

Examen Final de Matemática Discreta
Segundo Semestre. Curso 2005-2006

Nombre y apellidos: _____ Grupo: _____

1. Clasifique los siguientes enunciados en verdadero (V) o falso (F) justificando adecuadamente en cada caso.

____ Si G es un grafo con n vértices, m aristas y c componentes conexas entonces en G hay al menos $c + m - n$ ciclos.

____ En todo grafo G de $2k$ vértices donde $\delta(G) \geq k$ hay un emparejamiento perfecto.

____ Para todo $k \in \mathbb{Z}^+$ es posible encontrar un lenguaje infinito, cuyo reconocimiento requiera de una máquina de Turing de al menos k estados.
2. Sea $n \in \mathbb{N}$ demuestre que las siguientes funciones son primitivas recursivas:

(a) $\text{rev}(n)$ que computa el reverso del número n . Por ejemplo, el reverso del número 2416 es 6142 y el reverso de 3 es el propio 3.

(b) $\text{spot2}(n) = \begin{cases} 1 & n = 2^k \text{ para algún } k \in \mathbb{N} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$
3. Sea $G = \langle V, E \rangle$ un grafo conexo de n vértices. Demuestre que G es K_n o existen en G tres vértices u, v y w tales que $uv \in E$, $vw \in E$ pero $uw \notin E$.
4. Sea G un grafo de n vértices y una cantidad de aristas $m \geq \frac{n^2}{4}$. Demuestre que en G existe al menos un ciclo de longitud 3.
5. Diseñe una máquina de Turing que reconozca el lenguaje de las cadenas sobre el alfabeto $\{a, b, c\}$ que cumplen que el símbolo que aparece en las posiciones múltiplos de 3 es el mismo. Por ejemplo la cadena **abbccbacbb** pertenece al lenguaje y no la cadena **aaaaaacba**.