

Дискретная Математика

ФИО : Анужин Баатарцогт М3112

25 March 2020

- 1 (2 балла) Для двух данных функций сделать одну подстановку и одно отождествление

$$f(x, y) = \bar{x} \rightarrow \overline{y + x} \quad f(x, y) = \bar{x} \rightarrow \overline{y + x} = \bar{x}(y + x) = \bar{x}y$$

$$g(a, b, c, d) = a \downarrow b \leftarrow c \mid d = \bar{a} \bar{b} \leftarrow \bar{c} + \bar{d} = \overline{\bar{a}\bar{b}}(\bar{c} + \bar{d}) = (a + b)(\bar{c} + \bar{d})$$

Подстановка:

$$h(x, g(a, b, c, d)) = \bar{x}(a + b)(\bar{c} + \bar{d})$$

Отождествление:

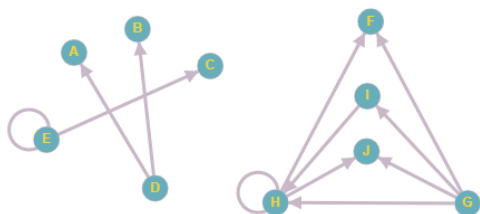
$$g(a, b, c, d) = (a + b)(\bar{c} + \bar{d})$$

$$h(a, b, c, a) = (a + b)(\bar{c} + \bar{a})$$

$$= a\bar{c} + b\bar{c} + \bar{a}b$$

- 2 (2 балла) Запишите для графа:

1. матрицу смежности;
2. инцидентности;
3. список смежности;
4. степени вершин.



1. матрицу смежности;

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
a	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
c	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
d	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
e	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0
f	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
h	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1
i	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
j	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

2. инцидентности;

	da	db	ec	ee	gf	gi	gj	gh	ih	jh	hf	hh
a	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
b	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
c	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
d	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e	0	0	-1	2	0	0	0	0	0	0	0	0
f	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
g	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0
h	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	-1	2
i	0	0	0	0	0	1	0	0	-1	0	0	0
j	0	0	0	0	0	0	1	0	0	-1	0	0

3. список смежности;

$a : \emptyset$

$b : \emptyset$

$c : \emptyset$

$d : a, b$

$e : e, c$

$f : \emptyset$

$g : f, i, j, h$

$h : j, f, h$

$i : h$

$j : \emptyset$

4. степени вершин

InDeg – число ребра, входящих в данную вершину.

OutDeg – число ребра, выходящих из данной вершины.

$InDeg(a) = 0$	$OutDeg(a) = 1$
$InDeg(b) = 0$	$OutDeg(b) = 1$
$InDeg(c) = 0$	$OutDeg(c) = 1$
$InDeg(d) = 2$	$OutDeg(d) = 0$
$InDeg(e) = 2$	$OutDeg(e) = 1$
$InDeg(f) = 0$	$OutDeg(f) = 2$
$InDeg(g) = 4$	$OutDeg(g) = 0$
$InDeg(h) = 3$	$OutDeg(h) = 3$
$InDeg(i) = 1$	$OutDeg(h) = 1$
$InDeg(j) = 0$	$OutDeg(h) = 2$

3 (2 балла) Найти для указанного графа и дополнительного к нему:

1. центр;
2. диаметр;
3. радиус.

Решение:

Эксцентриситетом $\epsilon(v)$ вершины v называется наибольшее геодезическое расстояние между v и любой другой вершиной графа.

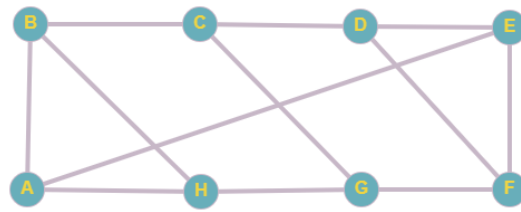


Рис. 1: Граф

$$\epsilon(v) = \max_{u \in V} d(v, u)$$

$$\epsilon(a) = 2$$

$$\epsilon(b) = 3$$

$$\epsilon(c) = 2$$

$$\epsilon(d) = 3$$

$$\epsilon(e) = 2$$

$$\epsilon(f) = 3$$

$$\epsilon(g) = 2$$

$$\epsilon(h) = 3$$

Радиусом r графа называется минимальный эксцентриситет среди всех вершин графа

$$r = \min_{v \in V} \epsilon(v), \quad r(G) = 2$$

Диаметром d графа называется максимальный эксцентриситет среди всех вершин графа. Таким образом, d расстояние между всеми парами вершин графа

$$d = \max_{v \in V} \epsilon(v)$$

$$d(G) = 3.$$

Центральной вершиной графа радиусом r называется вершина, на которой достигается радиус.

$$\epsilon(v) = r.$$

Итак, центральные вершины. $v = \{a, c, e, g\}$.

Теперь мы используем тот же метод с дополнительным графом:

Находим эксцентриситет для всех вершин:

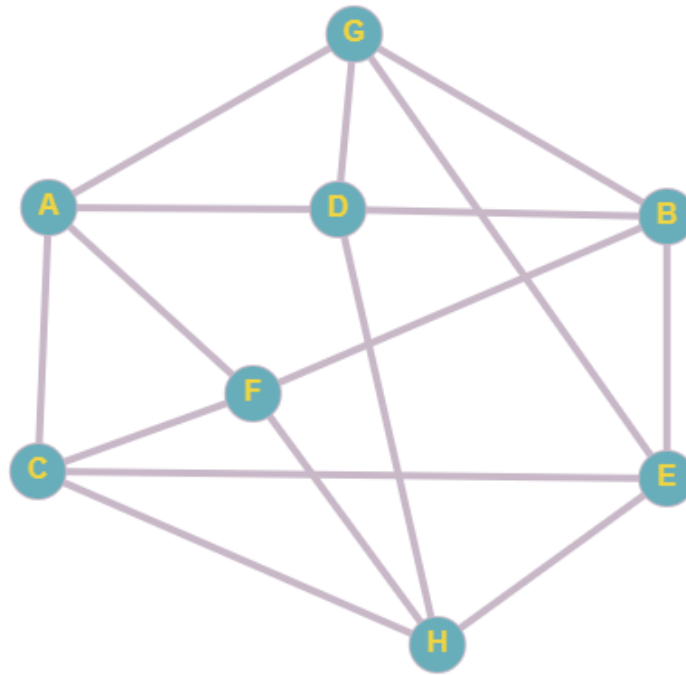


Рис. 2: Граф

$$\epsilon(a) = 2$$

$$\epsilon(b) = 2$$

$$\epsilon(c) = 2$$

$$\epsilon(d) = 2$$

$$\epsilon(e) = 2$$

$$\epsilon(f) = 2$$

$$\epsilon(g) = 2$$

$$\epsilon(h) = 2$$

$$r(G) = 2, d(G) = 2, v = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}.$$

4 (4 балла) Запишите для представленного графа и дополнительного к нему:

1. компоненты реберной двусвязности;
2. компоненты вершинной двусвязности;
3. точки сочленения, если их нет, то укажите почему;
4. мосты, если их нет, то укажите почему

Решение:

1. Компоненты реберной двусвязности: Весь Граф. В этом графе существует 2 рёберных непересекающихся пути.

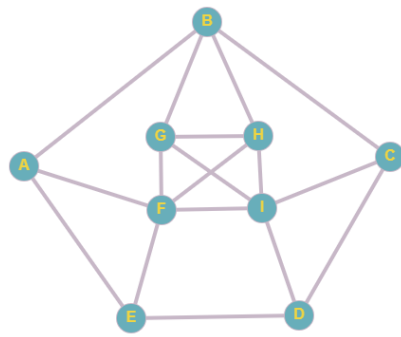


Рис. 3: Граф

2. Компоненты вершинной двусвязности: Весь Граф. В этом графе существует 2 вершинных непересекающихся пути.
3. Точки сочленения: нет. Одна компонента связности, то есть при удалении вершин, компоненты не увеличивается.
4. Мосты: нет. Одна компонента связности, то есть при удалении ребра, компоненты не увеличивается.

Теперь мы используем тот же метод с дополнительным графом:

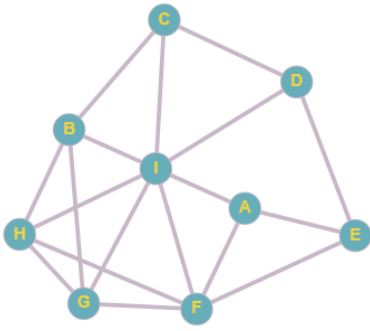


Рис. 4: Граф

Решение:

1. Компоненты реберной двусвязности: Весь Граф. В этом графе существует 2 рёберных непересекающихся пути.
2. Компоненты вершинной двусвязности: Весь Граф. В этом графе существует 2 вершинных непересекающихся пути.
3. Точки сочленения: нет. Одна компонента связности, то есть при удалении вершин, компоненты не увеличивается.
4. Мосты: нет. Одна компонента связности, то есть при удалении ребра, компоненты не увеличивается.