Listenplatz:

Klausur
Systemtheorie BET3

im Bachelor Studiengang Elektrotechnik der FHWS

WS 2020

Prof. Dr. R. Hirn

Dauer:	**90 Minuten**	
Hilfsmittel:	**nur zulässige Taschenrechner und die verteilte Formelsammlung**	
Max. Punkte:	**90 Pkt.**	(16 + 15 + 14 + 11 + 17 + 17)
Aufgaben:	**6**	(auf 7 Blättern)

Name, Vorname:	Lösung
Matrikel-Nr.:	

Hinweise:

- Schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen!
- Entfernen Sie keine Heftklammern!
- Unterschleif wird mit 5.0, d.h. mit „nicht bestanden“ bewertet!

Note:	
Erstprüfer:	
Zweitprüfer:	

Viel Erfolg!

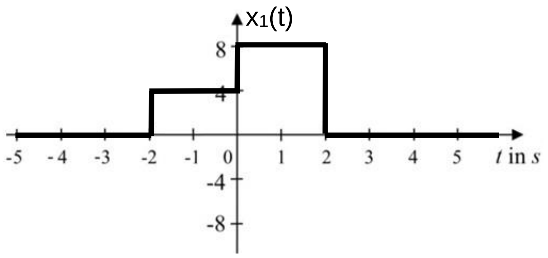
Nachname:

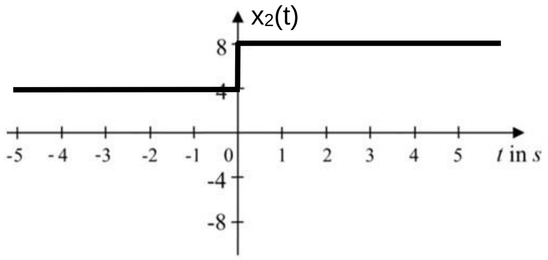
Aufgabe 1 **Punkte: 16**

Das Signal $x_1(t)$ sei zeitbegrenzt, $x_2(t)$ sei <u>nicht</u> zeitbegrenzt, d.h. unendlich breit.
Bestimmen Sie die Energie E des Signals $x_1(t)$ und die Leistung P des Signals $x_2(t)$.

$$E_{x_1} = 4^2 \cdot 2 + 8^2 \cdot 2 = 160$$

$$P_{x_2} = \frac{1}{2} \cdot \left(4^2 + 8^2 \right) = 40$$

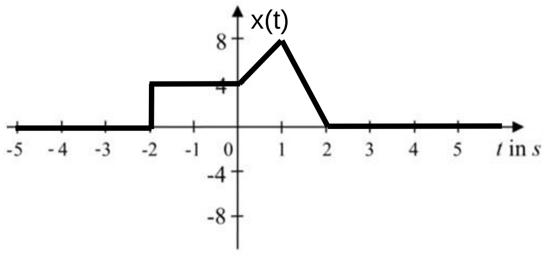




4

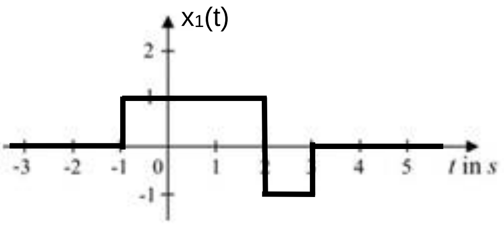
Schreiben Sie das Signal x(t) als eine Summe von Elementarfunktionen, wie z.B. Dirac-Stöße δ(t), Sprungfunktionen ε(t), Rampenfunktionen ρ(t)

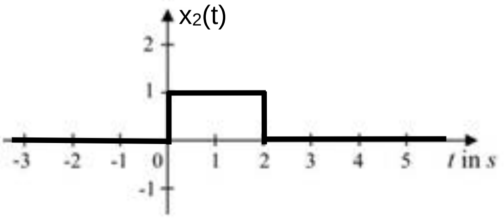
$$x(t) = 4 \cdot \varepsilon(t+2) + 4 \cdot \rho(t) - 12\,\rho(t-1) + 8\,\rho(t-2)$$

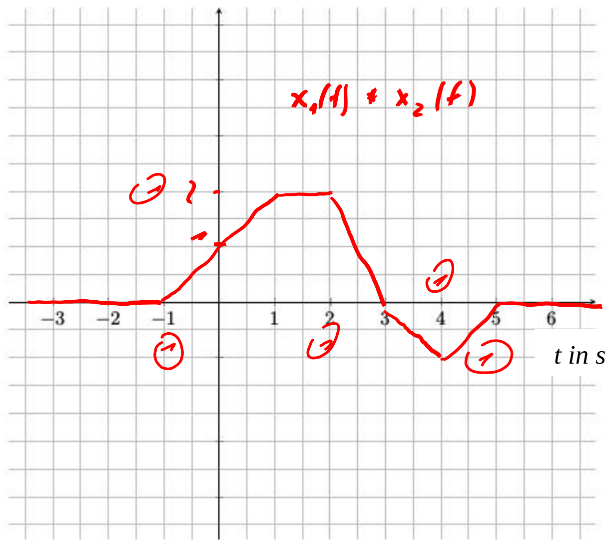


4

Zeichnen Sie das Faltungsprodukt der beiden Signale $x_1(t)$ und $x_2(t)$ (inkl. korrekter Achsenbeschriftung).







5

Das Signal x(t) sei gerade, das Signal y(t) sei ebenfalls gerade.
<u>Unterstreichen</u> Sie jeweils die richtige Aussage:

Das neue Signal

$x(t) + y(t)$ ist a) <u>gerade</u> b) ungerade c) weder gerade noch ungerade

$x(t) - y(t)$ ist a) <u>gerade</u> b) ungerade c) weder gerade noch ungerade

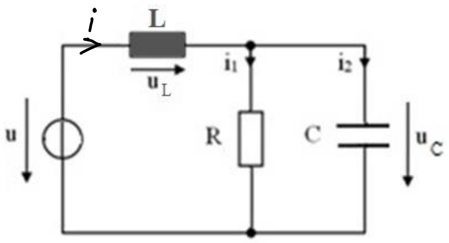
$x(t) \cdot y(t)$ ist a) <u>gerade</u> b) ungerade c) weder gerade noch ungerade

3

Aufgabe 2 **Punkte: 15**

Geforderte Schritte der Modellbildung: **1)** Festlegen der Eingangsgrößen u, der Zustandsgrößen x und der Ausgangsgrößen y. **2)** Festlegen der Koordinatensysteme. **3)** Aufstellen der Bilanzgleichungen. **4)** Isolieren der ersten Ableitung der Zustandsgrößen. **5)** Skizzieren des Blockschaltbildes.

Führen Sie gemäß Vorlesung die o.g. Schritte 1 bis 5 der Modellbildung durch und skizzieren Sie am Ende ein lauffähiges Simulationsmodell. 10
Die Spannungsquelle u(t) sei ideal, der Ausgang y sei die Spannung $u_C(t)$.



(1) $u = u(t)$ $\quad y = u_c(t)$ $\quad x_1 = i(t)$ $\quad x_2 = u_c(t)$ $\quad$ 1

(2) ✓

(3) $u_L = L \cdot \frac{di}{dt}$ $\quad u_c = R \cdot i_1$ $\quad i_2 = C \cdot \frac{du_c}{dt}$ $\quad$ 3

$i_1 + i_2 = i$ $\quad u_L + u_c = u$

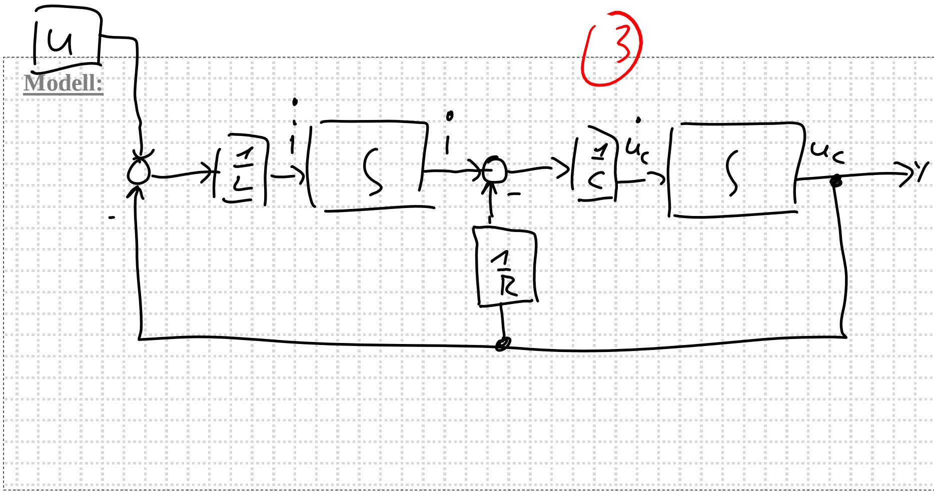
(4) $\dot{x} = f(x, u, p)$:

$\dot{x}_1 = \dot{i} = \frac{u_L}{L} = \frac{1}{L}(u - u_c)$ ✓

$\dot{x}_2 = \dot{u}_c = \frac{i_2}{C} = \frac{1}{C}(i - i_1) =$

$= \frac{1}{C}\left(i - \frac{u_c}{R}\right)$ ✓

3



Berechnen Sie mit Hilfe der Laplace-Transformation für folgenden DGL mit Anfangsbedingungen die Lösung x(t). 5

$\ddot{x}(t) + \dot{x}(t) = \delta(t)$ $\qquad$ *mit* $\qquad x(\mathbf{0}_-) = 0$ $\quad$ und $\quad \dot{x}(\mathbf{0}_-) = 2$

$s^2 X(s) - s \cdot x(0_-) - \dot{x}(0_-) + sX(s) - x(0_-) = 1$ $\quad$ 1

$\Rightarrow X(s) \cdot [s^2 + s] = 1 + 2 = 3$

$\Rightarrow X(s) = \frac{3}{s[s+1]}$ $\quad$ 2 $\qquad \bullet\!\overset{\mathcal{L}^{-1}}{—}\!\circ \quad x(t) = 3\left(1 - e^{-t}\right) \cdot \varepsilon(t)$ $\quad$ 2

Aufgabe 3 Punkte: 14

Ein System besitze folgende Übertragungsfunktion: 9

$$G(s) = \frac{1000 \cdot s^2}{(s+1)(s+10)^2}$$

Konstruieren Sie nach den einzelnen Asymptoten die Gesamt-Asymptoten des Bode-Diagramms. (Verwenden Sie bitte unterschiedliche Farben.)

$$G(s) = \frac{1000 \cdot s^2}{10^2 \cdot (s+1)\left(\frac{s}{10}+1\right)^2}$$

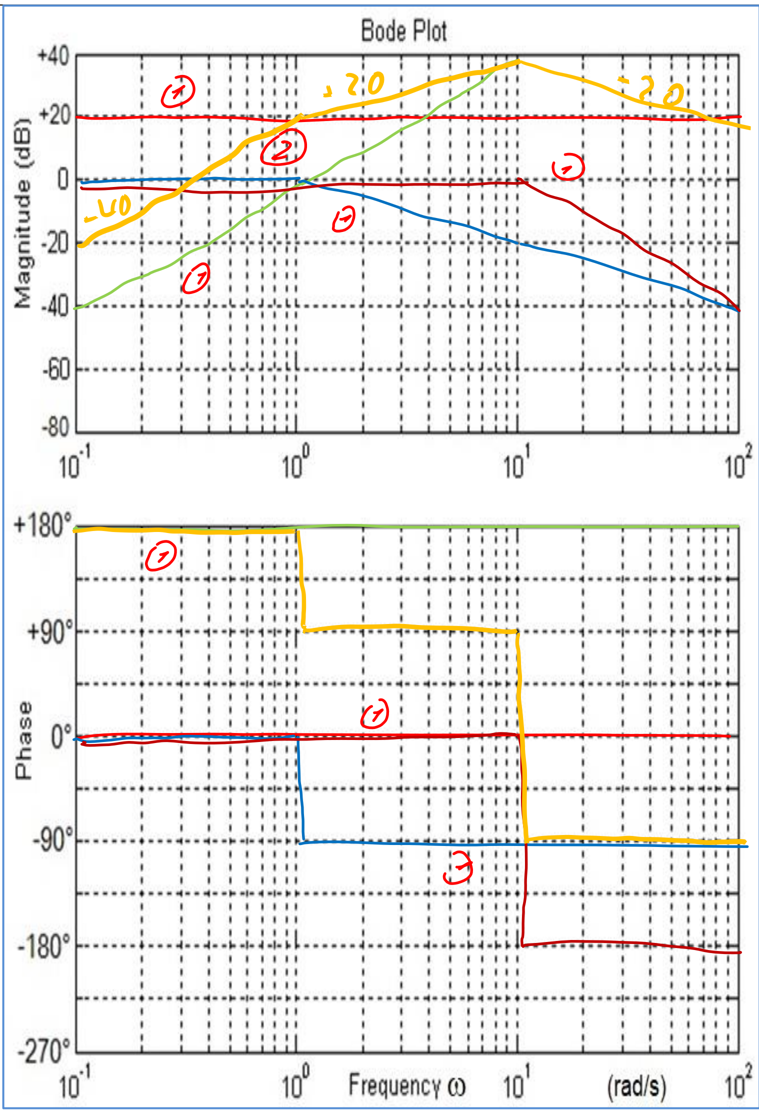
$P\left(\frac{1000}{10^2}\right)$: $20 \lg 10 = +20\,dB$

Zero (s^2): $\omega_b = 0$

Pole $\left(\frac{1}{s+1}\right)$: $\omega_a = 1$

Pole $\left(\frac{1}{\frac{s}{10}+1}\right)$: $\omega_a = 10$

Σ:



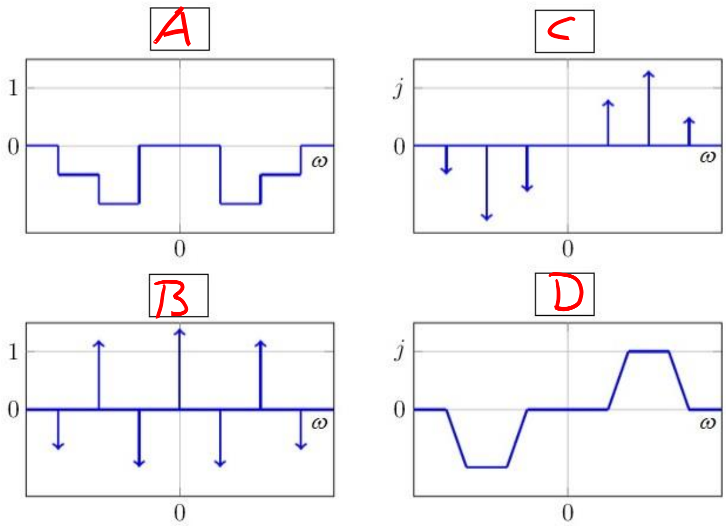
Rechts sehen Sie vier Spektren. Zu welcher Art von Zeitsignal gehört jedes Spektrum (qualitativ) – tragen Sie rechts die passenden Buchstaben in die Rechtecke ein. 3

A) Das Zeitsignal ist reell, gerade und nicht periodisch

B) Das Zeitsignal ist reell, gerade und periodisch

C) Das Zeitsignal ist reell, ungerade und periodisch

D) Das Zeitsignal ist reell, ungerade und nicht periodisch

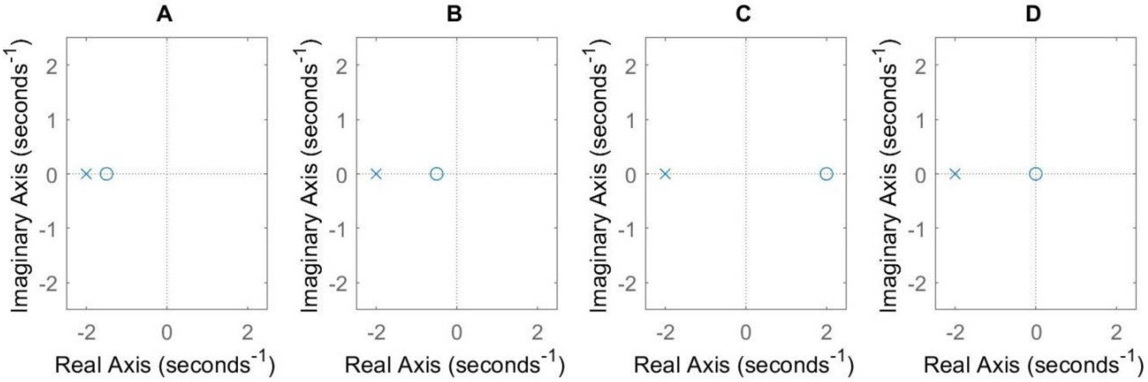


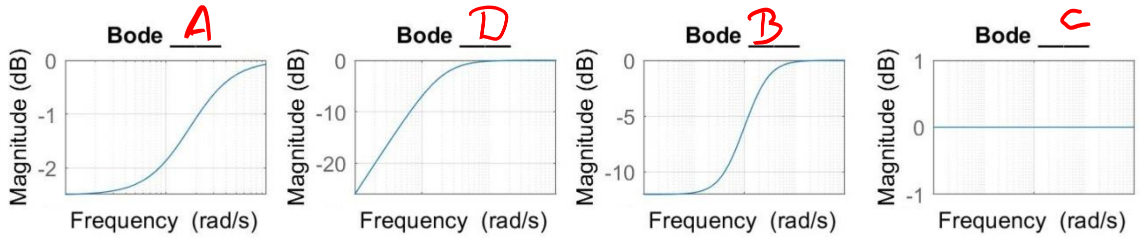
a) Nennen Sie zwei Eigenschaften des Dirac-Stoßes δ(t) (d.h. sog. Distributionen). 2

$\delta(t) = 0$ für $t \neq 0$ $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)\,dt = 1$ $\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\cdot\delta(t)\,dt = x(0)$

Aufgabe 4 **Punkte: 11**

Oben sehen Sie die PN-Diagramme von vier Systemen A, B, C und D, darunter die Amplitudengänge der zugehörigen Bode-Diagramme. Ordnen Sie zu, indem Sie unten die richtigen Buchstaben eintragen. 3





Betrachten Sie folgenden Amplitudengang (gezeichnet sind nur die Asympoten). 5
Die Übertragungsfunktion lautet:

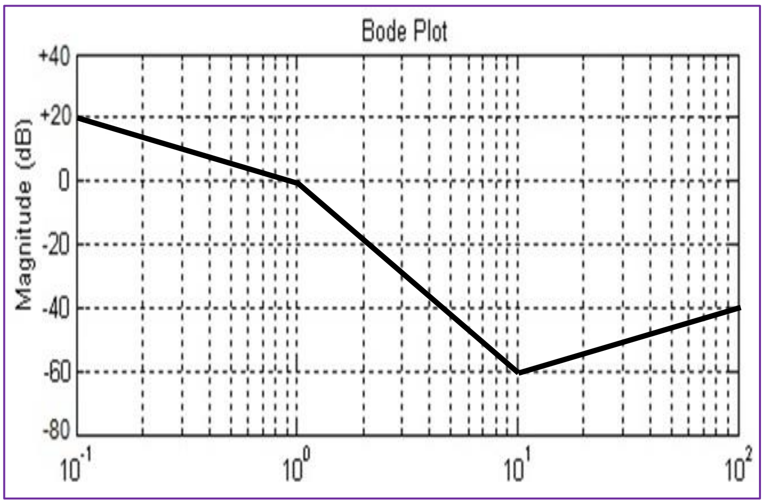
$$G(s) = c \cdot \frac{(s+10)^m}{s(s+a)^n}$$

Bestimmen Sie die Werte a, m und n.

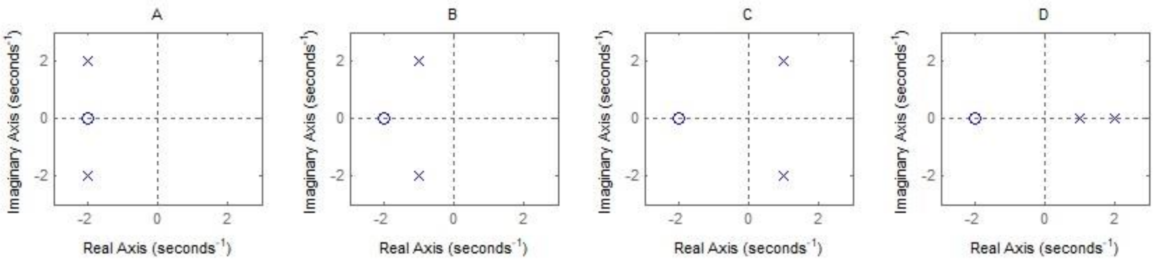
a = 1 1

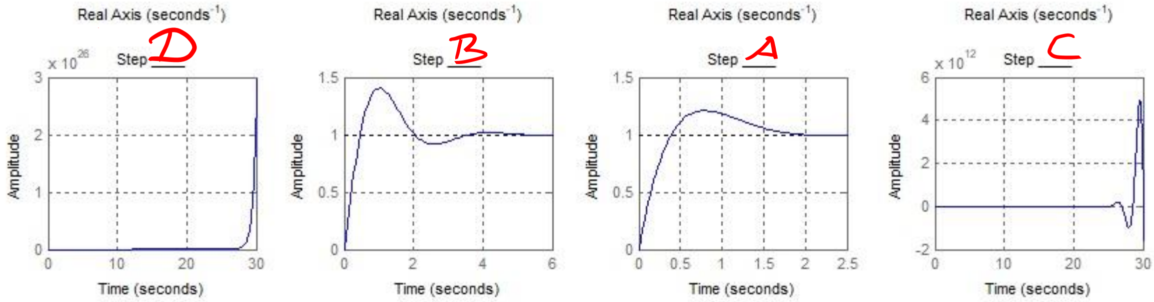
n = 2 2

m = 4 2



Oben sehen Sie die PN-Diagramme von vier Systemen A, B, C und D, darunter Sprungantworten. 3
Ordnen Sie zu, indem Sie unten die richtigen Buchstaben eintragen.





Aufgabe 5 **Punkte: 17**

Ein zeitkontinuierliches System besitze folgende Übertragungsfunktion: $G(s) = \frac{s-1}{s+1}$
Wandeln Sie dieses System mit Hilfe der bilinearen Transformation in ein zeidiskretes System für die Rechenzeit **T = 2** um und vereinfachen Sie G(z) so weit wie möglich. **3**

$$G(z) = \frac{\frac{z-1}{z+1} - 1}{\frac{z-1}{z+1} + 1} = \frac{z-1-z-1}{z-1+z+1} = \frac{-2}{2z} = -\frac{1}{z}$$

1 2

Geben Sie für folgendes zeitdiskrete System $G(z) = \frac{2}{z-1}$ die Sprungantwort im Zeitbereich an. **4**

$$Y(z) = \frac{2}{z-1} \cdot \frac{z}{z-1} = \frac{2z}{(z-1)^2} \quad \overset{Z^{-1}}{\bullet\!\!-\!\!\circ} \quad y[k] = 2k \cdot \varepsilon[k]$$

1 1 1 1

Ein Würfel werde immer wieder aufs Neue geworfen, jeder Wurf werde dabei mit der fortlaufenden Nummer k durchnummeriert (d.h. k = 0, 1, 2, 3…). Die beim Wurf k geworfene Augenzahl sei u[k].
Der Mittelwert der beim Wurf k und der beiden unmitelbar davor geworfenen Augenzahlen sei die Augenzahl y[k].
Geben Sie die (Differenzen)-Gleichung zur Berechnung von y[k] an. **4**

$$y[k] = \frac{1}{3}\left(u[k] + u[k-1] + u[k-2]\right)$$

Von einem zeitdiskreten System sei die Übertragungsfunktion bekannt: $G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{z-4}{z^4-1}$ **4**
Geben Sie die zugehörige Differenzengleichung an.

$$Y(z) \cdot [z^4 - 1] = U(z) \cdot [z - 4] \quad | : z^4$$ 1

$$Y(z) \cdot [1 - z^{-4}] = U(z) \cdot [z^{-3} - 4z^{-4}]$$ 1

$$\bullet\!\!-\!\!\circ \; Z^{-1}$$

$$y[k] - y[k-4] = u[k-3] - 4 \cdot u[k-4]$$ 2

Folgendes harmonische Signal x(t) soll verlustfrei abgetastet werden: **2**

$$x(t) = 1 + 2 \cdot \cos(3 \cdot t) + 4 \cdot \sin(5 \cdot t)$$

Welche minimale Abtastfrequenz ω_A ist dazu notwendig?

$$\omega_A = 10 \, \frac{1}{s}$$

Aufgabe 6 **Punkte: 17**

Ein System mit dem Frequenzgang $G(j\omega) = \frac{4}{j\omega+2}$ werde angeregt mit folgendem harmonischem Signal: 7

$u(t) = 2 + \sin(2t)$

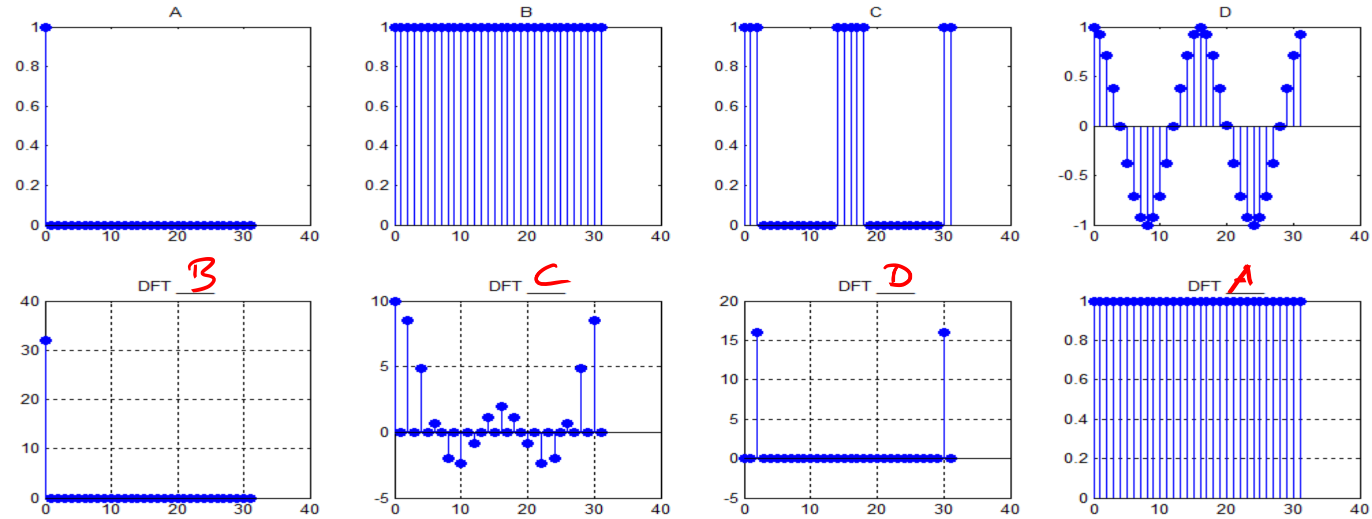
Geben Sie das entstehende stationäre Ausgangssignal y(t) an.

$G(j0) = 2 \;;\; \angle G(j0) = 0$

$|G(j2)| = \left|\frac{4}{j2+2}\right| = \frac{4}{2\sqrt{2}} = \sqrt{2} \;;\; \angle G(j2) = 0 - \angle(j2+2) = -\frac{\pi}{4}$

$$\boxed{y(t) = 4 + \sqrt{2}\cdot \sin\left(2t - \frac{\pi}{4}\right)}$$

Oben sehen Sie vier zeitdiskrete reelle Signale x[k] der Länge N = 32, darunter vier DFTs. 3
Ordnen Sie zu, indem Sie unten die richtigen Buchstaben eintragen.



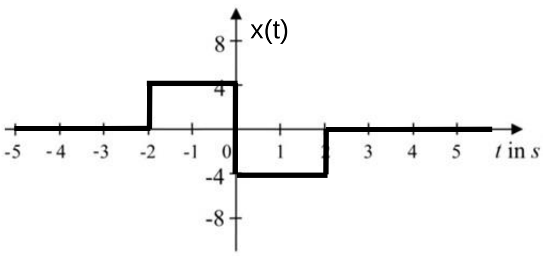
Folgende DGL ohne Anfangsbedingungen $\dot{y}(t) + y(t) = \varepsilon(t)$ wurde über die Laplace-Transformation gelöst. 3

Die gefundene Lösung im Laplace-Bereich lautet: $Y(s) = \frac{1}{s(s+1)}$

Geben Sie die Lösung y(t) im Zeit-Bereich an und kennzeichnen Sie den Einschwing- und den stationären Anteil.

$$y(t) = (1 - e^{-t})\cdot\varepsilon(t) = \underbrace{\varepsilon(t)}_{\text{stationär}} - \underbrace{e^{-t}\cdot\varepsilon(t)}_{\text{Einschwing-Anteil}}$$

Schreiben Sie das Signal x(t) als Summe von Elementarfunktionen 4
und geben Sie die Fourier-Transformierte dieses Signals an.



$x(t) = 4\cdot[\varepsilon(t+2) - 2\cdot\varepsilon(t) + \varepsilon(t-2)]$

$\circ\!\!-\!\!\bullet\ \mathcal{F}$

$X(j\omega) = 4\left(\pi\cdot\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}\right)\left[e^{j\omega 2} - 2 + e^{-j\omega 2}\right]$ (oder)

$= 8\cdot\left(\pi\cdot\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}\right)\cdot[\cos(2\omega) - 1]$