Listenplatz:

Klausur
Systemtheorie BET3

im Bachelor Studiengang Elektrotechnik der FHWS

WS 2019

Prof. Dr. R. Hirn

Dauer:	**90 Minuten**	
Hilfsmittel:	**nur zulässige Taschenrechner und die verteilte Formelsammlung**	
Max. Punkte:	**90 Pkt.**	(13 + 17 + 11 + 12 + 13 + 15 + 9)
Aufgaben:	**7**	(auf 8 Blättern)

Name, Vorname:	Lösung
Matrikel-Nr.:	

Hinweise:

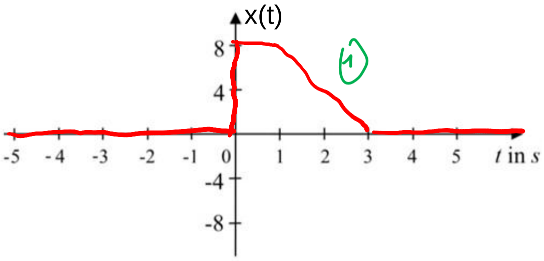
- Schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen!
- Entfernen Sie keine Heftklammern!
- Unterschleif wird mit 5.0, d.h. mit „nicht bestanden“ bewertet!

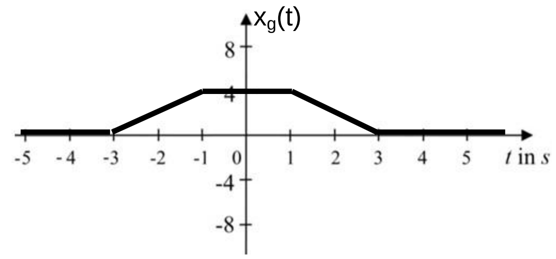
Note:	
Erstprüfer:	
Zweitprüfer:	

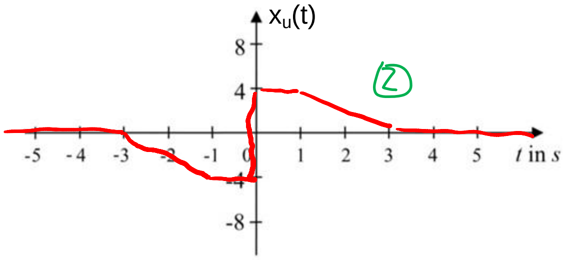
Viel Erfolg!

Aufgabe 1 **Punkte: 13**

Bekannt ist nur der gerade Anteil $x_g(t)$ eines <u>kausalen</u> Signals x(t). Wie muss der ungerade Anteil $x_u(t)$ aussehen, damit x(t) tatsächlich kausal ist? Zur Beantwortung zeichnen Sie $x_u(t)$ und x(t). **3**



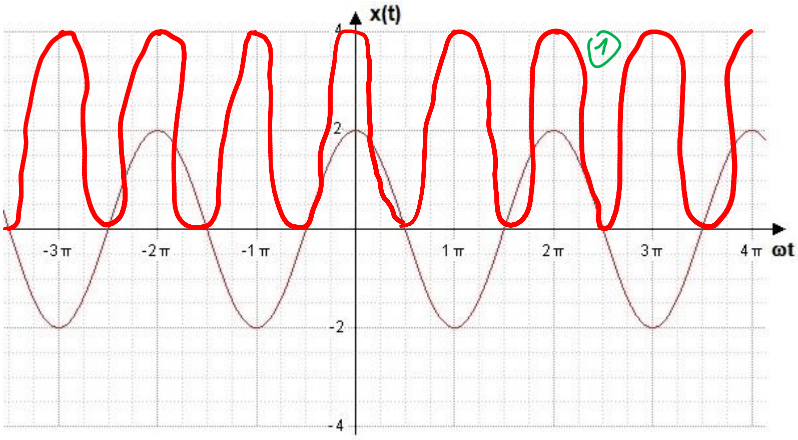




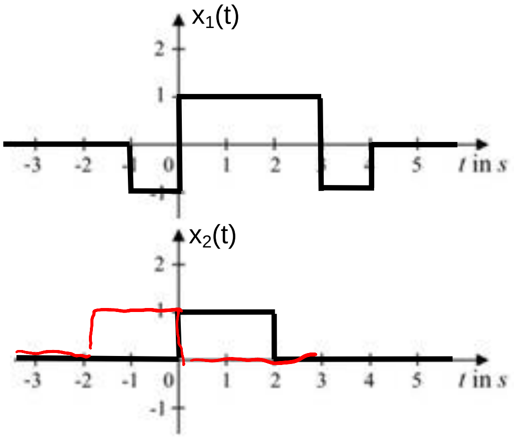
Ist dieses unendliche cos-Signal x(t) ein Energie- oder ein Leistungssignal?
Zeichnen Sie in den Graph nun die Quadratfunktion von x(t) ein.
Welche Energie / Leistung besitzt x(t)? **3**

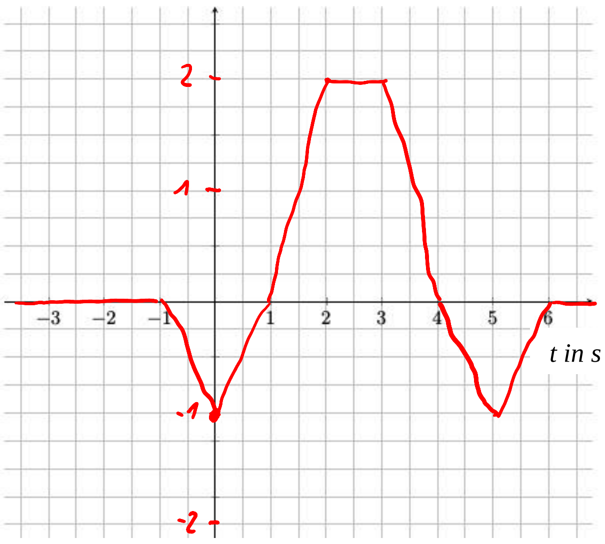
Leistungssignal

$P_{xx} : \overline{p(t)} = 2$



Zeichnen Sie das Faltungsprodukt der beiden u.g. Signale inkl. Achsenbeschriftung. **5**





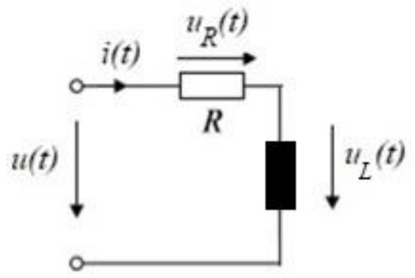
Wieviele Pole besitzen der im stabilen System G(s) enthaltene Allpass? **2**

$$G(s) = \frac{(s+1)(s-2)(s-3)(s+4)}{(s+5)(s+6)(s^2+2s+2)}$$

Polzahl Allpass: 2

Aufgabe 2 Punkte: 17

Modelliert werden soll das nebenstehende System: Die Eingangsgröße u sei die Spannung u(t), die Ausgangsgröße y der **Strom i(t).** Berechnen Sie zunächst die ersten vier Schritte des aus der Vorlesung bekannten Modellbildungsprozesses, d.h. gesucht ist: $\dot{x} = f(x, u, p)$. Im fünften Schritt zeichnen Sie ein funktionsfähiges Simulationsmodell.	7



(1) $u = u(t)$ $\quad y = i(t)$ $\quad x = i(t)$

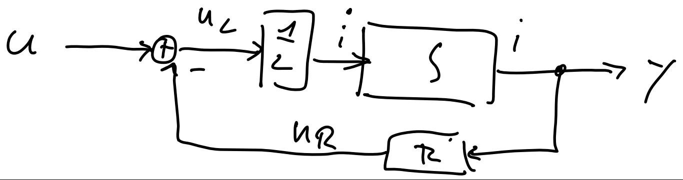
(2) ✓

(3) $u_R = R \cdot i \quad u_L = L \cdot \frac{di}{dt} \quad u_R + u_L = u$

(4) $\underline{\dot{x} = f(x, u, p):}$

$\dot{x} = \dot{i} = \frac{u_L}{L} = \frac{u - u_R}{L} = \frac{1}{L}(u - R \cdot i)$ (5)

(5)



(2)

Eine Modellbildung (Schritt vier aus der Vorlesung) habe zu folgenden Modell-Gleichungen geführt:	4

$\dot{x}_1 = 2x_1 + 3x_2 + u$
$\dot{x}_2 = 4x_2 - 5x_1$
$y = 2x_1 + u$

$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$

Geben Sie die vier Matrizen A,B,C und D der zugehörigen Zustandsraumdarstellung an: $\dot{x} = Ax + Bu$, $y = Cx + Du$

$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$ (2) $\qquad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ (1)

$C = \begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix}$ (1) $\qquad D = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$

Geben Sie das kausale Signal x(t) an, das folgende Laplace-Transformierte besitzt: $X(s) = \frac{2(s-3)}{(s-3)^2+4}$	3

$x(t) = 2 \cdot e^{3t} \cdot \cos(2t) \cdot \varepsilon(t)$

(1) (1) (1)

Geben Sie das kausale zeitdiskrete Signal x[k] an, das folgende z-Transformierte besitzt: $X(z) = \frac{3z^3}{(z^3-1)^2}$	3

$x[k] = k \cdot \varepsilon[\frac{k}{3}]$

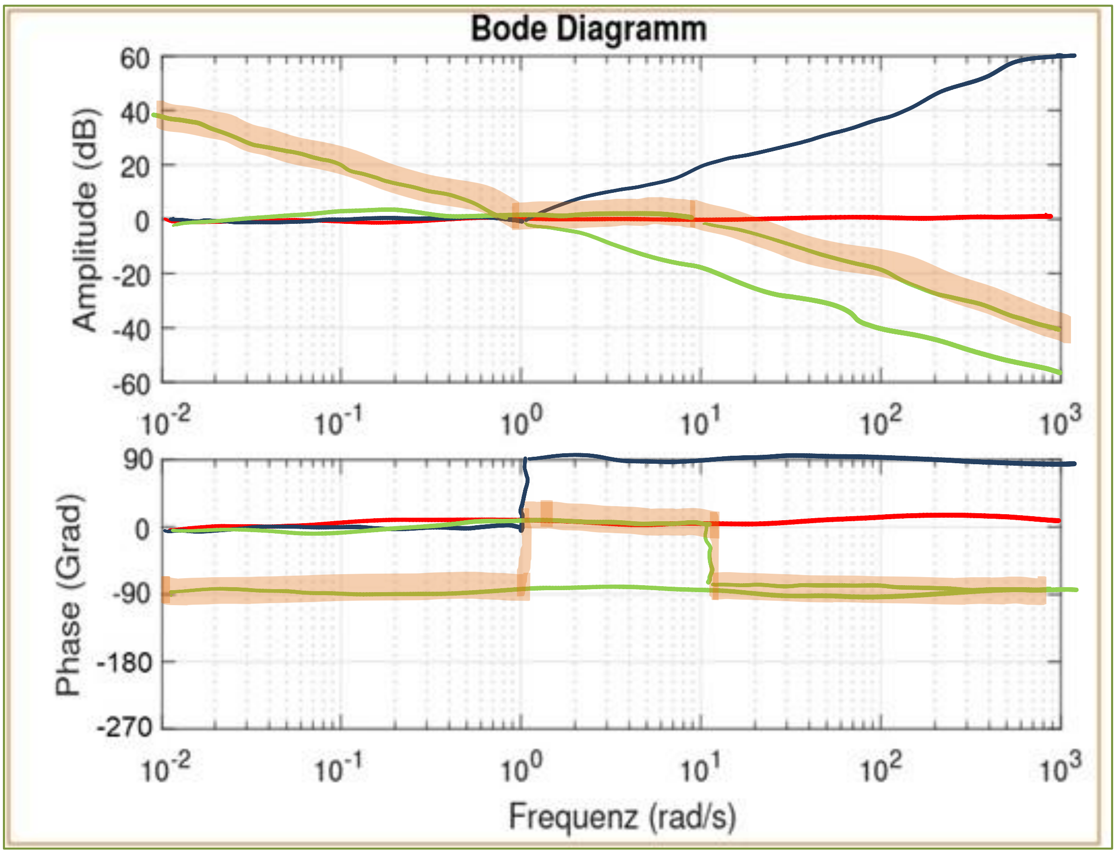
(1) (1) (1)

Aufgabe 3 **Punkte: 11**

Zeichnen Sie asymptotisch das Bode-Diagramms des Systems: $G(s) = \frac{10(s+1)}{s(s+10)}$ 7

Zur Konstruktion dürfen Sie auch Bleistift verwenden.

Der Verlauf der **Gesamtasymptote** muss mit einer **deutlich sichtbaren Farbe** **<u>eindeutig</u> erkennbar sein**!



P : 10 = 0dB

NST : s+1

Pol: $\frac{1}{s}$

Pol : $\frac{1}{\frac{s}{10}+1}$

Σ :

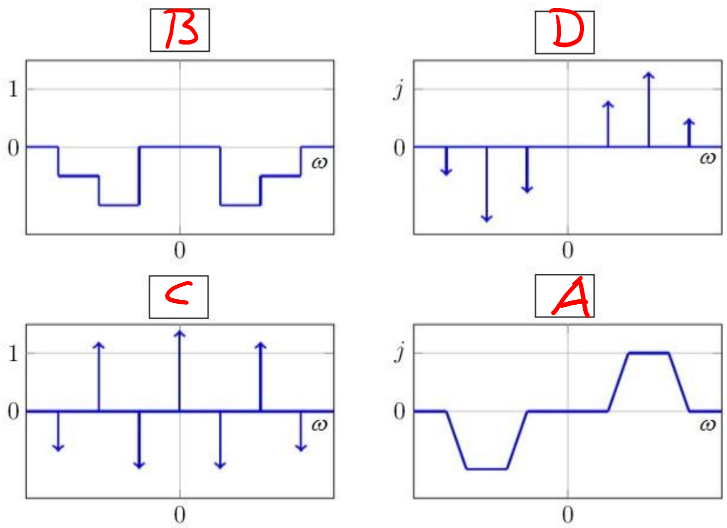
Rechts sehen Sie vier Spektren. Zu welcher Art von Zeitsignal gehört jedes Spektrum (qualitativ) – tragen Sie die passenden Buchstaben in die Rechtecke rechts ein: 4

A) Das Zeitsignal ist reell, ungerade und nicht periodisch

B) Das Zeitsignal ist reell, gerade und nicht periodisch

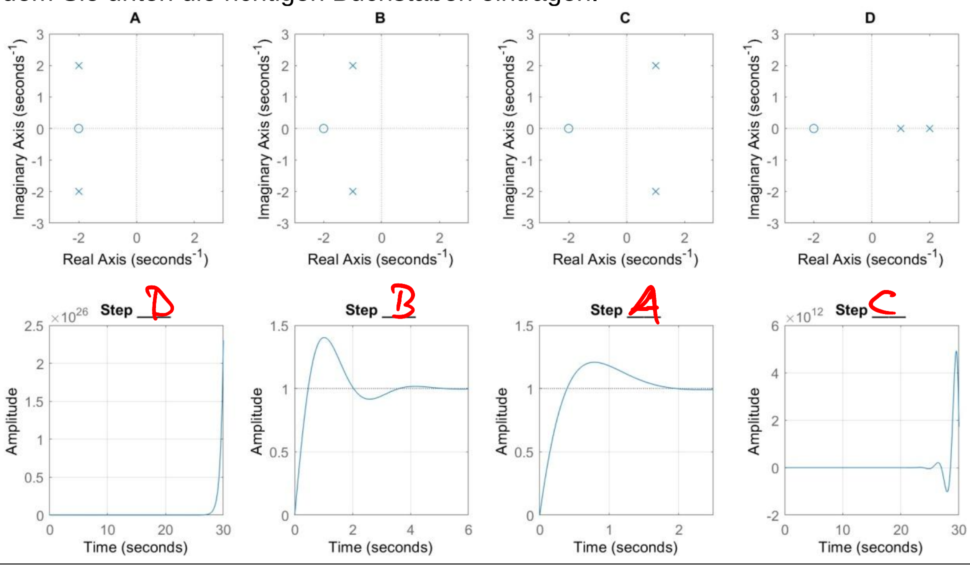
C) Das Zeitsignal ist reell, gerade und periodisch

D) Das Zeitsignal ist reell, ungerade und periodisch

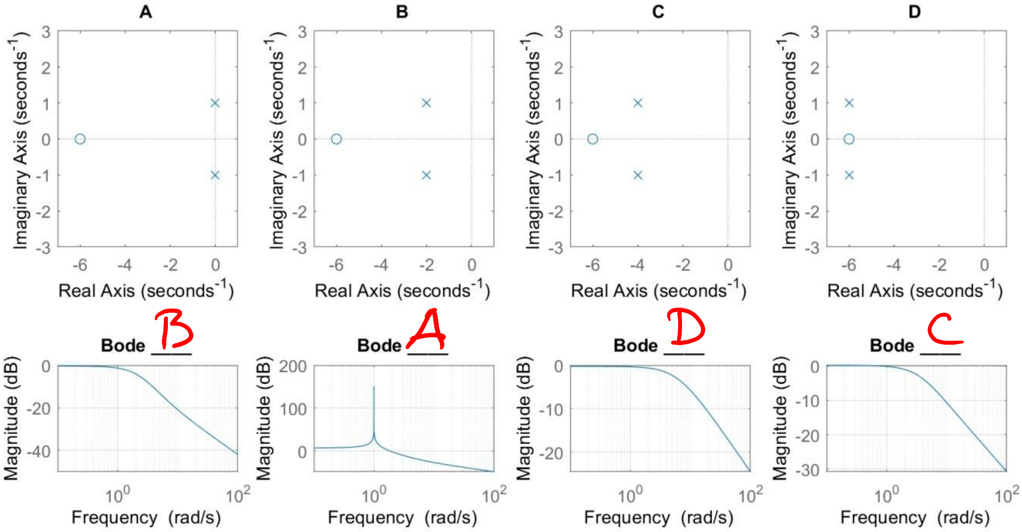


Aufgabe 4 **Punkte: 12**

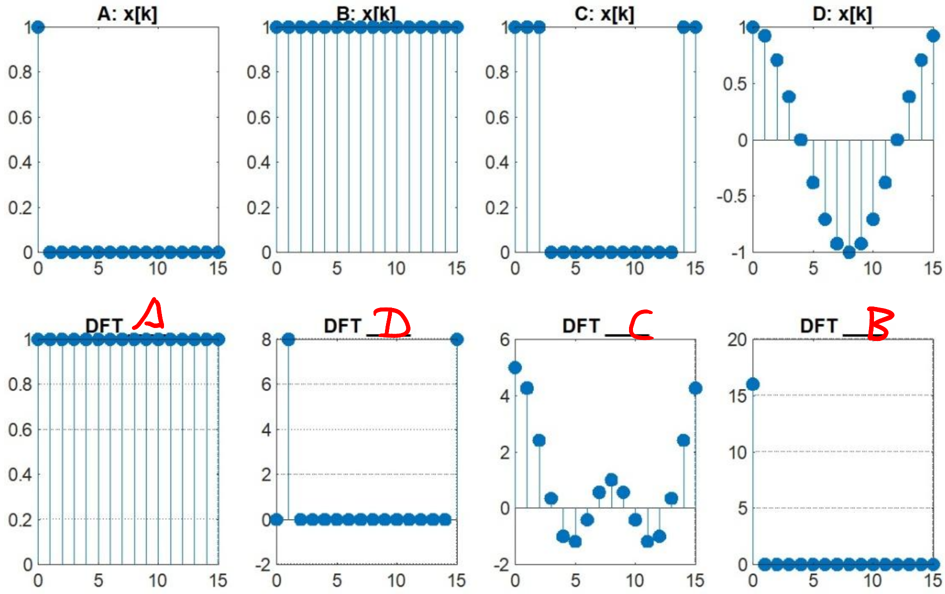
Oben sehen Sie die PN-Diagramme von vier Systemen A, B, C und D, darunter die Sprungantworten.
Ordnen Sie zu, indem Sie unten die richtigen Buchstaben eintragen. 4



Oben sehen Sie die PN-Diagramme von vier Systemen A, B, C und D, darunter Bode-Diagramme (Sie sehen nur die Amplitutdengänge). Ordnen Sie zu, indem Sie unten die richtigen Buchstaben eintragen. 4



Die DFT liefert bekanntlich Stützstellen periodischer Spektren. Oben sehen Sie zeitdiskrete reelle Signale A, B, C und D der Länge N = 16, periodisch fortgesetzt sind das alles gerade Signale! Darunter sehen Sie DFTs.
Ordnen Sie zu, indem Sie unten die richtigen Buchstaben eintragen. 4



Aufgabe 5 — Punkte: 13

Ein zeitkontinuierliches System besitze folgende Übertragungsfunktion: $G(s) = \frac{2}{s}$
Wandeln Sie dieses System mit Hilfe der sprunginvarianten Transformation in ein zeidiskretes System G(z) für die Abtatszeit **T = 2s** um. — 4

$$G(z) = \frac{z-1}{z} \cdot \mathcal{Z}\left\{ \mathcal{L}^{-1}\left\{ \frac{2}{s^2} \right\} \Big|_{t=kT} \right\} = \frac{z-1}{z} \cdot \mathcal{Z}\left\{ 2t \cdot \varepsilon(t) \big|_{t=kT} \right\}$$

3

$$= \frac{z-1}{z} \cdot \mathcal{Z}\{ 4 \cdot k \cdot \varepsilon[k] \} = \frac{z-1}{z} \cdot 4 \cdot \frac{z}{(z-1)^2}$$

$$= \frac{4}{z-1}$$ 1

Ein totzeitbehaftetes zeitdiskretes System mit $G(z) = \frac{1}{z-1} \cdot z^{-2}$ werde durch einen Sprung angeregt, d.h. $u[k] = \varepsilon[k]$
Berechen Sie das entstehende Ausgangssignal $y[k]$. — 4

$$Y(z) = \frac{1}{z-1} \cdot z^{-2} \cdot \frac{z}{z-1} = \frac{z}{(z-1)^2} \cdot z^{-2}$$

$$\updownarrow \mathcal{Z}$$

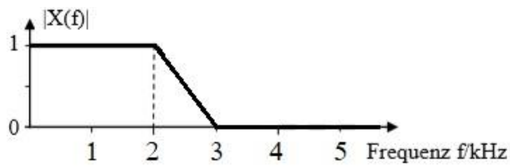
$$y[k] = [k-2] \cdot \varepsilon[k-2]$$

1 1 2

Das auf einem Konto befindliche Guthaben y[k] werde jedes Jahr mit 4% verzinst (der Zählindex der Jahre sei k).
Geben Sie eine Rekursionsgleichung (Differenzengleichung) an, die den neuen Kontostand in Abhängigkeit des Kontostandes aus dem Jahr davor berechnet. — 3

$$y[k] = 1{,}04 \cdot y[k-1]$$

Ein analoges Sprachsignal x(t) besitze nebenstehendes Betragsspektrum.
Das Signal soll abgetastet werden und die entnommenen Zahlenwerte fortlaufend über eine Telefonleitung digital übertagen werden. — 2



a) In welchem Bereich muss die Abtastfrequenz liegen, um das Abtasttheorem einzuhalten?

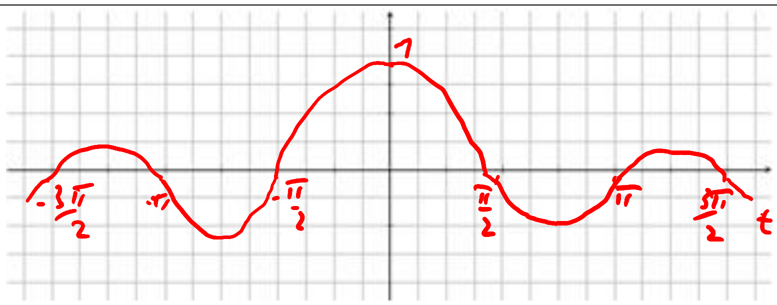
$f_a \geq 6$ kHz

b) In einem konkreten Fall wird jeder entnommene Abtastwert vor der Übertragung mit 8 Bit Genauigkeit quantisiert. Es entsteht ein Datenstrom von 64 kBit/s. Mit welcher Frequenz wird demnach hier abgetastet?

$f_a = 8$ kHz

Aufgabe 6 — Punkte: 15

Skizzieren Sie folgendes Zeitsignal: $x(t) = \mathrm{si}(2t)$ inkl. korrekter Achsenbeschriftung! — 3



Ein digitales Filter mit Ausgang y[k] und Eingang u[k] werde durch folgende Differenzengleichung beschrieben: — 5

$y[k] = 0.5\, y[k-1] - 0.5\, y[k-2] + 0.5u[k]$

Wie lauten die Übertragungsfunktion $G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)}$ des Filters?
Handelt es sich um ein FIR-Filter (mit Begründung)?

$Y(z)\left[1-0,5z^{-1}+0,5z^{-2}\right] = 0,5\cdot U(z)$

$\Rightarrow G(z) = \frac{0,5}{1-0,5z^{-1}+0,5z^{-2}}\cdot\frac{z^2}{z^2} = \frac{0,5z^2}{z^2-0,5z+0,5}$ (4)

kein FIR, da $z_{\infty 1,2} = \frac{0,5 \pm \sqrt{0,5^2-2}}{2} \neq 0$ (1)

Ein digitales Filter besitze folgenden Frequenzgang: $G(j\Omega) = \frac{1-e^{-j\Omega}}{1-0.5e^{-j\Omega}}$ — 1
Welche Frequenz wird von diesem Filter nicht durchgelassen?

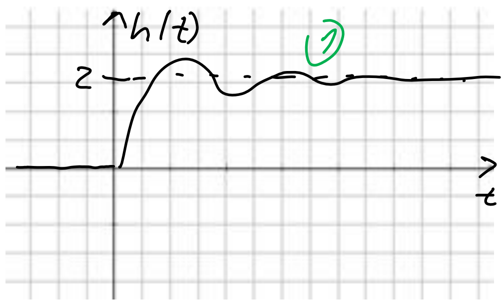
$G(j0) = 0 \Rightarrow \Omega = 0$ o. $(\Omega = n\cdot 2\pi,\ n \in \mathbb{N}_0)$

Ermitteln Sie das Spektrum X(jω) des kausalen Signals: $x(t) = te^{-2t}\cdot\varepsilon(t)$ — 2

Signal kausal & abklingend:

$\Rightarrow X(j\omega) = X(s)\Big|_{s=j\omega} = \frac{1}{(s+2)^2}\Big|_{s=j\omega} = \frac{1}{(j\omega+2)^2}$

Von einem PT$_2$-System seien nur und die Kenngrößen K = 2, D = 0.5 und ω_0 = 2 bekannt. — 4
Geben Sie die Übertragungsfunktion an und skizzieren Sie die Sprungantwort h(t) des Systems (mit korrekter Achsenbeschriftung!)
Wo liegen die Pole des Systems und mit welcher Frequenz ω schwingt die Sprungantwort?



$G(s) = \frac{2\cdot 4}{s^2+2s+4}$ (1)

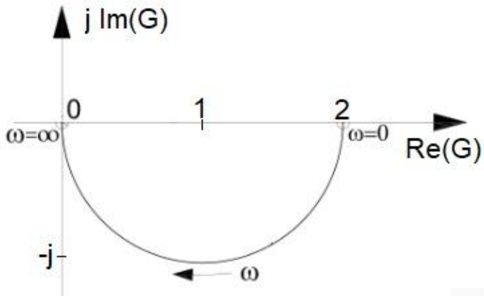
$s_{\infty 1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2-16}}{2} = -1 \pm j\sqrt{3}$ (1) $\Rightarrow \omega = \sqrt{3}\ \frac{rad}{s}$ (1)

Aufgabe 7 **Punkte: 9**

Ein analoges System besitze folgenden Frequenzgang: $G(j\omega) = \frac{a}{1+j\omega}$ 3

Rechts ist der Frequenzgang als Ortskurve zu sehen.

Welche Wert besitzt a?

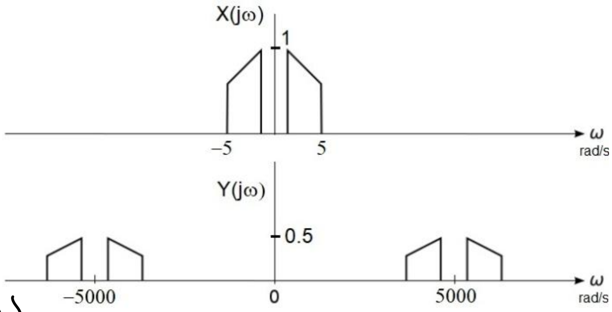


$a = 2$

Von einem niederfrequenten Signal x(t) sei nur das Spektrum X(jω) bekannt. In einem Modulator werde x(t) mit einem hochfrequenten Träger und einer Konstanten a <u>multipliziert</u>, d.h. es gilt die Vorschrift: 6

$$y(t) = ax(t) \cdot \cos(\omega_0 t)$$

Transformieren Sie diese Gleichung in den Frequenzbereich:



$$Y(j\omega) = a \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot X(j\omega) * [\pi\, \delta[\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)]$$

2

Das entstehende Spektrum Y(jω) ist sehen Sie ebenfalls.
Welche Zahlenwerte besitzen demnach a und ω_0 ?

$\Rightarrow a = 1$, $\omega_0 = 5000 \frac{rad}{s}$

2 2