

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
Факультет программной инженерии и компьютерной техники
Дисциплина «Дискретная математика»

Курсовая работа
Часть 2
Вариант 107

Студент:
Собитов Анвархон
Акмалович
Группа: Р3115

Преподаватель:
Поляков Владимир Иванович

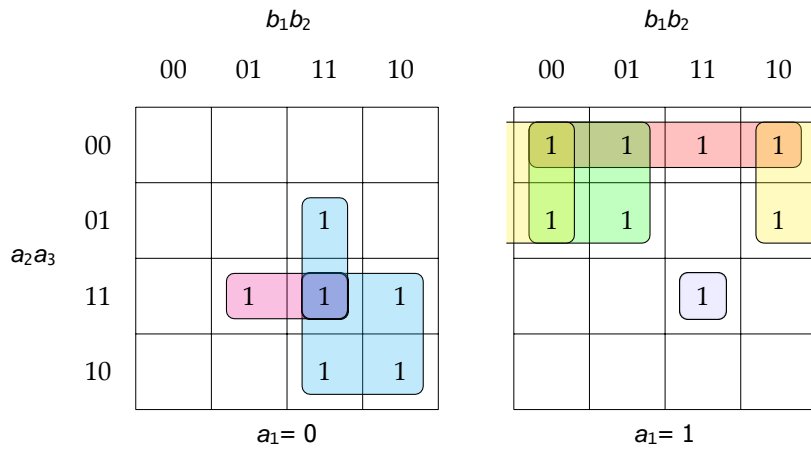
Задание

Построить комбинационную схему реализующую функцию $C = (A \bmod 6 + B) \bmod 8$ (A — 3 бита, B — 2 бита, C — 3 бита). При переносе устанавливается бит e .

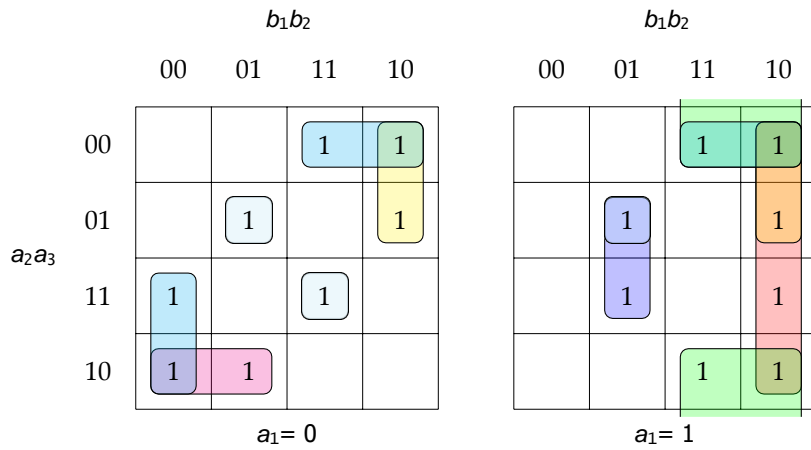
Таблица истинности

| № | a_1 | a_2 | a_3 | b_1 | b_2 | c_1 | c_2 | c_3 | e |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 7 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 9 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 10 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 11 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 12 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 13 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 14 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 15 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 16 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 17 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 18 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 19 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 20 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 21 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 22 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 23 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 24 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 25 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 26 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 27 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 28 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 29 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 30 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 31 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

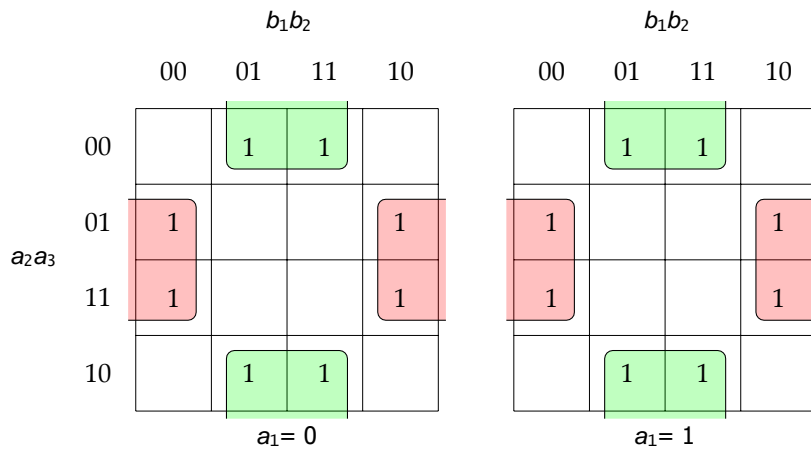
Минимизация булевых функций на картах Карно



$$c_1 = a_1 \bar{a}_2 \bar{a}_3 \vee a_1 \bar{a}_2 b_1 \vee a_1 \bar{a}_2 b_2 \vee \bar{a}_1 a_2 b_1 \vee a_2 a_3 b_1 b_2 \vee \bar{a}_1 a_2 a_3 b_2 \vee \bar{a}_1 a_3 b_1 b_2 \quad (S_Q = 31)$$



$$c_2 = a_1 b_1 \bar{b}_2 \vee a_1 \bar{a}_3 b_1 \vee \bar{a}_2 b_1 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_2 \bar{a}_3 b_1 \vee a_1 a_3 \bar{b}_1 b_2 \vee \bar{a}_1 a_2 \bar{a}_3 \bar{b}_1 \vee \bar{a}_1 a_2 b_1 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_2 a_3 \bar{b}_1 b_2 \vee \bar{a}_1 a_2 a_3 b_1 b_2 \quad (S_Q = 42)$$



$$c_3 = a_3 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_3 b_2 \quad (S_Q = 6)$$

| | | | | | | | | | | | |
|-----------|----|-----------|----|----|----|--|--|-----------|----|----|----|
| | | $b_1 b_2$ | | | | | | $b_1 b_2$ | | | |
| | | 00 | 01 | 11 | 10 | | | 00 | 01 | 11 | 10 |
| $a_2 a_3$ | 00 | | | | | | | | | | |
| | 01 | | | | | | | | | 1 | |
| | 11 | | | | | | | | | | |
| | 10 | | | | | | | | | | |
| | | $a_1 = 0$ | | | | | | $a_1 = 1$ | | | |

$$e = a_1 \bar{a}_2 \bar{a}_3 b_1 b_2 \quad (S_Q = 5)$$

Преобразование системы булевых функций

$$\begin{aligned}
 c_1 &= a_1 \bar{a}_2 \bar{a}_3 \vee a_1 \bar{a}_2 \bar{b}_1 \vee a_1 \bar{a}_2 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_1 a_2 b_1 \vee a_2 a_3 b_1 b_2 \vee \bar{a}_1 a_2 a_3 b_2 \vee \\
 &\quad \vee a_1 a_3 \underline{b_1} b_2 \quad (S_Q^{c_1} = 31) \\
 c_2 &= a_1 b_1 \underline{b_2} \vee a_1 a_3 b_1 \underline{b_2} \vee a_2 b_1 b_2 \vee a_2 a_3 b_1 \vee a_1 a_3 b_1 b_2 \vee a_1 a_2 a_3 b_1 \vee \\
 &\quad \vee \bar{a}_1 \underline{a_2} b_1 b_2 \vee \bar{a}_2 a_3 b_1 b_2 \vee \bar{a}_1 a_2 a_3 b_1 b_2 \quad (S_Q^{c_2} = 42) \\
 c_3 &= a_3 b_2 \vee \bar{a}_3 b_2 \quad (S_Q^{c_3} = 6) \\
 e &= a_1 \bar{a}_2 \bar{a}_3 b_1 b_2 \quad (S_Q^e = 5)
 \end{aligned}$$

$$(S_Q = 84)$$

Проведем раздельную факторизацию системы.

$$\begin{aligned}
 c_1 &= a_2 a_3 \underline{b_2} (\underline{b_1} \vee \underline{\bar{a}_1}) \vee a_1 \bar{a}_2 \bar{a}_3 \vee \bar{b}_1 \vee \bar{b_2} \vee \bar{a}_1 \underline{b_1} (\underline{a_2} \vee a_3 \underline{b_2}) \quad (S_Q^{c_1} = 22) \\
 c_2 &= a_1 \bar{a}_3 \bar{b_1} \vee \bar{a}_3 \bar{b_2} \vee a_1 a_2 a_3 b_1 \vee a_1 a_2 a_3 b_2 \vee a_1 a_2 a_3 b_1 b_2 \quad (S_Q^{c_2} = 31) \\
 c_3 &= a_3 b_2 \vee \bar{a}_3 b_2 \quad (S_Q^{c_3} = 6) \\
 e &= a_1 \bar{a}_2 \bar{a}_3 b_1 b_2 \quad (S_Q^e = 5)
 \end{aligned}$$

$$(S_Q = 64)$$

Проведем раздельную факторизацию системы.

$$\begin{aligned}
 c_1 &= a_2 a_3 \underline{b_2} (\underline{b_1} \vee \underline{\bar{a}_1}) \vee a_1 \bar{a}_2 \bar{a}_3 \vee \bar{b_1} \vee \bar{b_2} \vee \bar{a}_1 b_1 (\underline{a_2} \vee a_3 \underline{b_2}) \quad (S_Q^{c_1} = 22) \\
 c_2 &= a_1 \bar{a}_3 \bar{b_1} \vee \bar{a}_3 \bar{b_2} \vee a_1 a_2 a_3 b_1 \vee a_1 a_2 a_3 b_2 \vee a_1 a_2 a_3 b_1 b_2 \quad (S_Q^{c_2} = 31) \\
 c_3 &= a_3 b_2 \vee \bar{a}_3 b_2 \quad (S_Q^{c_3} = 6) \\
 e &= a_1 \bar{a}_2 \bar{a}_3 b_1 b_2 \quad (S_Q^e = 5)
 \end{aligned}$$

$$(S_Q = 61)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\phi_0 = a_3 b_2, \quad \bar{\phi}_0 = \bar{a}_3 \vee \bar{b}_2$$

$$\begin{aligned} & \phi_0 = a_3 b_2 \quad (S_Q^{\phi_0} = 2) \\ & c_1 = \phi_0 \bar{a}_2 (\bar{a}_1 \vee b_1) \vee a_1 \bar{a}_2 \bar{\phi}_0 \vee b_1 \vee a_1 \bar{b}_1 (\phi_0 \vee \bar{a}_2) \quad (S_Q^{c_1} = 18) \\ & c_2 = (a_1 \vee a_2) \bar{\phi}_0 b_1 \vee b_1 b_2 \vee a_3 b_1 \vee \phi_0 a_1 a_2 b_1 \vee \phi_0 a_1 a_2 b_1 \quad (S_Q^{c_2} = 24) \\ & c_3 = a_3 b_2 \bar{a}_3 b_2 \quad (S_Q^{c_3} = 6) \\ & e = \phi_0 a_1 a_2 b_1 \quad (S_Q^e = 4) \\ & (S_Q = 55) \end{aligned}$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\phi_1 = \phi_0 b_1, \quad \bar{\phi}_1 = \bar{\phi}_0 \vee \bar{b}_1$$

$$\begin{aligned} & \phi_0 = a_3 b_2 \quad (S_Q^{\phi_0} = 2) \\ & c_3 = a_3 b_2 \vee a_3 b_2 \quad (S_Q^{c_3} = 6) \\ & \phi = \phi b \quad (S_Q^{\phi_1} = 2) \\ & c_1 = \phi_0 a_2 (\bar{a}_1 \vee b_1) \vee \phi_1 a_1 a_2 \vee a_1 b_1 (\phi_0 \vee a_2) \quad (S_Q^{c_1} = 16) \\ & c_2 = (a_1 \vee \bar{a}_2) \bar{\phi}_0 b_1 \vee b_1 b_2 \vee \bar{a}_3 b_1 \vee \phi_1 \bar{a}_1 a_2 \vee \bar{\phi}_0 \bar{a}_1 a_2 b_1 \quad (S_Q^{c_2} = 23) \\ & e = \phi_1 a_1 a_2 \quad (S_Q^e = 3) \\ & (S_Q = 54) \end{aligned}$$

Проведем раздельную факторизацию системы.

$$\begin{aligned} & \phi_0 = a_3 b_2 \quad (S_Q^{\phi_0} = 2) \\ & c_3 = a_3 b_2 \vee a_3 b_2 \quad (S_Q^{c_3} = 6) \\ & \phi = \phi b \quad (S_Q^{\phi_1} = 2) \\ & c_1 = \phi_0 a_2 (\bar{a}_1 \vee b_1) \vee \phi_1 a_1 a_2 \vee a_1 b_1 (\phi_0 \vee a_2) \quad (S_Q^{c_1} = 16) \\ & c_2 = a_1 a_2 \bar{\phi}_1 \vee \phi_0 b_1 \vee (a_1 \vee a_2) \bar{\phi}_0 b_1 \vee b_1 b_2 \vee a_3 b_1 \quad (S_Q^{c_2} = 22) \\ & e = \phi_1 a_1 a_2 \quad (S_Q^e = 3) \\ & (S_Q = 53) \end{aligned}$$

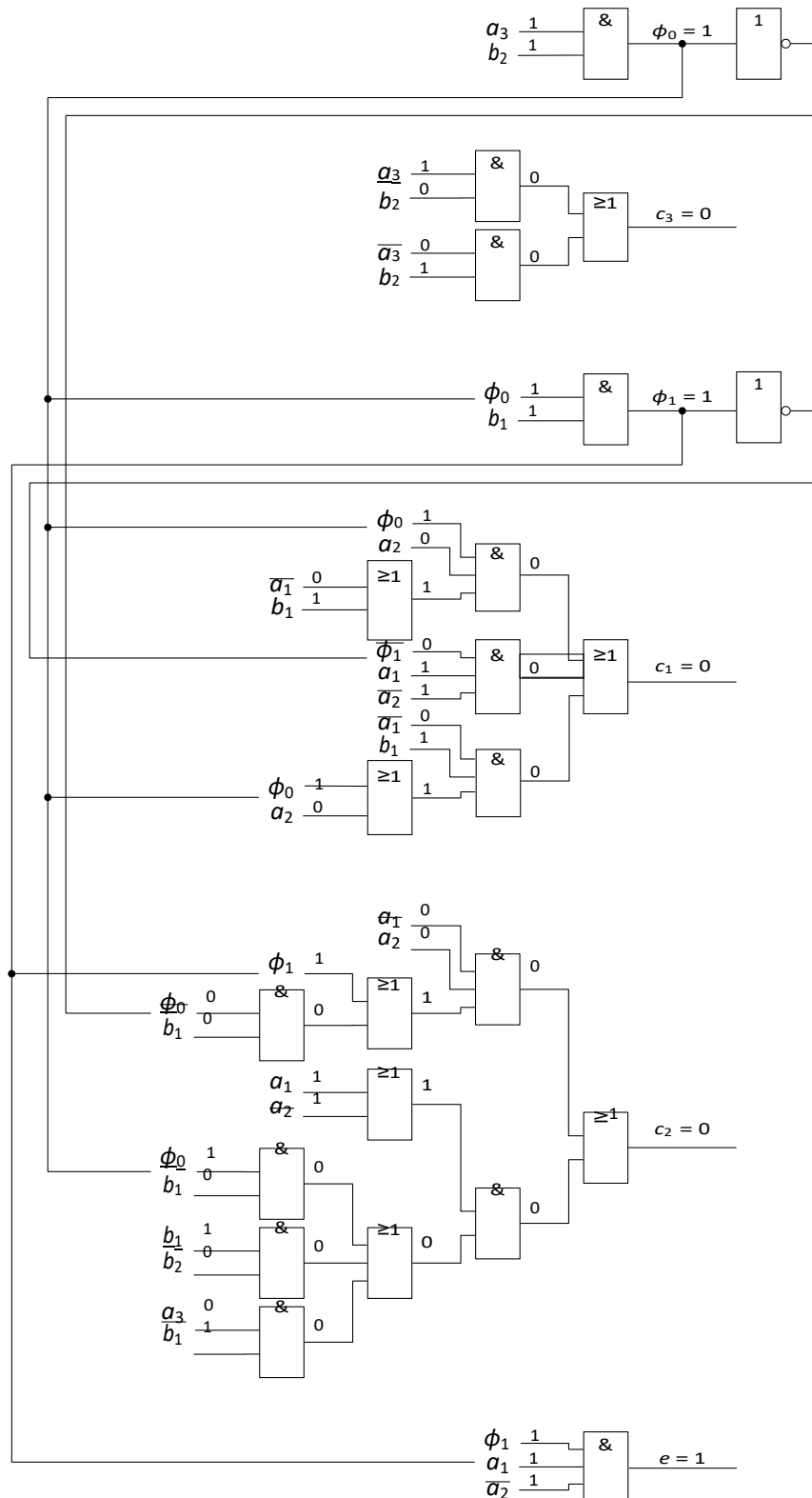
Синтез комбинационной схемы в булевом базисе

Будем анализировать схему на следующем наборе аргументов:

$$a_1 = 1, a_2 = 0, a_3 = 1, b_1 = 1, b_2 = 1$$

Выходы схемы из таблицы истинности:

$$c_1 = 0, c_2 = 0, c_3 = 0, e = 1$$



Цена схемы: $S_Q = 53$. Задержка схемы: $T = 6\tau$.