Prueba Final

Ejercicios

Problema 1

> Demuestre o refute las siguientes proposiciones:
>
> 1. Es posible encontrar una expresión cerrada para $\sum_{A \subseteq X} \sum_{B \subseteq X} |A \cap B|$ donde $X = \{1, 2, \ldots, n\}$
> 2. Sea n un entero positivo mayor que 11, entonces n se puede descomponer en dos sumandos compuestos
> 3. Es posible demostrar a partir de razonamientos combinatorios que $(2^n * 3^n)|(3n)!$
> 4. Sean $r, s, t \in \mathbb{Z}_+^*$. Dada una lista con $rst + 1$ enteros, probar que es posible extraer de ella: o una subsecuencia creciente de tamaño $\geq r$, o una subsecuencia de elementos iguales de tamaño $\geq s$, o una subsecuencia decreciente de tamaño $\geq t$

Problema 2

> Halla todos los valores enteros no negativos a, b que son solución de la ecuación:

$$3^a + 1 = 2^b$$

Nota 1:

Se define un bloque maximal a todos los bloques de símbolos iguales cuyos extremos son símbolos distintos a los que contiene el bloque.

Ejemplo: En una cadena binaria (formada por ceros y unos), la cantidad de grupos de unos son todos los bloques maximales de unos. En 0100011110110111 hay 4 bloques maximales de unos, y de ellos solo 2 bloques maximales de longitud impar. Hay también 4 bloques maximales de ceros y todos son impares.

Esta definición será útil para resolver algunos ejercicios.

Problema 3

> Calcule una expresión cerrada para contar:
>
> 1. Cantidad de $n-$uplas $\langle A_1, A_2, \ldots, A_n \rangle$ donde cada $A_i \subseteq X$ con $X = \{1, 2, \ldots, n\}$ y se cumple que $A_1 \subset A_2 \subset \cdots \subset A_n$
> 2. Cantidad de $k-$uplas $\langle A_1, A_2, \ldots, A_k \rangle$ donde cada $A_i \subseteq X$ con $X = \{1, 2, \ldots, n\}$ y se cumple que $A_i \cap A_{i+1} = \emptyset$
> 3. Cantidad de cadenas binarias con n ceros y m unos que contenga exactamente k grupos maximales de unos
> 4. Cantidad de matrices binarias de $m \times n$ con una cantidad par de unos en cada fila y cada columna

Problema 4

> Determine de forma recurrente la cantidad de cadenas binarias donde todos los bloques maximales sean de longitud impar

Nota 2:

Los problemas 5 y 6 no se mencionarán aquí básicamente porque nadie les prestó atención y para evitar turbiedades innecesarias :)

Soluciones

(Comming soon)