$$L = \frac{2r - (a_1 + a_2)}{28} \text{ mm} = \frac{7.7491}{28} \text{ mm} = 0.2768 \text{ mm}$$

3.2.3 180 个方向的确定

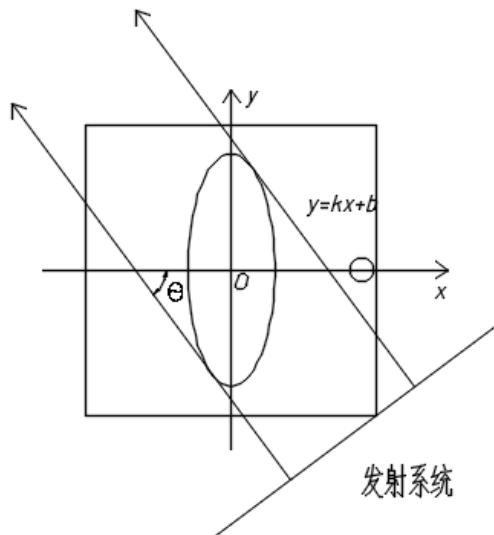


图 3.3

以正方形托盘的中心为坐标原点，以椭圆短轴所在直线为x轴，长轴所在直线为y轴，建立如 3.2 图所示的直角坐标轴。根据椭圆模板在正方形托盘几何信息，可等椭圆的方程为：

$$\frac{x^2}{225} + \frac{y^2}{1600} = 1$$

设 X 射线的直线方程为： $y = kx + b$ ，根据附件 2 可以找到两条切线之间的距离 d ，又结合 $d = \frac{2b}{\sqrt{k^2+1}}$ ，可以求出 k ，继而可以求出对应的角度 θ 。

具体模型求解过程见代码。由于每个方向 X 射线并不一定存在相切的情况，所以上述方法求解可得 180 个方向的近似解，由于误差较小所以假设对应的求解结果为该 CT 系统的 180 个方向。180 个方向结果如表 3.3

$\theta(1-6)$	-60.4515	-59.1808	-58.8634	-57.9113	-56.6407	-55.6855
$\theta(7-12)$	-54.7273	-53.7652	-52.7982	-51.4998	-50.5178	-49.8588
$\theta(13-18)$	-48.8628	-47.857	-46.4988	-45.4658	-44.7695	-43.7126
$\theta(19-24)$	-42.6396	-41.9144	-40.8106	-39.6859	-38.9233	-37.7587
$\theta(25-30)$	-36.9672	-35.7552	-34.9292	-33.6603	-32.7925	-31.4542
$\theta(31-36)$	-30.9975	-30.0665	-28.6219	-27.6228	-27.1111	-25.5219
$\theta(37-42)$	-24.9722	-23.8385	-23.2528	-22.0388	-21.4081	-20.0915
$\theta(43-48)$	-19.4019	-17.9481	-17.1775	-16.3724	-15.5273	-13.6873
$\theta(49-54)$	-12.6706	-12.6706	-11.5672	-10.3493	-8.97033	-8.97033
$\theta(55-60)$	-7.34016	-7.34016	-7.34016	-5.2288	-3.7349	-2.241
$\theta(61-66)$	-0.7471	0.7468	2.2407	3.7346	5.2288	7.34016
$\theta(67-72)$	7.34016	8.97033	8.97033	8.97033	10.3493	11.5672
$\theta(73-78)$	12.6706	13.6873	14.6353	15.5273	16.3724	17.1775
$\theta(79-84)$	18.6884	19.4019	20.0915	20.7595	22.6533	23.2528
$\theta(85-90)$	24.4113	24.9722	26.5908	27.1111	28.1262	29.1103
$\theta(91-96)$	30.0665	30.9975	32.3515	33.2287	34.0875	34.9292
$\theta(97-102)$	35.7552	36.9672	37.7587	39.3059	40.0632	41.1808
$\theta(103-108)$	41.9144	42.9991	43.7126	45.1184	46.1559	46.8404
$\theta(109-114)$	48.1935	48.8628	50.1888	50.846	51.8255	53.1212
$\theta(115-120)$	53.7652	55.0471	56.0042	56.9586	58.2287	58.8634
$\theta(121-126)$	60.1336	61.0882	62.0458	63.0079	63.9757	64.951
$\theta(127-132)$	65.9355	66.9312	67.9408	69.3131	70.0129	71.0832
$\theta(133-138)$	71.8126	72.9354	73.7064	75.3165	75.7362	77.0475
$\theta(139-144)$	77.9752	78.9584	80.5763	81.1676	82.4648	83.1923
$\theta(145-150)$	84.9164	86.027	87.5753	87.5753	88.2681	88.9609
$\theta(151-156)$	89.6537	90.3456	91.0384	91.7312	92.4247	93.973
$\theta(157-162)$	95.0836	96.0026	96.8077	98.2058	98.8324	99.9861
$\theta(163-168)$	101.0416	102.0248	103.3992	104.2638	105.0957	106.2936
$\theta(169-174)$	107.4431	108.5539	109.2766	110.3382	111.3772	112.3974
$\theta(175-180)$	113.4021	114.3939	115.375	116.3476	117.3134	118.593

表 3.3 发射系统的 180 个方向（单位 °）

3.2.4 旋转中心的确定

结合上述 180 个方向，利用反投影法，以正方形托盘中心为旋转中心反，求出附表

2 对应的图像，继而与真实图像进行对比，通过平移将求出图像与原图像重合，根据平移的距离反求出真实的旋转中心。

由参考资料[3]可知, MATLAB 的 iradon 函数是基于 R-L 滤波器的滤波反投影法, 可以根据提供角度的数据实现简单图像的重建。因为 iradon 函数假设 X 射线的旋转中心在投影中心。以正方形托盘的中心为旋转中心, 将 180 个方向输入 iradon 函数后, 得到初步图像发现由于旋转中心与图像中心不同, 画幅不能完全覆盖原始图像, 故调整 iradon 函数 output_size 从默认值 367 至 430 得到完整图像, 此时为初始未调整图像, 与原图对比结果如图 3. 4.

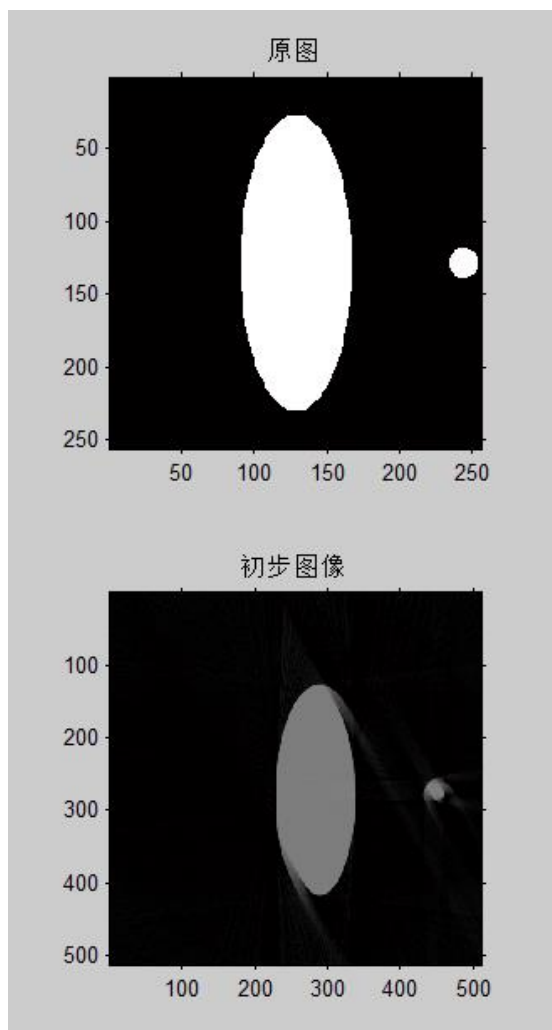


图 3. 4

接着通过调整 430×430 矩阵中椭圆中心的位置至像素矩阵中心, 需要图形向左平移 33 向上平移 23, 根据 430×430 矩阵中像素点间代表的实际距离为 0.2758mm , 可求解得到向左平移 9.1030 mm , 向上平移 6.3448 mm 。

平移后经 radon 处理, 得到的接收信息在经过 iradon 处理, 但像素为 256×256 , 经过处理后的对比图像如图 3. 5。

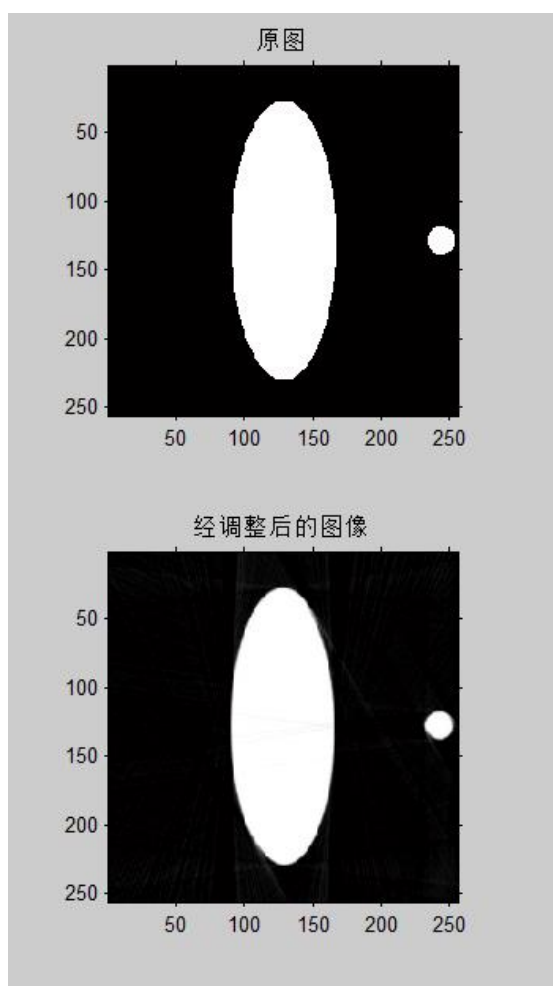


图 3.5

由图 3.5 可知对比结果可知实际旋转中心，在以正方形托盘的中心为坐标原点，以椭圆短轴所在直线为x轴，长轴所在直线为y轴，建立如 3.2 图所示的直角坐标系中的坐标为 $(-9.1030, 6.3448)$ ，单位 mm 。

4. 问题二、三的分析与求解

4.1 问题二、三的分析

题目要求确定该未知介质在正方形托盘中的位置、几何形状和吸收率等信息，并给出某些确切位置处的吸收率。

经过分析可知，问题二是问题一标定参数确定后的应用，根据接收信息反解出未知介质的位置、几何、吸收率信息。若想求出某些确切位置处的吸收率，需建立普适模型求出 256×256 中每个像素点的吸收率。

据以上分析，根据问题一的模型，根据附件 3 和建立的模型求解出对应的 256×256 的像素点吸收率矩阵，认为题目图 3 所给的点足够小，大小可以忽略不计，该点处的吸收率为其所在处像素点的吸收率，从而得到结果。

问题三采用同样的模型和求解方式即可得到结果。

4.2 模型建立

基于问题一旋转中心建立的模型,将 180 个方向、附件 3 或附件 5 的数据导入 Matlab 的 iradon 函数模型中,因为实际中心和旋转中心的差别,为将重建的图像全部显示出来,仍需取 430×430 像素的矩阵,此时的 430×430 矩阵像素中心为旋转中心。

为了等到最终 256×256 的像素矩阵,需要将 430×430 矩阵像素中显示图像的中心对正到旋转中心。采用问题一中的对正方法,对正之后,对 430×430 像素矩阵进行 radon 函数模型的处理,将得到的接收信息结果再次 iradon,但此次显示为 256×256 像素,从而保证各处吸收率的正确性。

4.2 问题二模型求解

由附件 3 直接重建的 430×430 像素图像如图 4.1。

经过对正后 radon 和再次 iradon 处理后的 256×256 像素图像如图 4.2。

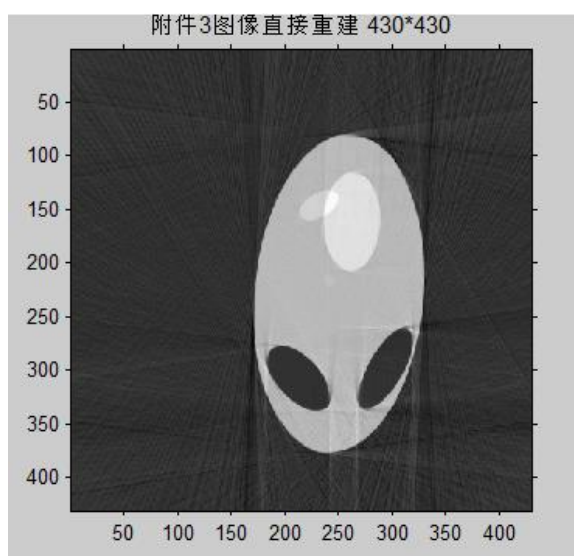


图 4.1

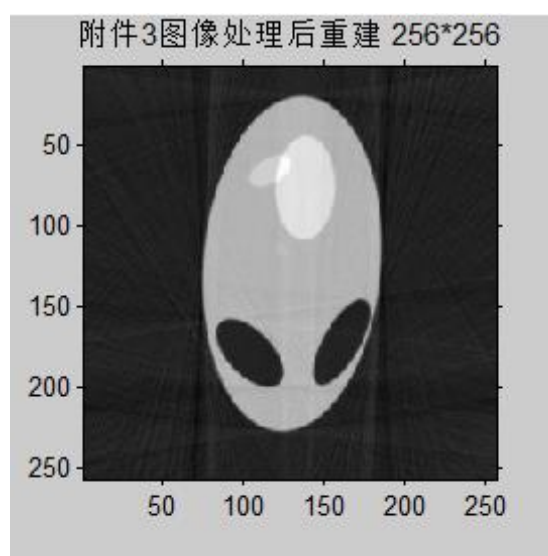


图 4.2

在正方形托盘中的位置见图 4.3

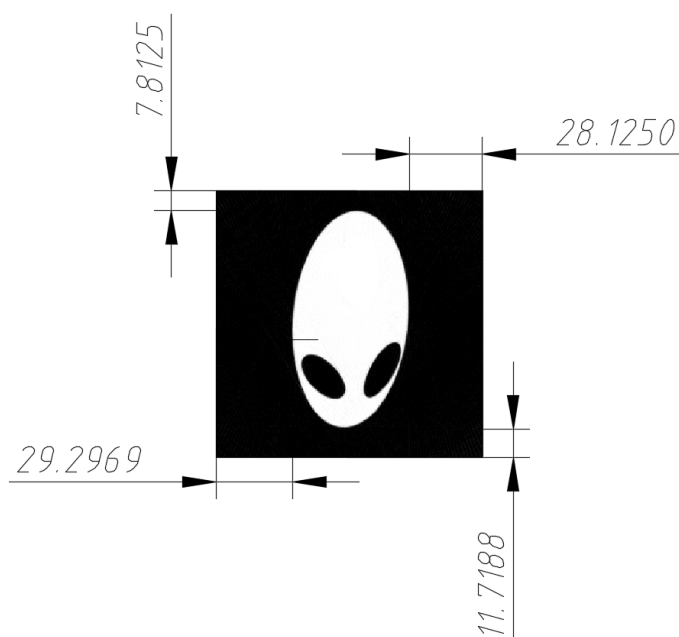


图 4.3

该未知介质几何形状为：外形为椭圆，中间黑色部分为缺少两个小的椭圆。

256 × 256像素的吸收率信息见支撑材料 problem2.xls。

题目图 3 所给 10 个具体点的吸收率如表 4.1, 将吸收率小于零的取为 0。

正方形托盘中坐标(<i>mm</i>)	吸收率
(10.0000, 18.0000)	0.0000
(34.5000, 25.0000)	1.0015
(43.5000, 33.0000)	0.0000
(45.0000, 75.5000)	1.1949
(48.5000, 55.5000)	1.0946
(50.0000, 75.5000)	1.4198
(56.0000, 76.5000)	1.2827
(65.5000, 37.0000)	0.0129
(79.5000, 18.0000)	0.0000
(98.5000, 43.5000)	0.0093

表 4.1

模型求解具体过程见 CT2.m。

4.3 问题三模型求解

由附件 5 直接重建的430 × 430像素图像如图 4.3。

经过对正后 radon 和再次 iradon 处理后的256 × 256像素图像如图 4.4。

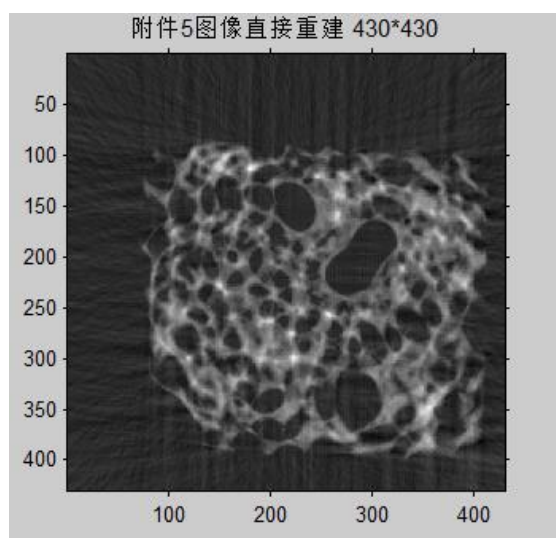


图 4.3

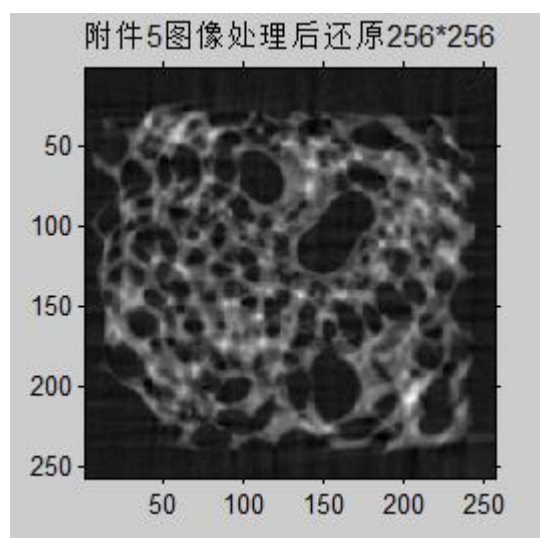


图 4.4

256 × 256像素的吸收率信息见支撑材料 problem3.xls。

题目图 3 所给 10 个具体点的吸收率如表 4.2, 将吸收率小于零的取为 0。

正方形托盘中坐标(mm)	吸收率
(10. 0000, 18. 0000)	0. 0000
(34. 5000, 25. 0000)	2. 4618
(43. 5000, 33. 0000)	6. 8839
(45. 0000, 75. 5000)	0. 0000
(48. 5000, 55. 5000)	0. 1026
(50. 0000, 75. 5000)	2. 9170
(56. 0000, 76. 5000)	6. 0916
(65. 5000, 37. 0000)	0. 0752
(79. 5000, 18. 0000)	7. 0367
(98. 50000, 43. 5000)	0. 0284

表 4. 2

模型求解具体过程见 CT3. m。

6. 问题四的分析与求解

6. 1 问题四的分析

通过对重建图像质量评价参数的计算，分析问题一中探测单元之间的距离和 180 个方向的精度，通过对旋转中心的变化程度分析稳定性。由于问题一在求解 180 个方向的时候用到了边缘 X 射线近似与椭圆相切，从而影响了 180 个方向的精度，所以需要采用新的模板，可以通过计算弥补 X 射线不能准确相切的缺陷，进而提高标定参数的精度。

6. 2 模型建立及求解

6. 2. 1 评价参数模型建立

由参考资料[4]可知，由于模型由椭圆和圆（特殊椭圆）组成，有一定密度值的图形如附表 1，对原始图像进行“扫描”，求出投影值，根据这些投影用问题一标定参数结合第二类滤波反投影法进行重建，得到重建后的图像。用以下两个评价参数

（1）归一化均方距离判据 d ，即

$$d = \left[\frac{\sum_{u=1}^N \sum_{v=1}^N (t_{u,v} - r_{u,v})^2}{\sum_{u=1}^N \sum_{v=1}^N (t_{u,v} - \bar{t})^2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

图像像素为 $N \times N$ ， $d = 0$ 表示重建后的图像忠实地再现测试模型图像， d 值越大表示两者偏差越大。

（2）归一化平均绝对距离判据 r ，即

$$r = \frac{\sum_{u=1}^N \sum_{v=1}^N |t_{u,v} - r_{u,v}|}{\sum_{u=1}^N \sum_{v=1}^N |t_{u,v}|}$$

$r = 0$ ，说明没有误差。 r 增大，说明误差增大。

d 较敏感地反映某几点产生较大误差的情况，而 r 则较敏感地反映许多点均有一些小误差的情况。

6.2.2 精度评价求解

对问题一标定的参数的精度进行评价，具体求解带入计算过程见 CT4.m。得出如下结果

$$d = 0.1484, r = 0.1953$$

由模型建立中的评价标准看来，参数标定较为准确。

6.2.3 新模板的确定

问题一的参数标定在计算时由于 X 射线与椭圆不是准确相切，由于椭圆在该方向真实投影长度计算量过大，所以求解每个方向对应角度会存在一定误差。为减少计算量，从而通过接收信息较为简单的计算出模板真实投影长度，最终使用两大小相等的圆作为模板。通过计算每个方向上两个圆投影最远点真实距离并与方向对应角度建立关系，可较为准确的解出投影角度，有效的提高了参数标定的精度。

新模板的几何形状、位置信息如图 6.1

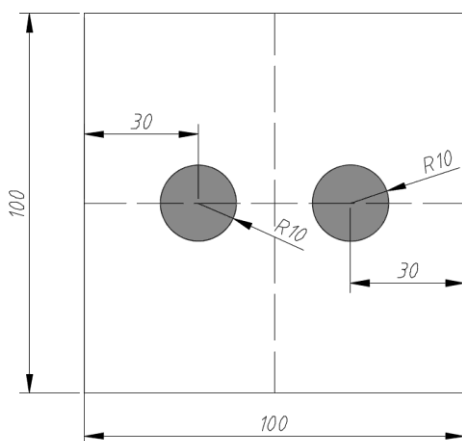


图 6.1

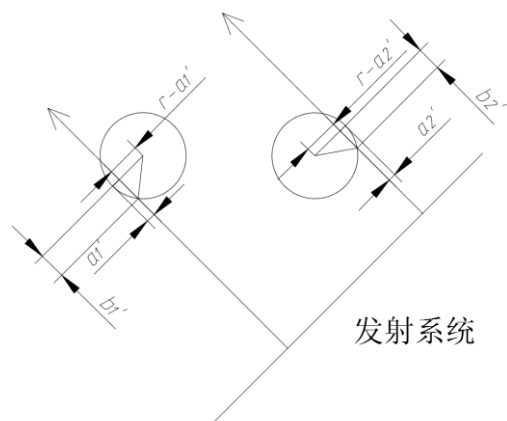


图 6.2

利用 radon 函数对模板进行投影，从 0° 开始依次增加 0.95° ，形成 180 个方向。由于均匀介质，所以吸收率和接收信息之间的关系为 $RC = k\mu l$ ，令模板吸收率 $\mu = 1$ ，则接收信息 RC 和厚度 l 成正比，180 个方向中圆对应接收信息的最大值 RC_{max} ，对应的厚度为 $2r$ 。

取射线 X_1 的接收信息 RC_1 ，则对应厚度

$$2b_1' = \frac{2r}{RC_{max}} \times RC_1$$

由 $r^2 = b_1'^2 + (r - a_1')^2$ ，算得 a_1' ，同理算得 a_2' 。得到 180 组的 $a_1' + a_2'$ 结果如表 6.1。

$a_1' + a_2'$ (mm) (180 个方向)								
0.00176	0.00143	0.00114	0.00094	0.00075	0.00055	0.00036	0.00021	0.00010
0.00004	0.00001	0.00174	0.00059	0.00046	0.00012	0.00002	0.00033	0.00005
0.00000	0.00000	0.00000	0.00144	0.00353	0.00041	0.00024	0.00031	0.00002
0.00219	0.00150	0.00006	0.00016	0.00005	0.00000	0.00000	0.00206	0.00024
0.00000	0.00003	0.00000	0.00028	0.00098	0.00004	0.00001	0.00000	0.00156
0.00001	0.00009	0.01135	0.00016	0.00103	0.00000	0.00000	0.00022	0.00033
0.00010	0.00024	0.00071	0.00029	0.00000	0.00047	0.00033	0.00039	0.00014
0.00046	0.00041	0.00000	0.00006	0.00016	0.00283	0.00400	0.00001	0.00002
0.00040	0.00128	0.00677	0.00000	0.00005	0.00009	0.00045	0.00280	0.00587
0.00000	0.00011	0.00018	0.00035	0.00368	0.00400	0.00000	0.00015	0.00022
0.00029	0.00456	0.00437	0.03351	0.00560	0.00053	0.00036	0.00000	0.00208
0.00004	0.00796	0.00051	0.00066	0.00130	0.00220	0.00004	0.00007	0.00061
0.00092	0.00001	0.00152	0.00002	0.00005	0.00050	0.00071	0.00048	0.00068
0.00001	0.00455	0.00015	0.00274	0.00006	0.00004	0.00074	0.00048	0.00015
0.00004	0.00121	0.00019	0.00010	0.00135	0.00064	0.00014	0.00002	0.00494
0.00005	0.00001	0.00016	0.00001	0.00335	0.00047	0.00103	0.00061	0.00004
0.00001	0.00076	0.00139	0.00018	0.00002	0.00130	0.00015	0.00017	0.00001
0.00000	0.00010	0.00002	0.00081	0.00003	0.00115	0.00022	0.00002	0.00043
0.00264	0.00035	0.00003	0.00026	0.00000	0.00018	0.00149	0.00005	0.00036
0.00000	0.00002	0.00014	0.00063	0.00199	0.00031	0.00000	0.00000	0.00002

表 6.1

由表 6.1 可知, $a_1' + a_2'$ 的值均接近于 0, 表明圆边缘的 X 射线基本和圆相切。用相切和几何关系反解 180 个方向的精度较高, 所以模板有一定的可行性。

7. 模型的评价

7.1 模型的优点

1. 探测器单元之间的距离, 利用几何关系、接受信息和吸收率的关系, 弥补了 X 射线不与圆相切的误差, 较为简洁、精确的求出了探测器单元之间的距离。

2. 通过建立求旋转中心的模型, 通过调整接收信息, 用 radon 变换和再次逆 radon 变换巧妙地实现了不同像素之间图形的转换。模型的普适性, 使得问题二、三得到了较快速度的解决。

3. 新模板的设计, 可以减小原模板 X 射线只能近似相切的问题, 进一步提高参数的标定精度, 进而提高成像的精度

7.2 模型的缺点

1. 在求 180 个方向的时候, 由于每个方向 X 射线并不一定存在相切的情况, 所以上述方法求解可得 180 个方向的近似解, 影响了标定参数的精度。

8. 参考文献

- [1] 刘浩, 韩晶 MATLAB R2016a 完全自学一本通, 北京: 电子工业出版社, 2016. 12
- [2] 姜启源, 谢金鑫, 叶俊 数学建模, 北京: 高等教育出版社, 2004
- [3] iradon
<http://cn.mathworks.com/help/images/ref/iradon.html>
2017. 9. 18
- [4] 庄天戈 CT 原理与算法, 上海交通大学出版社, 1992

附录

CT1.m

```
%以椭圆中心为坐标原点 (0.0)
%利用圆各个方向投影均为其直径可求得:
d=7.7491/28;
syms x y k b;
LogicAc2=Ac2>0;
Ac2(LogicAc2)=1;
SumAc2=sum(Ac2);%利用逻辑数组统计剔除小圆之后 每一个角度有多少条射线穿过了椭圆(即存在吸收)
f=(k*x+b)^2/40^2+x^2/15^2-1;
f=collect(f);%联立直线和椭圆曲线方程
data=[];
for i=1:180
a=SumAc2(i);
Theta=CalculateTheta(a);
data=[data, Theta];
end
data=real(data);
data=double(data);%利用 CalculateTheta 函数接触 180 个射线入射方向
%角度矩阵 Theta1(由 旋转方向.xls 导入)

%以下解出旋转中心,利用小圆部分的两个特殊位置和已求解出该位置所对应的角度,通过反转小圆和几何知识得:
%小圆圆心到旋转中心距离:
l=49.367792987;
%偏离角度:
theta2=-5.0836*3.1415926/180;%弧度制
x0=45-cos(-theta2)*49.367792987;
y0=sin(-theta2)*49.367792987;
```

CT1dis.m

```
syms b1 b2 a1 a2 r0 a;
r0=4;
%第 DG DS EC EN EY FI FS 列的接受信息
x1=[1.2530;2.7560;2.3347;2.9811;2.3291;2.0510;3.6258];%x1 射线的接受信息
x29=[4.7934;4.1437;4.3874;3.9883;4.3903;4.5216;3.4173];%x29 射线的接受信息
b1=8/14.1796*x1./2;
b2=8/14.1796*x29./2;
a1=r0-sqrt(r0^2-b1.^2);
a2=r0-sqrt(r0^2-b2.^2);
a=a1+a2;
```


CT2.m

%对附录二进行滤波逆投影变换,调整像素行列数为 512,与附录一进行直接比对,比对图见支撑材料

```
I2=iradon(Accessory2,Theta1,'linear','Ram-Lak',1,430);
subplot(2,2,1);imshow(Accessory1);title('原图');axis on;
subplot(2,2,3);imshow(I2);title('初步图像');axis on;
%对 I2 进行调整之后重新生成的物体位图
[R2,xp2]=radon(IAc2,Theta1,358);
subplot(2,2,2);imshow(Accessory1);title('原图');axis on;
I22=iradon(R2,Theta1,'linear','Ram-Lak',1,256);
subplot(2,2,4);imshow(I22);title('经调整后的图像');axis on;
hold on;figure;
[R3,xp3]=radon(IAc3,Theta1,430);
I3=iradon(R3,Theta1,'linear','Ram-Lak',1,256);%输出像素为 256*256 的图像,即导出为 problem2.xls
I33=mat2gray(I3);%转换为灰度图呈现
imshow(I33);title('附件 3 图像处理后重建 256*256');axis on;
hold on;figure;
I333=iradon(Accessory3,Theta1,'linear','Ram-Lak',1,430);
I333=mat2gray(I333);%转换为灰度图呈现
imshow(I333);title('附件 3 图像直接重建 430*430');axis on;
```

CT3.m

```
[R5,xp5]=radon(IAc5,Theta1,430);
I5=iradon(R5,30:209,'linear','Ram-Lak',1,256);%输出像素为 256*256 的图像,即导出为 problem2.xls
I55=mat2gray(I5);%转换为灰度图呈现
imshow(I55);title('附件 5 图像处理后还原 256*256');axis on;
hold on;figure;
I555=iradon(Accessory5,Theta1,'linear','Ram-Lak',1,430);
I555=mat2gray(I555);%转换为灰度图呈现
imshow(I555);title('附件 5 图像直接重建 430*430');axis on;
```

CT4.m

%第四问精度计算

%1、归一化均方距离判据 D

```
Averagel=sum(sum(Accessory1))/(256*256);
sum1=0;
sum2=0;
for i=1:256
    for j=1:256
        sum1=sum1+(Accessory1(i,j)-I22(i,j))^2;
        sum2=sum2+(Accessory1(i,j)-Averagel)^2;
    end
end
```

```

end
D=sqrt(sum1/sum2);
%2、归一化平均绝对距离判据 r
sum3=0;
sum4=0;
for i=1:256
    for j=1:256
        sum3=sum3+abs(Accessory1(i,j)-I22(i,j));
        sum4=sum4+abs(Accessory1(i,j));
    end
end
r=sum3/sum4;

%读取新的模板图，并裁剪大小至像素数为 256x256，得到新标定模板的位图矩阵 J，并
%将其归一化。
J=imresize(Template,[256,256]);
imshow(J);
LogicJ=J>0.5;
J(LogicJ)=1;
LogicJ2=J<=0.5;
J(LogicJ2)=0;
%以一定角度梯度的 180 个方向对模板进行投影
[Tem,xp]=radon(J,0.95:0.95:171,512);
imshow(Tem);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
d2=0.3703703704;%单位像素的长度
MinSubscript=[];MaxSubscript=[];MinValue=[];MaxValue=[];
for n=1:180
    T=find(Tem(:,n));
    MinSubscript=[MinSubscript;min(T)];MaxSubscript=[MaxSubscript;max(T)];
    MinValue=[MinValue;Tem(min(T),n)];MaxValue=[MaxValue;Tem(max(T),n)];
end
DiffSubscript=MaxSubscript-MinSubscript;
DiffValue=DiffSubscript*d2;
d3=38.82312/20;%单位长度的接受信息
L=20-sqrt(100-(MaxValue./(2*d3)).^2)-sqrt(100-(MinValue./(2*d3)).^2);% 计算
任意角度实际射线与相切位置间距之差
d4=0.2562209532;%%%标定模板的射线之间间距
L=L+d4*DiffSubscript;%各入射方向两平行切线真实距离
%%下面通过射线角度和切线之间距离的函数关系，反求解角度 theta3
Theta3=[];
for i=1:180
    theta33=CalculateTheta3(L(i,1));

```

```
Theta3=[Theta3, theta33];
End
```

CalculateTheta.m

```
function theta = CalculateTheta( m )
%该函数用来计算 180 个旋转方向与 x 轴的夹角
syms k b;
g1=(k*b/800)^2-4*(k^2/1600+1/225)*(b^2/1600-1);
g2=2*b/sqrt(k^2+1)-(m-1)*7.75/28;
[k, b]=solve(g1, g2, k, b);
k=k';
theta=atan(k);
theta=theta*180/3.14;
end
```

CalculateTheta3.m

```
function theta3 = CalculateTheta3( m )
%通过射线角度和切线之间距离的函数关系，反求解角度 theta3
syms theta3;
%f1=2*abs((20+10/sin(theta3))*tan(theta3))/sqrt((tan(theta3))^2+1)-m;
%theta3=solve(f1, theta3);
f1=40*sin(theta3)+20-m;
theta3=solve(f1, theta3);
end
```