**11. Piramida. Piramida va uning kesimlari. Kesik piramida. Piramida va kesik piramidaning sirti**

1-ta'rif. Bitta yog'i ixtiyoriy ko'pburchakdan, qolgan yoqlari uchburchaklardan iborat ko‘pyoqqa piramida deyiladi. Ko‘pburchakka piramida asosi, ko'pburchak tekisligida yotmagan nuqtaga piramida uchi deyiladi. Piramida uchini ko'pburchak uchlari bilan tutashtiruvchi kesmalarga piramidaning yon qirralari deyiladi. Piramida uchidan asos tekisligiga tushirilgan perpendikularga piramida balandligi deyiladi. Piramida uchidan asos tomoniga tushirilgan perpendikularga apofema deyiladi (11.26-rasm). - asosining tomoni; MO - balandlik; - piramida asosi; - apofema; - balandlik va yon qirra orasidagi burchak; - yon qirra va asos tekisligi

![](data:application/octet-stream;base64,)

11.26-rasm orasidagi burchak.

Ko'pburchakning ta uchi bo'lsa, piramidaning ta qirrasi, ta uchi, ta yon yog'i va ta yog'i bo'ladi.

3-teorama. Agar piramidaning barcha qirralari asos tekisligi bilan bir xil burchak tashkil etsa, u holda bu piramidaning balandligi uning asosiga tashqi chizilgan aylana markaziga tushadi. Bunda piramidaning barcha qirralari o'zaro teng bo‘ladi (11.27-a rasm).

![](data:application/octet-stream;base64,)

11.27-rasm

4-teorama. Agar piramidaning barcha yon yoqlari asos tekisligi bilan bir xil burchak tashkil etsa, u holda bu piramidaning balandligi uning asosiga ichki chizilgan aylana markaziga tushadi. Bunda piramidaning barcha apofemalari ozaro teng boladi, asosdagi ikki yoqli burchaklar ozaro teng boladi (11.27-b rasm).

Piramida yon yoqlari yuzalarining yig`indisi uning yon sirtini tashkil etadi. Umumiy holda piramidaning yon sirti quyidagi formula yordamida hisoblanadi (11.27-c rasm):

Apofemalar teng bo'lganda piramidaning yon sirti piramida asosi perimetri va apofema ko‘paytmasining yarmiga teng bo‘ladi (11.27-d rasm):

Agar piramidaning asosidagi barcha ikki yoqli burchaklar berilgan bo‘lsa, yon sirt va asos yuzi burchak kosinuslari orqali bog`lanadi (11.27-c rasm):

Agar piramidaning asosidagi barcha ikki yoqli burchaklar o'zaro teng bo'lsa, yon sirt va asos yuzi burchak kosinusi orqali bog`lanadi (11.27-d rasm):

Piramidaning to'la sirti uning yon sirti va asos yuzining yig'indisidan iborat (11.28-rasm):

![](data:application/octet-stream;base64,)

11.28-rasm

1-masala. SABCD muntazam to'rtburchakli piramidaning barcha qirralari teng. qirraning o'rtasi nuqta, qirraning o'rtasi nuqta bo'lsa, va to'g'ri chiziqlar orasidagi burchakni toping.

![](data:application/octet-stream;base64,)

11.29-rasm

Yechish. Piramidaning barcha qirralari uzunligi ga teng bo'lsin. SD yon qirraning o'rtasini bilan belgilaymiz. NK kesma ASD uchburchak uchun o'rta chiziq bo'ladi. Shuning uchun va . Bundan parallelogramm ekanligi kelib chiqadi. U holda ekanligidan va kesishmaydigan to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak va to'g'ri chiziqlar orasidagi burchakka teng. SMK uchburchakning burchagini topamiz, bunda va .

Kosinuslar teoremasiga ko‘ra: . 2-masala. SABCDEF oltiburchakli muntazam piramidaning yon qirralari asos tomonlaridan ikki baravar katta. nuqta asos markazi, nuqta yon qirraning o'rtasi bo'lsa, va to'g'ri chiziqlar orasidagi burchakni toping.

Yechish. Piramida asosining tomonini , yon qirrasini deb belgilaymiz. Kesishmaydigan va to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak, mos ravishda, ularga parallel bo‘lgan, kesishuvchi va FD to‘g‘ri chiziqlar orasidagi burchakka teng.

OM kesma CSF uchburchak uchun o'rta chiziq bo'ladi. FDS teng yonli uchburchakda tomonlari va bo'lgani uchun, izlanayotgan burchak kosinusi:

![](data:application/octet-stream;base64,)

11.30-rasm

3-masala. asosli to'rtburchakli muntazam piramida berilgan. Balandligi asosining markazi bo'lgan nuqtadan o'tadi. AS yon qirrasining o'rtasi orqali asos tekisligiga parallel qilib tekislik o'tkazilgan. SC yon qirraning o'rtasi nuqta va orqali tekisligi o'tkazilgan. Agar berilgan bo‘lsa, va tekisliklar orasidagi ikki yoqli burchakni toping.

Yechish. tekislik asos

![](data:application/octet-stream;base64,)

11.31-rasm tekisligiga parallel bo‘lgani uchun, tekislik va CSD tekislik bilan kesishish chizig`i asos tomoni ga parallel, qidirilayotgan burchak asos tekisligi va tekislik orasidagi burchakka teng. tekislik yon qirra bilan nuqtada kesishsin. U holda kesma CSD uchburchakning o'rta chizig'i bo'ladi. nuqta kesma va uchburchak medianasi ning kesishish nuqtasi.

Agar piramidaning asosiga parallel tekislik bilan kesilganda ikkita geometrik jism hosil bo 'ladi. Kesimning yuqori qismida yangi piramida hosil bo'ladi. Pastki qismida hosil bo'lgan geometrik jismga kesik piramida deyiladi. Kesik piramidaning asoslari o'xshash ko'pburchaklar bo'lib, yon yoqlari esa trapetsiyalardan iboratdir. Oxshash kopburchaklarning mos uchlarini tutashtiruvchi kesmalar kesik piramidaning yon qirralari hisoblanadi. Asoslar orasidagi masofaga kesik piramidaning balandligi deyiladi. Asoslarning mos tomonlari orasidagi masofaga kesik piramidaning apofemasi deyiladi (11.43rasm). 11.43-rasmga ko'ra quyidagicha belgilash kiritamiz:

balandligi;

![](data:application/octet-stream;base64,)

11.43-rasm -kesik piramida apofemasi; katta asos yuzi; kichik asos yuzi. Umumiy holda berilgan kesik piramidaning yon yoqlari teng yonli bo‘lmagan trapetsiyalardan iborat bo‘ladi. Agar kesik piramidaning barcha yon qirralari o'zaro teng bo'lsa, u holda uning barcha yon yoqlari teng yonli va o'zaro teng trapetsiyalar bo‘ladi.

Agar kesik piramida balandligi uning asoslariga tashqi chizilgan aylana markaziga tushsa, u holda bu piramidaning barcha yon qirralari o'zaro teng bo'lib, bu qirralar asoslar bilan bir xil burchak tashkil etadi. Umumiy holda yon qirralar uzunliklari turlicha bo‘lib, ular asoslar bilan turlicha burchakka og‘adi. Eng uzun qirra eng kichik burchakka va eng kichik qirra eng katta burchakka og`adi (11.44-a rasm).

![](data:application/octet-stream;base64,)

b)

**11.44-rasm**

Agar kesik piramida balandligi uning asoslariga ichki chizilgan aylana markaziga tushsa, u holda bu piramidaning barcha apofemalari o'zaro teng bo'lib, bu apofemalar asoslar bilan bir xil burchak tashkil etadi. Umumiy holda apofemalar uzunliklari turlicha bo‘lib, ular asoslar bilan turlicha burchak tashkil etadi. Eng uzun apofema eng kichik burchakka va eng kichik apofema eng katta burchakka og`adi (11.44-b rasm).

Kesik piramida yon yoqlari yuzalarining yig`indisi uning yon sirtini tashkil qiladi. Umumiy holda kesik piramidaning yon sirti quyidagi formula yordamida aniqlanadi ((11.44-a rasm):

Agar kesik piramidaning barcha apofemalari o'zaro teng bo'lsa, u holda uning yon sirti asoslar perimetrlari o'rta arifmetigi bilan apofemasi ko'paytmasiga teng bo‘ladi:

Kesik piramida to'la sirti yon sirti va asoslar yuzlarining yig'indisiga teng bo‘ladi:

Agar kesik piramidaning barcha yon yoqlari asos tekisligiga bir xil burchak ostida ogishsa, yon sirt va asos yuzalari orasida quyidagi boglanish mavjud bo'ladi:

Kesik piramida asoslari o'xshash ko'pburchaklar bo'lib, o'xshashlik koeffitsiyenti quyidagicha bo‘ladi:

Agar kesik piramidaning katta asosi yuzi , kichik asosi yuzi va balandligi h ma'lum bo'lsa, kesilmagan katta piramidaning balandligi va ustidan kesib olib tashlangan kichik piramidaning balandligi quyidagicha bo‘ladi (11.43-rasm):

**Mustaqil ishlash uchun masalalar**