

Examen Final de Matemática Discreta
Segundo Semestre. Curso 2004-2005

Nombre y apellidos: _____ Grupo: _____

1. Clasifique los siguientes enunciados en verdadero (V) o falso (F) justificando adecuadamente en cada caso.

_____ Existe una única pareja de grafos $\{G, G^c\}$ no triviales ($|V(G)| \geq 2$) tal que ambos son árboles.

_____ Todo grafo G de n vértices y m aristas donde $n \geq 3$ y $m \geq \binom{n-1}{2} + 2$ no tiene vértices de corte.

_____ Si 12 personas se sientan a una mesa circular y se sabe que ninguna conoce a más de cinco de las otras entonces es posible acomodarlos de forma tal que toda persona tenga a su lado dos desconocidos.

2. Demuestre que todo grafo G contiene un subgrafo bipartito G' tal que:

$$|E(G')| \geq \frac{|E(G)|}{2}$$

3. Diseñe una máquina de Turing que reconozca el lenguaje de las cadenas sobre el alfabeto $\{a, b\}$ que contengan “aaa” ó “bbb” como subcadena.

4. Demuestre que si $h(x, y)$ es una función primitiva recursiva entonces lo es

$$f(x, x_1, x_2) = \sum_{x_1 \leq z < x_2} h(x, z)$$

5. Sea G un grafo conexo de n vértices y $k \in \mathbb{Z}^+$, $k < n$. Demuestre que si para todo par de vértices v, w no adyacentes se cumple que $\deg(v) + \deg(w) \geq k$ entonces en G hay un camino simple de longitud k .