

Examen Extraordinario de Matemática Discreta  
Segundo Semestre. Curso 2005-2006

Nombre y apellidos: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

1. Demuestre que si  $G$  es un grafo conexo y su complemento no tiene ciclos de longitud tres entonces  $G$  tiene un camino de Hamilton.
2. Clasifique los siguientes enunciados en verdadero (V) o falso (F) justificando adecuadamente en cada caso.  
  
\_\_\_\_ Todo grafo regular de grado 8 tiene un ciclo de longitud al menos 9.  
\_\_\_\_ Si en un grafo conexo cada arista participa en un número impar de ciclos entonces el grafo es euleriano.  
\_\_\_\_ Para todo grafo  $G$  se cumple que  $\chi(G) \cdot \chi(G^c) \geq n$ .
3. Sea  $G$  un grafo en el que todo ciclo tiene longitud mayor o igual que 5. Demuestre que si  $\delta(G) \geq k$  entonces  $G$  tiene al menos  $k^2 + 1$  vértices.
4. Diseñe una máquina de Turing capaz de computar el reverso de una cadena sobre el alfabeto  $\{a, b\}$ . Por ejemplo, el reverso de la cadena  $ab$  es la cadena  $ba$  y el reverso de la cadena  $abbbaab$  es la cadena  $baabbba$ .
5. Sean  $a, b \in \mathbb{N}$  dos valores constantes y sea la función primitiva recursiva  $h : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ . Demuestre que la función  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  definida como:

$$\begin{aligned}f(0) &= a \\f(1) &= b \\f(n+2) &= h(n, f(n))\end{aligned}$$

es también primitiva recursiva.