**10. Aygash to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak. To'g'ri chiziq va tekislik orasidagi burchak. Tekisliklar orasidagi burchak. Ikki yoqli burchak va uning chiziqli burchagi**

Fazoda ikki to'g'ri chiziq va tenglamalar bilan berilgan bo'lsa, bu to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak quyidagi formula bilan topiladi:

Bundan ikki to'g'ri chiziqning perpendikularlik sharti quyidagicha aniqlanadi:

Ikki to'g'ri chiziqning paralellik sharti quyidagicha aniqlanadi:

1-misol. va to chiziqlar orasidagi o'tmas burchakni toping.

Yechish. To'g'ri chiziqlar tenglamalarini kanonik shaklga keltiramiz:

U holda (10.29) formuladan topamiz:

O tmas burchak uchun bo'ladi. Bundan .

Fazoda to'g'ri chiziq va tekislik formulalari bilan berilgan bo'sa, ular orasidagi burchak quyidagi formula bilan topiladi:

Bindan to'g'ri chiziq bilan tekislikning perpendikularlik sharti quyidagicha aniqlanadi:

To'g'ri chiziq bilan tekislikning parallellik sharti esa quyidagicha aniqlanadi:

2-misol. to'g'ri chiziq bilan tekislik orasidagi o'tkir burchakni toping.

Yechish. Izlanayotgan burchakni (10.34) formula bilan topamiz:

Bundan .

3-misol. mning qanday qiymatida to'g'ri chiziq va tekislik parallel bo'ladi?

Yechish. mning izlanayotgan qiymatini to'g'ri chiziq va tekislikning parallellik shartigan topamiz: . Bundan .

Fazoda ikki tekislik orsidagi burchak ikki yoqli burchak bo'ladi. Bundan ikki tekislik orasidagi burchak kattaligi ikki yoqli burchakning kattaligi bilan bihil ekanligi kelib chiqadi.

Fazoda va ikki tekislik tenglamasi berilgan bo'lsa, bu tekisliklar orasidagi burchak formulasi:

*Bundan ikki tekislikning perpendikularlik sharti:*

*Ikki tekislikning parallellik sharti:*

*Ikki tekislikning ustma-ust tushishi:*

4-misol. tekisliklar orasidagi burchakni toping.

Yechish. Masalaning shartiga ko'ra: .

U holda .

Bundan .

Mustaqil ishlash uchun masalalar

10.108. Tekisliklar orasidagi burchakni toping:

va ;

va .

10.109. va ming qanday qiymatlarida tekisliklar parallel bo'ladi:

;

?

10.110. ning qanday qiymatlarida tekisliklar perpendikular bo'ladi:

;

?

10.111. va to'g'ri chiziqlar orasidagi o'tkir burchakni toping.

10.112. to'g'ri chiziq bilan tekislik orasidagi burchakni toping.

10.113. nuqtadan o'tuvchi va berilgan to'g'ri chiziqqa perpendikular tekislik tenglamasini tuzing:

;

.

**Ko'pburchak ortogonal proyeksiyasining yuzi**

to'g'ri chiziq kesmasining yaqqol tasviri va uni tekisligiga ortogonal proyeksiyalash 10.11-rasmda ko'rsatilgan. to'g'ri chiziq kesmasining orthogonal proyeksiyasini parallel proyeksiyalashning xossalarini inobatga olgan holda ko'rib chiqamiz. O'zaro parallel bo'lgan va proyeksiyalovchi to"g'ri chiziqlar mos ravishda va nuqtalar orqali o'tib, proyeksiyalar tekisligi bilan kesishuvchi tekislikni hosil qiladi.

|  |
| --- |
|  |
| *10.11-rasm* |

va tekisliklarining o'zaro kesishish chizig'i va nuqtalarning proyeksiya tekisligidagi va proyeksiyalari orqali o'tadi. to'g'ri chiziq to'g'ri chiziqning proyeksiyalar tekisligidagi yagona proyeksiyasi hisoblanadi.

to'g'ri chiziq kesmasi va uning proyeksiyasining uzunliklari o'rtasida

bog'liqlik mavjud bo'lib, bu yerda - to'g'ri chiziq bilan proyeksiyalar tekisligi orasidagi burchakdir. Agar bo'lsa, kesma haqiqiy kattalikda proyeksiyalanadi; bo'lganda esa kesma nuqta ko'rinishida proyeksiyalanadi. Qolgan vaziyatlarda kesmaning proyeksiyasi kesmaning haqiqiy kattaligidan kichik bo'ladi.

To'g'ri chiziq kesmasining proyeksiyalari orqali uning haqiqiy o'lchamini aniqlash va proyeksiyalar tekisliklari bilan hosil qilgan burchaklarini aniqlash masalasi amaliyotda ko'p uchraydi.

4-teorama. Ko'pburchakning tekislikdagi ortogonal proyeksiyasining yuzi ko'pburchak yuzini uning tekisligi bilan proyeksiyasi tekisligi orasidagi burchak kosinusiga ko'paytmasiga teng.

Isbot. Avval uchburchak va uning biror tomonidan o'tuvchi tekislikdagi proyeksiyasini qarab chiqamiz (10.12-rasm). ABC uchburchakning tekislikdagi proyeksiyasi uchburchakdan iborat bo'ladi. uchburchakning balandligini o'tkazamiz. Uch perpendikular teoremasiga ko'ra kesma uchburchakning balandligi bo'ladi. burchak uchburchak tekisligi bilan proyeksiya tekisligi orasidagi burchakka teng. Quyidagilarga egamiz:

Bundan

Shunday qilib, qaralayotgan holda teorema o'rinli. tekislik o'rniga unga parallel ixtiyoriy tekislik uchun ham teorema o'rinli.

|  |
| --- |
|  |
| *10.12-rasm* |

Endi umumiy holni qarab chiqamiz Berilgan ko'pburchakni uchburchaklarga ajratamiz. Proyeksiya tekisligiga parallel tomoni bo"Imagan uchburchakni umumiy tomoni proyeksiya tekisligiga parallel bo'lgan uchburchaklarga ajratamiz. Bo"linish natijasida ajratgan har bir uchburchak uchun va uning proyeksiyasi uchun (10.41) tenglikni qo'llaymiz. Bu tengliklarni hammasini hadma-had qo'shamiz. Bundan chap tomonda ko'pburchak proyeksiyasining yuzini o'ng tomonda esa ko'pburchak yuzini ga ko'paytirilgani hosil bo'ladi.

1-masala. To'g'ri to'rtburchakning yuzi ga teng. Uning tekislikdagi ortogonal proyeksiyasi kvadratdan iborat. Tekislik va to'g'ri to'rtburchak yotgan tekislik orasidagi burchak ga teng. Kvadratning yuzini toping.

Yechish. to 'g'ri to'rtburchakning tekislikdagi proyeksiyasi kvadratdan iborat bo'lsin (10.13-rasm). Shartga ko'ra to'g'ri to'rtburchakning tekislik bilan orasidagi ikki yoqli burchakning chiziqli burchagi ga teng. formulaga ko'ra kavadratning yuzini topamiz: .

Demak, kvadratning yuzi .

|  |
| --- |
|  |
| *9. 13-rasm* |

**Mustaqil ishlash uchun masalalar**

10.114. Umumiy asosi bo'lgan teng yonli va uchburchaklar turli tekisliklarda yotadi, ular orasidagi burchak ga teng. Agar:

1. ;
2. bo'lsa, ni toping.

10.115. To'g'ri burchakli uchburchakning katetlari 7 sm va 24 sm ga teng. To'g'ri burchakning uchidan gipotenuza orqali o'tuvchi va uchburchak tekisligi bilan li burchak tashkil etuvchi tekislikkacha masofani toping.

10.116.Tomoni a ga teng bo'lgan teng tomonli uchburchak berilgan. Uchburchak tekisligi bilan: 1) ; 2) ; 3) ga teng burchak tashkil qilgan tekislikka tushirilgan uning ortogonal proyeksiyasi yuzini toping.

10.117. Umumiy asosi bo'lgan teng yonli va uchburchaklar turli tekisliklarda yotadi. Agar: 1) ; 2) bo’lsa,

1. uchburchakning uchburchak tekisligiga ortogonal proyeksiyasi yuzini toping.
2. uchburchakning uchburchak tekisligiga ortogonal proyeksiyasi yuzini toping.

10.118. Teng yonli uchburchakning asosi yon tomonidan 1,5 marta katta. Uchburchak asosiga tushirilgan balandlik tekislik bilan burchak tashkil qiladi. Uchburchakning asosi bu tekislikda yotadi. Agar ga teng bo'lsa, uchburchakning yon tomoni bu tekislik bilan qanday burchak tashkil qiladi?

10.119. Rombning o'tkir burchagi ga teng, rombning tomoni tekislik bilan burchak tashkil qiladi. Rombning kichik diagonali bu tekislikda yotadi. Agar ga teng bo'lsa, romb va tekislik orasidagi ikki yoqli burchakning kattaligini toping.

10.120. To'g'ri burchakli uchburchakda bir katet ikkinchi bir katetidan ikki marta katta. Uchburchakning kichki kateti tekislikda yotadi, katta kateti esa bu tekislik bilan burchak tashkil qiladi. Agar bo'lsa, uchburchakning gipotenuzasi bu tekislik bilan qanday burchak tashkil qiladi?

10.121. To'g'ri to'rtburchakda bir tomoni ikkinchi tomonidan ikki marta katta. To'g'ri to'rtburchakning katta tomoni a tekislikda yotadi, to'g'ri to'rtburchakning diagonali bu tekislik bilan burchakni tashkil qiladi. Agar bo'lsa, to'g'ri to'rtburchak va bu tekislik orasidagi ikki yoqli burchakni toping. javob:

10.122.Teng yonli uchburchakda asosiga tushgan balandlik asosi uzunligiga teng. Uchburchakning yon tomoni tekislik bilan burchak tashkil qiladi. Uchburchakning asosi bu tekislikda yotadi. Agar ga teng bo'lsa, uchburchak tekisligi va tekislik orasidagi ikki yoqli burchakni toping. javob:

10.123. Teng yonli uchburchakning ikki yon tomoni tekislik bilan burchak tashkil qiladi, uchinchi tomoni esa bu tekislikda yotadi. Agar bo'lsa, uchburchak tekisligi va tekis orasidagi ikki yoqli burchakni toping. javob:

10.124.Kvadratning diagonali tekislik bilan burchak tashkil qiladi, kvadratning bir tomoni bu tekislikda yotadi. Agar bo'lsa, kvadrat tekisligi va tekislik orasidagi ikki yoqli burchakni toping. javob:

10.125. Teng yonli to'g'ri burchakli uchburchakning kateti tekisligi bilan burchak hosil qiladi. Uchburchakning gipotenuzasi bu tekislikda yotadi. Agar bo'lsa, bu uchburchak tekisligi va bu tekislik orasidagi ikki yoqli burchakni toping. javob:

10.126. Kvadratning bir tomoni tekislik bilan burchak tashkil qiladi. Kvadratning diagonali esa bu tekislikda yotadi. Agar bo'lsa, kvadrat tekisligi va tekislik orasidagi ikki yoqli burchak sinusining qiymatini toping. javob: 0,2

10.127.Teng yonli uchburchakning uchidagi burchagi ga teng. Uchburchakning yon tomonlari tekislik bilan burchak tashkil qiladi. Uchburchakning asosi bu tekislikda yotadi. Agar bo'lsa, uchburchak tekisligi va bu tekislik orasidagi ikki yoqli burchak kattaligini toping. javob:

10.128. Teng yonli trapetsiyada katta asosi qolgan barcha tomonlaridan ikki marta katta. Trapetsiyaning yon tomoni tekislik bilan burchak tashkil qiladi. Trapetsiya asosi tekislikda yotadi. Agar bo'lsa, trapetsiyaning diagonali va tekislik orasidagi burchak kosinusning qiymatini toping. javob: 0,9

10.129. Rombning bir tomoni tekislikda yotadi va kichik diagonali bu tekislik bilan burchak tashkil qiladi. Rombning o'tmas burchagi ga teng.

Agar bo'lsa, rombning tekisligi va bu tekislik orasidagi ikki yoqli burcha kosinusning qiymatini toping. javob: 0,25

10.130.Teng yonli trapetsiyada katta asosi qolgan barcha tomonlaridan ikki marta katta. Trapetsiyaning diagonali tekislik bilan burchak hosil qiladi. Trapetsiya asosi tekislikda yotadi. Agar bo'lsa, trapetsiya tekisligi va bu tekislik orasidagi ikki yoqli burchak kosinusning qiymatini toping. javob: 0,4

10.131. Rombning bir tomoni tekislikda yotadi. Rombning o'tkir burchagi ga teng. Rombning katta diagonali bu tekislik bilan burchak tashkil qiladi. Agar bo'lsa, rombning tekisligi va bu tekislik orasidagi ikki yoqli burchak kosinusini toping. javob: 0,2

10.132. Parallelogrammning bir tomoni ikkinchi bir tomonidan ikki marta katta va tkir burchagi ga teng. Parallelogrammning katta tomoni tekislikda yotadi. Parallelogrammning katta diagonali bu tekislik bilan burchak tashkil qiladi. Agar bo'lsa, parallelogramm tekisligi va tekisligi orasidagi ikki yoqli burchak kosinusini toping. javob: 0,5

[10.133.To](http://10.133.To)'g'ri burchakli trapetsiyada yon tomoni kichik asosga teng va katta asosi bilan hosil qiladi. Trapetsiyaning katta diagonali tekislik bilan burchak tashkil qiladi. Trapetsiyaning asosi bu a tekislikda yotadi. Agar bo'lsa, trapetsiya va bu tekislik orasidagi ikki yoqli burchak kosinusini toping. javob: 0,2

10.134. Parallelogrammning bir tomoni ikkinchisidan ikki marta katta va tkir burchagi ga teng. Parallelogrammning bir kichik tomoni tekislikda yotadi. Parallelogrammning katta diagonali bu tekislik bilan burchak hosil qiladi. Agar bo'lsa, parallelogrammning kichik diagonali va bu tekislik orasidagi burchak kosinusini toping. javob: 0,25

10.135. Teng yonli trapetsiyaning balandligi kichik asosiga teng va katta asosidan uch marta kichik. Trapetsiyaning diagonali tekislik bilan burchak hosil qiladi. Trapetsiya asosi bu tekislikda yotadi. Agar bo'lsa, trapetsiya va bu tekislik orasidagi ikki yoqli burchak kosinusning qiymatini toping. javob: 0,3

10.136. Parallelogrammning kichik diagonali bir tomoniga perpendikular va bu tomondan 3 marta uzun. Parallelogrammning katta diagonali tekislik bilan burchak tashkil qiladi. Parallelogrammning kichik tomoni bu tekislikda yotadi. Agar bo'lsa, parallelogramm va bu tekislik orasidagi ikki yoqli burchakni toping. javob: .

10.137. Parallelogrammda bir diagonali tomoniga perpendikular va unga teng. Parallelogrammning katta tomonlaridan biri tekislikda yotadi. Parallelogrammning katta diagonali tekislik bilan burchak tashkil qiladi. Agar bo'lsa, parallelogramm va bu tekislik orasidagi ikki yoqli burchak kosinusning qiymatini toping. javob: 0,6.