**11. Prizma. Prizma kesimlarini yasash va tekislikda tasvirlash. To'g'ri prizma. Prizmaning sirti**

Ikkita parallel tekislik va bu tekisliklarda yotuvchi ikkita teng ko'pburchak berilgan bo'lsin. Bu ko'pburchaklarning mos uchlarini parallel kesmalar bilan tutashtirib ko'pyoq hosil qilaymiz.

1-ta'rif. Ikkita asosi ko'pburchak qolgan yoqlari parallelogrammlardan iborat ko'pyoqqa prizma deyiladi (11.4-a rasm). Asoslari muntazam ko'pburchaklar bo'lib, yon yoqlari to'g'ri to'rtburchaklardan iborat bo'lgan prizma muntazam prizma deyiladi.

Prizmaning asoslar bir-biriga parallel va tengdir. Ko'pburchak tomonlari asos qirralarl deyiladi. Ko'pburchaklarning mos uchlarini tutashtiruvchi kesmalar prizmaning yon qirralari deyiladi. Agar prizmaning yon qirralari uning asoslariga perpendikular bo'lsa, bunday prizmaga prizma (11.4-b rasm), aks holda og'ma prizma (11.4-c rasm) deyiladi. Ko'pyoqning bitta yog'ida yotmagan ixtiyoriy ikkita uchini tutashtiruvchi kesmalar uning dlagonallari deyiladi. Asoslar orasidagi masofaga prizmaning balandligi deyiladi. Yon qirralar va ko'pburchak tomonlaridan iborat to'rtburchakka prizmaning yon deyiladi. Yon yoqlar to'g'ri prizmada to'g'ri to'rtburchak shaklida, og'ma prizmada esa parallelogramm shaklida bo'ladi. To'g'ri prizmada balandlik yon qirraga teng bo'ladi.

|  |
| --- |
|  |
| *11.4.-rasm* |

Prizmaning asosidagi ko'pburchakning tomoni ta bo'lsin, u holda prizmaning ta qirrasi, ta uchi, ta yon yog'i va ta yog'i mavjud

bo'ladi ( ). To'g'ri prizmaning balandlik o'rtasidan o"tuvchi asoslarga parallel bo'lgan bitta simmetriya tekisligi mavjud.

2-ta'rif. Prizma yon yoqlari yuzalarining yig'indisiga yon sirti deyiladi va u quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

Bu yerda: -prizma asosi perimetri, -prizmaning balandligi. Prizmaning to 'la sirti uning yon sirti va ikkita asos yuzlarining yig'indisidan iborat bo'ladi (11.5-rasm).

Xususiy holda to'g'ri prizmaning balandligi uning yon qirrasiga teng bo'ladi.

|  |
| --- |
|  |
| *11.5-rasm* |

1-masala. Muntazam uchburchakli prizmaning asos tomoni yon qirrasidan ikki marta katta bo'lsa, ikkita yon yoqlarining kesishmaydigan diagonallari orasidagi burchakni toping.

Yechish. muntazam uchburchakli prizma berilgan bo'lsin, bu yerda va to'g'ri chiziqlar orasidagi burchakni topish

kerak. Buning uchun va qirralarning o'rtasini, mos ravishda, va bilan belgilaymiz. U holda va kesmalar va uchburchaklarning o'rta chizig'i bo'lgani uchun va . Demak, kesishmaydigan va to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak va to'g'ri chiziqlar orasidagi burchakka teng.

|  |
| --- |
|  |
| *11.6-rasm* |

nuqta nuqtaning uchburchakdagi proyeksiyasi bo'lsin, u holda nuqta qirraning o'rtasi, kesma esa uchburchakning o'rta chizig'i, to ri burchakli uchburchakdan ,

Kosinuslar teoremasiga ko'ra, . 2-masala. uchburchakli muntazam prizma berilgan. Prizmaning yon qirrasi va asosining tomoni 3:2 kabi nisbatda. va tekisliklar orasidagi burchakni toping.

Yechish. Prizmaning asoslari parallel bo'lgani uchun va tekisliklar orasidagi burchak va tekisliklar orasidagi burchakka teng. Bu tekisliklar chiziq bo'ylab kesishadi.

|  |
| --- |
|  |
| *11.7-rasm* |

nuqta qirraning o'rtasi bo'lsin. U holda va . chiziqli burchak biz qidirayotgan ikki yoqli burchak bo'ladi. holda va Demak, va bo'ladi.

3-masala. asosli to'rtburchakli muntazam prizmaning diagonali orqali to'g'ri chizig'iga parallel qilib tekislik o'tkazilgan. Agar bo'lsa, prizma asosi va tekislik orasidagi ikki yoqli burchakni toping.

Yechish. tekislik va tekisligi ga parallel bo'lgan to'g'ri chiziq bo'ylab kesishadi. to'g'ri chiziq nuqtadan o'tadi. kesma ning tekisligidagi proyeksiyasi bo'lsa, bo'lgani uchun bo'ladi. Uch perpendikular haqidagi teoremaga asosan burchak qidirilayotgan ikki yoqli burchak bo'ladi.

|  |
| --- |
|  |
| *11.8-rasm* |

deb belgilasak, masala shartiga ko'ra bo'ladi. to'g'ri burchakli uchburchakdan: . Natijada kelib chiqadi.

4-masala. Asosi uchburchakdan iborat to'g'ri prizma asosining tomonlari va medianasi bo'lsin. uchburchak medianalari kesishish nuqtasi va yon yoqlarining, mos ravishda, markazlari va nuqtalar orqali tekislik o'tkazilgan. Agar bo'lsa, uchidan shu tekislikkacha bo'lgan masofani toping.

Yechish. kesma qirraga parallel bo'lgani uchun, uchburchakning o'rta chizig'i bo'ladi. Demak, kesma va tekisliklarga ham parallel. tekislik asosni to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan to'g'ri chiziqda kesadi. va nuqtalar, mos ravishda, tekislikning va qirralar bilan kesishish nuqtasi bo'lsin. U holda . va nuqtalar tekislikning va qirralar bilan kesishish nuqtalari bo'lsin. asos medianasi va to'g'ri chiziq kesishish nuqtasi bo'lsin. U holda va uchburchaklar tengligidan:

|  |
| --- |
|  |
| *11.9-rasm* |

va uchburchaklarning o'xshash koeffitsiyenti , demak, . nuqtadan to'g'ri chiziqqa perpendikular o'tkazamiz. U holda .

FH - EFO to'g'ri burchakli uchburchakning balandligi bo'lsin. U holda va , demak, tekislikka perpendikular. tenglikdan nuqtadan tekislikkacha masofa . kesma va tekislikning kesishish nuqtasi bo'lsa, nuqtadan tekislikkacha masofa nuqtadan tekislikkacha bo'lgan masofadan ikki marta kichik. - kesmaning o'rtasi, demak, qidirilgan masofa kesma uzunligiga teng.

5-masala. muntazam uchburchakli prizmada yon qirrasining asos tomoniga nisbati nuqta qirraning o'rtasi. to'g'ri chiziq va tekislik orasidagi burchakni toping.

Yechish. qirraning o'rtasi bo'lsin. parallelogramm bo'lgani uchun . Demak, qidirilayotgan buchak og'ma va tekislik orasidagi burchak.

|  |
| --- |
|  |
| *11.10-rasm* |

nuqtadan chiziqqa perpendikular o'tkazamiz. va bo'lgani uchun to'g'ri chiziq tekislikka perpendikular. Demak, qidirilayotgan burchak . bo'lsa, bo'ladi. perpendikular teng yonli uchburchakning uchidan tushirilgan balandligidan ikki marta kichik:

to 'g'ri burchakli uchburchakdan

Demak, va natijada . 6-masala. muntazam prizmaning asosi bo'lsin. , nuqtalar, mos ravishda, va qirraning o'rtalari. Agar bo'lsa, to'g'ri chiziq va tekislik orasidagi burchakni toping.

Yechish. va to 'g'ri chiziqlar nuqtada, va to'g'ri chiziq esa nuqtada kesishsin. U holda nuqta tekislikda yotadi, uchburchak uchburchakka, esa uchburchakka teng. Demak, nuqta qirraning o'rtasi. va , mos ravishda, va uchburchaklarning o'rta chizig'i, shuning uchun va , ya'ni tekislikdagi ikkita kesishuvchi va chiziqlarga parallel bo'lgan tekislikdagi va

ikki to'g'ri chiziq. Bundan bu ikki tekislikning parallelligi kelib chiqadi, chiziq va tekislik orasidagi burchak shu chiziq bilan tekislik orasidagi burchakka teng.

|  |
| --- |
|  |
| *11.11-rasm* |

kvadratning markazi, to ri burchakli uchburchakning balandligi bo'lsin. U holda to'g'ri chiziq tekislikka perpendikular. ning tekislikdagi proyeksiyasi. to'g'ri chiziq va tekislik orasidagi burchak bo'ladi. bo'lsa, va . Demak, . Bundan . 7-masala. muntazam uchburchakli prizma asosining tomoni 30 ga, yon qirrasi 20 ga teng. va to'g'ri chiziqlar orasidagi masofani toping.

Yechish. uchidan qirraga parallel to'g'ri chiziq o'tkazamiz va to'g'ri chiziq bilan kesishgan nuqtani bilan belgilaymiz. U holda parallelogramm, undan va ekani kelib chiqadi. to"g'ri chiziq tekislikka parallel, va to'g'ri chiziqlar orasidagi masofa to'g'ri chiziqning ixtiyoriy nuqtasidan tekislikkacha bo'lgan masofaga teng. nuqtadan tekislikkacha bo'lgan masofani topamiz. teng yonli uchburchakning balandligi bo'lsin. U holda KBC teng yonli uchburchakning balandligi, demak, to"g"ri burchakli uchburchakning balandligi tekislikdagi va to'g'ri chiziqlarga perpendikular. Bundan to'g'ri chizig'i tekislikka perpendikular.

|  |
| --- |
|  |
| *11.12-rasm* |

uchburchakning o'rta chizig'i, shuning uchun . Pifagor teoremasiga ko'ra: . Natijada . 8-masala. to'g'ri prizmaning asosi tomoni ga teng bo'lgan kvadratdan iborat. Yon qirrasi 5 ga teng. va chiziqlar orasidagi masofani toping.

Yechish. kvadratning markazi nuqtadan to'g'ri chiziqqa perpendikular o'tkazamiz. to'g'ri chiziq tekislikdagi kesishuvchi va to'g'ri chiziqlarga perpendikular bo'lgani uchun tekislikka ham perpendikular bo'ladi. Bundan to'g'ri chiziq ga perpendikular va kesma va chiziqlarga umumiy perpendikular.

|  |
| --- |
|  |
| *11.13-rasm* |

to ' g 'ri burchakli uchburchakning balandligi, katetlari , va glpotenuzasi .

Bundan uchburchakning o'rta chizig'1 bo'lganl uchun .

**Mustaqil ishlash uchun masalalar**

11.5. Prizma asosi teng yonli uchburchakdan iborat, bu uchburchakning yon tomoni 5 ga va asosi 8 ga teng. Agar prizma balandligi asosdagi uchburchakning asosiga tushgan balandlik uzunligiga teng bo'lsa, prizma yon sirtini toping. javob: 54

11.6. To'g'ri parallelepipedning balandligi 7 ga teng, asosining tomonlari uzunliklari 4 va 6 ga teng. Bu parallelepiped yon sirtining yuzini toping. Javob: 126

11.7. Uchburchakli muntazam prizma asosining tomoni uzunligi 1 ga va yon sirti esa ga teng bo'lsa, prizma yon yog'ining diagonali uzunligini toping. Javob: 4

11.8. Uchburchakli muntazam prizma asosining tomoni uzunligi ga va yon qirrasi uzunligi ga teng bo'lsa, prizmaning to'la sirtini toping. Javob: 10,5

11.9. To'g'ri prizmaning asosi muntazam uchburchakdan iborat bo'lib, uning yuzi ga teng. Agar prizma balandligi asosi tomonidan 3 marta katta bo'lsa, prizma yon sirtini toping. Javob: 324

11.10. To'g'ri prizmaning asosi tomonlari 25, 26 va 29 ga teng. Agar prizmaning yon sirti 1620 ga teng bo'lsa, prizmaning balandligi uzunligini toping. Javob: 20,25

11.11. To'g'ri prizmaning asosi teng yonll to'g'ri burchakli uchburchakdan iborat bo'llb, yuzi 18 ga teng. Agar prizmaning balandligi ga teng bo'lsa, prizma yon sirtinl toping. javob: 12

11.12. Prizmaning asosi kvadratdan iborat bo'lib, tomoni uzunligi ga teng. Prizmaning bitta yon yog'i ham kvadrat, qolganlari esa o'tkir burchagi rombdan iborat. Prizmaning to 'la sirti yuzini toping. javob: 13

11.13. Uchburchakli muntazam prizmaning yon qirrasi bo'yicha ikkinchi yon yog"iga perpendikular o'tkazilgan. Kesimning yuzi ga va asosining tomoni uzunligi ga teng bo'lsa, prizmaning to'la sirti yuzini toping. javob: 7,5

11.14. To'g'ri prizmaning asosi rombdan iborat. Diagonal kesimlari yuzlari 3 va 4 ga teng bo'lsa, prizmaning yon sirti yuzini toping. javob: 10

11.15. To'rtburchakli muntazam prizmaning diagonal ga teng va asos tekisligi bilan burchak tashkil qiladi. Prizma asoslarining qarama-qarshi tomonlari bo'yicha o'tkazilgan kesim yuzini toping. javob:3

11.16. to'rthurchakli muntazam prizmaning uchi va diagonali orqali tekislik o'tkazilgan. Agar va bu tekislik asos bilan hosil qilgan burchagi ga teng bo'lsa, bu kesim yuzini aniqlang. javob: 1

11.17. prizmaning va uchlari orqali tekislik tkazilgan, bu tekislik asos tekisligi bilan burchak hosil qiladi. Agar prizmaning asos tomoni uzunligi 4 ga teng bo'lsa, bu tekislikning hosil qilgan kesimi yuzini toping. Javob: 16

11.18. Prizmaning asosi tomoni uzunligi 1 ga teng kvadratdan iborat. Bitta yog'i ham kvadrat, qolganlari esa o'tkir burchagi teng rombdan iborat. Prizma to"la sirtining yuzini toping. javob:

11.19. To'g'ri prizmaning asosi tomonlari 5,5 va 8 ga teng uchburchakdan iborat. Asosining katta tomoni va unga qarama-qarshi yon qirrasining o'rtasidan o'tkazilgan tekislik asos tekisligi bilan burchak hosil qiladi. Bu kesimning yuzini toping. javob:

11.20. To'g'ri prizmaning balandligi 8 ga teng. asosi teng yonli, o'tkir burchagi trapetslyadan iborat. Trapetslyaning bir asosi ikkinchisidan 6 ga ko'p va o'rta chizig'i 8 ga teng. Bu prizma to'la sirtining yuzini toping. javob:

11.21. Uchburchakli muntazam prizmaning barcha qirralari 1 ga teng. Yuqorigi asosi bir uchining asosdagi proyeksiyasi asosining medianalari kesishgan nuqtasida. Bu prizmaning yon sirtini toping. javob:

11.22. to"g"ri prizmaning tekisligi asosga da og gan. Agar bo'lsa, prizmaning yon sirtini toping. javob: 720

11.23. prizmaning asosi muntazam uchburchak bo'lib, tomoni uzunligi 2 ga teng. va ma'lum bo'lsa, prizmaning balandligini toping. javob:

11.24. To'rtburchakli muntazam prizma asosining tomoni 117 ga teng. Yon qirrasi esa ga teng. Asosi tomoni va u bilan kesishmaydigan diagonal orasidagi masofani toping. javob: 6