

Examen Extraordinario de Matemática Discreta
Segundo Semestre. Curso 2004-2005

Nombre y apellidos: _____ Grupo: _____

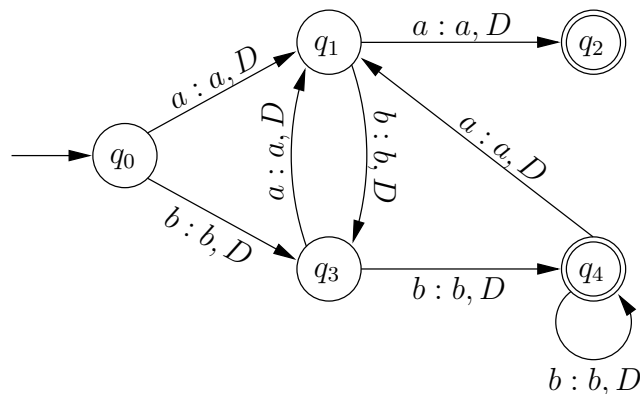
1. Demuestre que un grafo G es bipartito si y solo si todo subgrafo H inducido de G contiene un conjunto independiente de tamaño mayor o igual que $\frac{|V(H)|}{2}$.
2. Sea $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ una función primitiva recursiva tal que $\forall x \in \mathbb{N} \ f(x) \leq x$. Demuestre que es primitiva recursiva la función $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ definida como:

$$\begin{aligned} g(0) &= f(0) \\ g(x+1) &= g(f(x)) \end{aligned}$$

3. Clasifique los siguientes enunciados en verdadero (V) o falso (F) justificando adecuadamente en cada caso.

- ___ G es un grafo conexo si y solo si en toda partición de $V(G)$ en conjunto no vacíos V_1 y V_2 hay una arista con un extremo en V_1 y el otro en V_2 .
- ___ Si G es un grafo donde $\Delta(G) + \delta(G) \geq n - 1$ entonces G es conexo.
- ___ No es posible particionar todas las fichas del dominó (hasta el doble nueve) en menos de cinco hileras.

4. Describa el lenguaje sobre el alfabeto $\{a, b\}$ que reconoce la máquina de Turing cuyo diagrama de estados se muestra a continuación.



5. Sea G un grafo de $n \geq 3$ vértices. Demuestre que G es 2-conexo si y solo si para todo par de vértices existe un ciclo que los contiene.