

Examen Mundial de Matemática Discreta  
Segundo Semestre. Curso 2004-2005

Nombre y apellidos: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

1. Clasifique los siguientes enunciados en verdadero (V) o falso (F) justificando adecuadamente en cada caso:

\_\_\_\_\_ Si  $G$  es un grafo donde  $\delta(G) \geq \frac{n-1}{2}$  entonces es conexo.

\_\_\_\_\_ Una función es primitiva recursiva si y solo si es total.

\_\_\_\_\_ En todo grafo conexo  $G$  donde cada vértice tiene grado par se cumple que:

$$\forall v \in V(G), CC(G - v) \leq \frac{1}{2} \deg(v)$$

2. Sea  $G = \langle V, E \rangle$  un grafo hamiltoniano con  $|V| \geq 3$ . Demuestre que si  $K$  es un subconjunto propio de  $V$  entonces el subgrafo inducido por  $V - K$  tiene a lo sumo  $|K|$  componentes conexas.
3. En una fábrica se quiere elegir un comité integrado por trabajadores que no se conozcan entre sí, de forma tal que cada trabajador fuera del comité conozca al menos a uno en él. Demuestre que tal empeño es posible.

Nota: considere la relación “conocer a” simétrica.

4. Demuestre que la función  $\text{máx}(x_1, x_2, \dots, x_n)$  es una función primitiva recursiva.
5. Diseñe una máquina de Turing que reconozca el lenguaje de las cadenas sobre el alfabeto  $\{a, b, c\}$  donde el número de  $a$ 's es igual al número de  $b$ 's más el número de  $c$ 's.