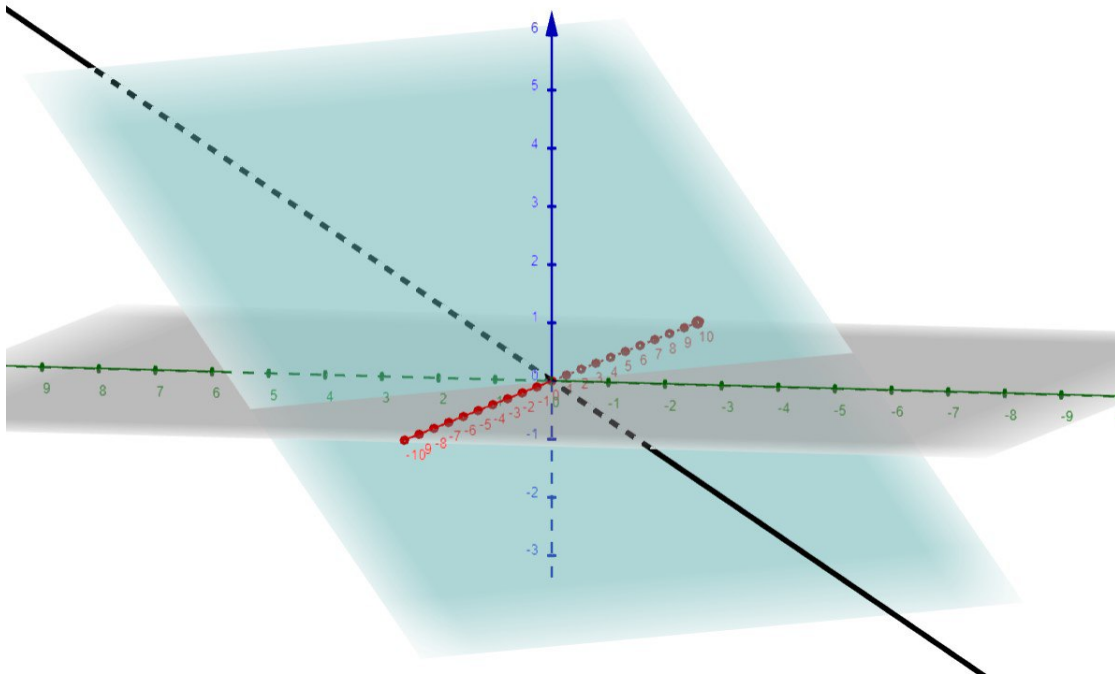


Задание 1. Линейный оператор и спектральный анализ

Пункт А

1) График:



2) Найдем ПП L как прямую пересечения плоскостей $x-y+z=0$ и $2x-3y+4z=0$:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & 4 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$X = C \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - \text{прямая пересечения. }]a = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

L_2 - плоскость с нормалью $n = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}$. Проектирование параллельно плоскости - то же самое, что перпендикулярно нормали.

Спроектируем вектор $X = \begin{pmatrix} X1 \\ X2 \\ X3 \end{pmatrix}$ на n .

$$Pr_n X = \frac{a_0 \|n\|}{\cos(n1, a)} = a \frac{(n1, n1)}{(n1, a)} = a \frac{(x, n)}{(n, n)} \frac{(x, n)}{(n, n)} \frac{(n, n)}{(x, n)} \frac{(n, n)}{(n, a)} = a \frac{(x, n)}{(n, a)} \quad (2)$$

$$A_X = a \frac{(x, n)}{(n, a)}(n, a) = 4, A_X = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} (x, n) \quad (3)$$

3) Составим матрицу A в базисе i, j, k

$$A_i = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1 \\ 1/2 \end{pmatrix}, A_j = \begin{pmatrix} 3/4 \\ 3/2 \\ 3/4 \end{pmatrix}, A_k = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1/2 & 3/4 & -1 \\ 1 & 3/2 & -2 \\ 1/2 & 3/4 & -1 \end{bmatrix}$$

4) Диагонализировать матрицу: Найдем С.Ч.

$$A = \begin{bmatrix} 1/2 - \lambda & 3/4 & -1 \\ 1 & 3/2 - \lambda & -2 \\ 1/2 & 3/4 & -1 - \lambda \end{bmatrix} = \lambda^2 - \lambda^3 \Rightarrow \lambda = 0(m=2), \lambda = 1(m=1)$$

$$\lambda = 0 : X = C1 \begin{pmatrix} -3/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + C2 \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\lambda = 1 : X = C3 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$T = \begin{bmatrix} -3/2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1/2 & 2 \\ -1/2 & -3/4 & 2 \\ 1/2 & 3/4 & -1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\tilde{A} = T^{-1}AT = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

5) Смысл оператора - проектирование на прямую с направляющим вектором $(1, 2, 1)$ параллельно плоскости $2x+3y-4z = 0$

