

Examen Final EDA II

Colectivo Estructuras de Datos y Algoritmos

Diciembre 2023

Nombre _____ Grupo _____

1. Demuestre o refute las siguientes proposiciones:

- a)* Si en un grafo dirigido $\mathbf{G} = \langle \mathbf{V}, \mathbf{E} \rangle$ hay una sola componente fuertemente conexa, entonces el camino simple más largo de \mathbf{G} tiene $|\mathbf{V}|$ vértices.
 - b)* Para todo **DAG** de n nodos se cumple que la cantidad de caminos simples distintos es menor o igual que $2^n - 1$ (un solo nodo se considera un camino de tamaño uno).
 - c)* Sea \mathbf{f} un flujo en una red de flujo \mathbf{G} con origen \mathbf{s} y receptor \mathbf{t} . Sea (\mathbf{S}, \mathbf{T}) un corte cualquiera de \mathbf{G} . Entonces el **flujo neto a través del corte** $\mathbf{f}(\mathbf{S}, \mathbf{T})$ es igual al valor del flujo, osea, $\mathbf{f}(\mathbf{S}, \mathbf{T}) = |\mathbf{f}|$.
2. NLogonia es una ciudad formada por \mathbf{N} puntos de interés y \mathbf{M} carreteras bidireccionales que las unen. Se dice que una carretera entre dos puntos de interés \mathbf{u} y \mathbf{v} es imprescindible si todos los caminos entre ambos puntos de interés pasan necesariamente por dicha carretera. Fito se prepara para sus exámenes finales, para esto sigue un estricto cronograma de estudio, Fito parte todas las mañanas desde su casa a la universidad, regresa al mediodía a su casa para almorzar y en la tarde va a la biblioteca para continuar con su estudio, regresando en la noche a su casa a descansar. Fito desea que su recorrido sea lo más seguro posible, por lo que necesita conocer cuantas carreteras imprescindibles necesitará cruzar. Dadas la cantidad de puntos de interés de NLogonia, las \mathbf{M} carreteras, los lugares donde se encuentran la universidad, la casa de Fito y la biblioteca, diseñe un algoritmo que determine la cantidad de carreteras imprescindibles de dicho recorrido. La complejidad temporal de su algoritmo debe ser $\mathbf{O}(\mathbf{N} + \mathbf{M})$.
3. Dado un grafo conexo y ponderado $\mathbf{G} = \langle \mathbf{V}, \mathbf{E} \rangle$, se desean eliminar aristas de \mathbf{G} de forma tal que el grafo resultante permanezca conexo y además, se maximice la suma de los pesos de las aristas que se eliminan. La complejidad temporal de su algoritmo debe ser $\mathbf{O}(|\mathbf{E}| \log |\mathbf{V}|)$.
4. Fito es fan de las criptomonedas. Actualmente en Nlogonia se encuentran en uso \mathbf{N} criptomonedas distintas. Es posible, para algunos pares de estas criptomonedas, cambiar \mathbf{a} unidades de la primera por \mathbf{b} de la segunda (\mathbf{a} y \mathbf{b} no son necesariamente iguales para todo par). Fito le pregunta a usted si, dada la cantidad de criptomonedas y la tasa de cambio para \mathbf{M} pares de ellas, es posible comenzar con una criptomoneda \mathbf{X} , realizar una secuencia de cambios y devolver todo el dinero a la criptomoneda inicial obteniendo ganancia en dicho proceso. La complejidad temporal de su algoritmo debe ser $\mathbf{O}(\mathbf{NM})$.

NOTA: Para cada uno de los ejercicios 2-4 usted debe explicar la correctitud de su algoritmo, apoyado en los conocimientos vistos en Conferencias y Clases Prácticas, proponer un pseudocódigo del mismo así como explicar la complejidad temporal en el peor caso.