

«به انتخاب خود به ۷ سوال از تمرینات داده شده پاسخ مناسب بدهید.»

۱- برای هر کدام از ماتریس‌های زیر، ماتریس وارون، مقادیر ویژه و بردارهای ویژه را به دست آورید.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1.2 & -5 \\ 0.15 & -0.8 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 & -3 & -1 \\ 2 & 7 & 5 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

۲- با توجه به ماتریس‌های تمرین ۱، دستگاه‌های معادلات زیر را حل کنید.

$$CX = \begin{bmatrix} 3.6 \\ 0.45 \end{bmatrix}, \quad (A + 2B)X = \begin{bmatrix} 0 \\ 15 \end{bmatrix}, \quad B^2X = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad (D + 2I)X = \begin{bmatrix} 0 \\ -30 \\ -15 \end{bmatrix},$$

$$(BE - EB)X = \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \end{bmatrix}$$

۳- یک زمین‌شناس، دو نمونه سنگ جمع‌آوری کرده که هر دو از ترکیب هماتیت (با چگالی ۵/۳ گرم بر سانتی‌متر مکعب) و کوارتز (با چگالی ۲/۶۵ گرم بر سانتی‌متر مکعب) تشکیل شده‌اند و حاوی مشخصات زیر هستند. جرم هماتیت و کوارتز را در هر نمونه به دست آورید.

- نمونه‌ی اول: جرم ۱۲۰ گرم و چگالی ۴/۲ گرم بر سانتی‌متر مکعب.
- نمونه‌ی دوم: جرم ۸۰ گرم و چگالی ۳/۵ گرم بر سانتی‌متر مکعب.

۴- یک نمونه سنگ ۱۰۰ گرمی از سه کانی ایلمنیت ( $\text{FeTiO}_3$ )، مگنتیت ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ) و هماتیت ( $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ) تشکیل شده است. درصد‌های جرمی عناصر در نمونه شامل ۶۰ درصد آهن (Fe)، ۱۰ درصد تیتانیوم (Ti) و ۳۰ درصد اکسیژن (O) است. همچنین نسبت ترکیبات کانی‌ها از این قرار است:

- ایلمنیت: ۳۶,۸٪ آهن، ۳۱,۶٪ تیتانیوم، ۳۱,۶٪ اکسیژن.
- مگنتیت: ۷۲,۴٪ آهن، ۲۷,۶٪ اکسیژن.
- هماتیت: ۶۹,۹٪ آهن، ۳۰,۱٪ اکسیژن.

جرم هر کانی در نمونه چقدر است؟

۵- در هر کدام از موارد زیر، زاویه‌ی میان دو بردار داده شده را به دست آورده، حاصلضرب‌های داخلی و خارجی آن‌ها را محاسبه نمایید.

a.  $\vec{v} = \vec{i}$ ,  $\vec{w} = -\vec{j}$

- b.  $\vec{v} = (4,0)$  ,  $\vec{w} = (1,1)$   
 c.  $\vec{v} = (1,1)$  ,  $\vec{w} = (1,-1)$   
 d.  $\vec{v} = 3\mathbf{i} - \mathbf{k}$  ,  $\vec{w} = -2\mathbf{i} + \mathbf{j} + 5\mathbf{k}$   
 e.  $\vec{v} = (1,6,-2)$  ,  $\vec{w} = (1,-1,-3)$

۶- در هر کدام از موارد تمرین ۵ تصویر بردار  $\mathbf{w}$  را بر بردار  $\mathbf{v}$  به دست آورید.

۷- در تمرین ۵.C بردارهای یگه‌ی متناظر را محاسبه کنید. تعیین کنید که بردارهای کدام یک از موارد تمرین ۵ متعامدند.

با در نظر گرفتن نقاط زیر، به سؤالات مربوطه پاسخ دهید:

$$A = (1, -1), \quad B = (-2, 0), \quad C = (1, 0, -1), \quad D = (0, 0, 0), \quad E = (-2, 7, -1), \quad F = (-3, 1), \\ G = (0, 2, 6)$$

۸- مساحت مثلث‌های  $ABF$  ،  $DEG$  و  $BDG$  را محاسبه نمایید.

۹- حجم هرمی را پیدا کنید که رأس‌های آن از نقاط  $C, D, E$  و  $G$  تشکیل شده است.

۱۰- معادله‌ی خطوط  $BD, AF$  را به دست آورده، مختصات نقطه تقاطع آن‌ها را بیابید.

۱۱- معادله‌ی خطوط  $AD, BF$  را به دست آورده، فاصله مبدأ را از هر دو خط محاسبه کنید. آیا می‌توان نقطه‌ای یافت که

فاصله‌های آن از هر دو خط برابر باشند؟

۱۲- در تمرین ۸، معادله‌ی صفحات شامل بر هر کدام از سه مثلث را به دست آورید. زاویه‌های دوجه‌دو میان صفحات را پیدا کنید.

۱۳- معادله‌ی هر کدام از خطوط  $EF, DG, BC$  و  $CD$  را به دست آورده، بردارهای هادی هر کدام را مشخص نمایید.