Собитов Анвархон

Группа: P3115

Вариант: 46

ДЗ 4:

V/V	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12
e1	0	1		1	4		4	5		3	4	
e2	1	0		3	5				1	2	4	4
e3			0		4	3		5		3	5	5
e4	1	3		0	3	2	3	1			5	5
e5	4	5	4	3	0	3				5	2	
e6			3	2	3	0	2			2		
e7	4			3		2	0	2		2	5	
e8	5		5	1			2	0		2	1	
e9		1							0	5		
e10	3	2	3		5	2	2	2	5	0		4
e11	4	4	5	5	2		5	1			0	5
e12		4	5	5						4	5	0

Шаг №1: Найти гамильтонов цикл

1. Для начала возьмем в S вершину e_1. S = $\{e_1\}$
Последовательно будем включать *возможные* вершины в S
2. e_2: S = $\{e_1, e_2^+\}$
3. e_4: S = $\{e_1, e_2, e_4^+\}$
4. e_5: S = $\{e_1, e_2, e_4, e_5^+\}$
5. e_3: S = $\{e_1, e_2, e_4, e_5, e_3^+\}$
6. e_6: S = $\{e_1, e_2, e_4, e_5, e_3, e_6^+\}$
7. e_7: S = $\{e_1, e_2, e_4, e_5, e_3, e_6, e_7^+\}$
8. e_8: S = $\{e_1, e_2, e_4, e_5, e_3, e_6, e_7, e_8^+\}$
9. e_{10}: S = $\{e_1, e_2, e_4, e_5, e_3, e_6, e_7, e_8, e_{10}^+\}$
10. e_9: S = $\{e_1, e_2, e_4, e_5, e_3, e_6, e_7, e_8, e_{10}, e_9^+\}$

11. У e_9 больше нет возможных вершин, удалим ее.
S = $\{e_1, e_2, e_4, e_5, e_3, e_6, e_7, e_8, e_{10}\}$
12. Вернемся к e_{10}.
13. e_{12}: S = $\{e_1, e_2, e_4, e_5, e_3, e_6, e_7, e_8, e_{10}, e_{12}^+\}$
14. e_{11}: S = $\{e_1, e_2, e_4, e_5, e_3, e_6, e_7, e_8, e_{10}, e_{12}, e_{11}^+\}$

15. У e_{11} больше нет возможных вершин, удалим ее.

$S = \{e_1, e_2, e_4, e_5, e_3, e_6, e_7, e_8, e_{10}, e_{12}\}$
16. Вернемся к e_{12}.

17. У e_{12} больше нет возможных вершин, удалим ее.
$S = \{e_1, e_2, e_4, e_5, e_3, e_6, e_7, e_8, e_{10}\}$
18. Вернемся к e_{10}.

19. У e_{10} больше нет возможных вершин, удалим ее.
$S = \{e_1, e_2, e_4, e_5, e_3, e_6, e_7, e_8\}$
20. Вернемся к e_8.

21. e_{11}: $S = \{e_1, e_2, e_4, e_5, e_3, e_6, e_7, e_8, e_{11}^+\}$
22. e_{12}: $S = \{e_1, e_2, e_4, e_5, e_3, e_6, e_7, e_8, e_{11}, e_{12}^+\}$
23. e_{10}: $S = \{e_1, e_2, e_4, e_5, e3, e_6, e_7, e_8, e_{11}, e_{12}, e_{10}^+\}$
24. e_9: $S = \{e1, e_2, e_4, e_5, e3, e_6, e_7, e_8, e_{11}, e_{12}, e_{10}, e_9^+\}$

25. Ребра (e_9, e_1) нет, найдена гамильтонова цепь.
26. Удалим из S вершину e_9.
$S = \{e_1, e_2, e_4, e_5, e_3, e_6, e_7, e_8, e_{11}, e_{12}, e_{10}\}$
27. Вернемся к e_{10}.
28. У e_{10} больше нет возможных вершин, удалим ее.
...
Таким образом проходим по вершинам, пока не доходим до гамельтонова пути:
$S = \{e_1, e_2, e_4, e_5, e_9, e_{10}, e_6, e_3, e_{12}, e_{11}, e_7, e_8\}$

Перенумеруем вершины согласно полученному гамильтонову циклу (чтобы ребра были внешними)

	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7	e_8	e_9	e_{10}	e_{11}	e_{12}
e_1	**0**	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1
e_2	1	**0**	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0
e_3	1	1	**0**	1	0	0	1	0	1	1	1	1
e_4	1	1	1	**0**	1	1	1	1	0	1	0	0
e_5	0	1	0	1	**0**	1	0	0	0	0	0	0
e_6	1	1	0	1	1	**0**	1	1	1	0	1	1
e_7	0	0	1	1	0	1	**0**	1	0	0	1	0
e_8	0	0	0	1	0	1	1	**0**	1	1	0	1

e_9	0	1	1	0	0	1	0	1	**0**	1	0	0
e_{10}	1	1	1	1	0	0	0	1	1	**0**	1	1
e_{11}	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	**0**	1
e_{12}	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	**0**

До перенумерации вершин: e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}
После перенумерации вершин: e_1, e_2, e_4, e_5, e_9, e_{10}, e_6, e_3, e_{12}, e_{11}, e_7, e_8

Шаг №2. Построение графа пересечений G′

Определим $p_{2\text{-}10}$, для чего в матрице R выделим подматрицу $R_{2\text{-}10}$
Ребро (e_2e_{10}) пересекается с (e_1e_3),(e_1e_4),(e_1e_6)

Определим $p_{2\text{-}9}$, для чего в матрице R выделим подматрицу $R_{2\text{-}9}$
Ребро (e_2e_9) пересекается с (e_1e_3),(e_1e_4),(e_1e_6)

Определим $p_{2\text{-}6}$, для чего в матрице R выделим подматрицу $R_{2\text{-}6}$
Ребро (e_2e_6) пересекается с (e_1e_3),(e_1e_4)

Определим $p_{2\text{-}5}$, для чего в матрице R выделим подматрицу $R_{2\text{-}5}$
Ребро (e_2e_5) пересекается с (e_1e_3),(e_1e_4)

Определим $p_{2\text{-}4}$, для чего в матрице R выделим подматрицу $R_{2\text{-}4}$
Ребро (e_2e_4) пересекается с (e_1e_3)
Определим $p_{3\text{-}12}$, для чего в матрице R выделим подматрицу $R_{3\text{-}12}$
Ребро (e_3e_{12}) пересекается с
(e_1e_4), (e_1e_6), (e_1e_{10}), (e_1e_{11}), (e_2e_4), (e_2e_5), (e_2e_6), (e_2e_9), (e_2e_{10})
Определим $p_{3\text{-}11}$, для чего в матрице R выделим подматрицу $R_{3\text{-}11}$
Ребро (e_3e_{11})
пересекается с (e_1e_4), (e_1e_6), (e_1e_{10}), (e_2e_4), (e_2e_5), (e_2e_6), (e_2e_9), (e_2e_{10})
Определим $p_{3\text{-}10}$, для чего в матрице R выделим подматрицу $R_{3\text{-}10}$.
Ребро (e_3e_{10}) пересекается с (e_1e_4), (e_1e_6), (e_2e_4), (e_2e_5), (e_2e_6), (e_2e_9)
Определим $p_{3\text{-}9}$, для чего в матрице R выделим подматрицу $R_{3\text{-}9}$
Ребро (e_3e_9) пересекается с (e_1e_4), (e_1e_6), (e_2e_4), (e_2e_5), (e_2e_6)
Определим $p_{3\text{-}7}$, для чего в матрице R выделим подматрицу $R_{3\text{-}7}$
Ребро (e_3e_7) пересекается с (e_1e_4), (e_1e_6), (e_2e_4), (e_2e_5), (e_2e_6)

Найдено 15 пересечений графа.

	$p_{1\text{-}3}$	$p_{2\text{-}10}$	$p_{1\text{-}4}$	$p_{1\text{-}6}$	$p_{2\text{-}9}$	$p_{2\text{-}6}$	$p_{2\text{-}5}$	$p_{2\text{-}4}$	$p_{3\text{-}12}$	$p_{1\text{-}10}$	$p_{1\text{-}11}$	$p_{3\text{-}11}$	$p_{3\text{-}10}$	$p_{3\text{-}9}$	$p_{3\text{-}7}$
$p_{1\text{-}3}$	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
$p_{2\text{-}10}$	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
$p_{1\text{-}4}$	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1
$p_{1\text{-}6}$	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1
$p_{2\text{-}9}$	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0
$p_{2\text{-}6}$	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1
$p_{2\text{-}5}$	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1
$p_{2\text{-}4}$	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1
$p_{3\text{-}12}$	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
$p_{1\text{-}10}$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0
$p_{1\text{-}11}$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
$p_{3\text{-}11}$	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0
$p_{3\text{-}10}$	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0
$p_{3\text{-}9}$	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0
$p_{3\text{-}7}$	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1

Шаг №3. Построить семейства ψG

1. Рассмотрим 1 строку матрицы. Найдем первый нулевой элемент.
2. 2. Запишем дизъюнкцию $M_{1\text{-}3} = r_1 \vee r_3 =$
110011110000000 ∨ 011011101001111 = 111011111001111
3. В строке $M_{1\text{-}3}$ находим номера нулевых элементов, $J' = \{4, 10, 11\}$.
4. Запишем дизъюнкцию $M_{1\text{-}3\text{-}4} = M_{1\text{-}3} \vee r_4 =$
111011111001111 ∨ 010110001001111 = 111111111001111
5. В строке $M_{1\text{-}3\text{-}4}$ находим номера нулевых элементов, $J' = \{10, 11\}$.
Запишем дизъюнкцию $M_{1\text{-}3\text{-}4\text{-}10} = M_{1\text{-}3\text{-}4} \vee r_{10} =$
111111111001111 ∨ 000000001101000 = 111111111101111
6. В строке $M_{1\text{-}3\text{-}4\text{-}10}$ находим номера нулевых элементов, $J' = \{11\}$.
Запишем дизъюнкцию $M_{1\text{-}3\text{-}4\text{-}10\text{-}11} = M_{1\text{-}3\text{-}4\text{-}10} \vee r_{11} =$
111111111101111 ∨ 000000001010000 = 111111111111111
7. В строке $M_{1\text{-}3\text{-}4\text{-}10\text{-}11}$ все числа равны единице.
8. Построено $\psi_1 = \{u_{1\,3},\ u_{1\,4},\ u_{1\,6},\ u_{1\,10},\ u_{1\,11}\}$

По такому же алгоритму делаем ψ_2 - ψ_9
Получаем:
$\psi_1 = \{u_{1\,3}, u_{1\,4}, u_{1\,6}, u_{1\,10}, u_{1\,11}\}$
$\psi_2 = \{u_{1\,3}, u_{3\,12}, u_{3\,11}, u_{3\,10}, u_{3\,9}, u_{3\,7}\}$
$\psi_3 = \{u_{1\,3}, u_{1\,10}, u_{1\,11}, u_{3\,10}, u_{3\,9}, u_{3\,7}\}$
$\psi_4 = \{u_{1\,3}, u_{1\,11}, u_{3\,11}, u_{3\,10}, u_{3\,9}, u_{3\,7}\}$
$\psi_5 = \{u_{2\,10}, u_{2\,9}, u_{2\,6}, u_{2\,5}, u_{2\,4}, u_{1\,10}, u_{1\,11}\}$
$\psi_6 = \{u_{2\,10}, u_{2\,9}, u_{1\,10}, u_{1\,11}, u_{3\,9}, u_{3\,7}\}$
$\psi_7 = \{u_{2\,10}, u_{1\,10}, u_{1\,11}, u_{3\,10}, u_{3\,9}, u_{3\,7}\}$
$\psi_8 = \{u_{1\,4}, u_{1\,6}, u_{2\,4}, u_{1\,10}, u_{1\,11}\}$
$\psi_9 = \{u_{1\,6}, u_{2\,6}, u_{2\,5}, u_{2\,4}, u_{1\,10}, u_{1\,11}\}$

Шаг №4. Выделить из G′ максимальный двудольный подграфа H′

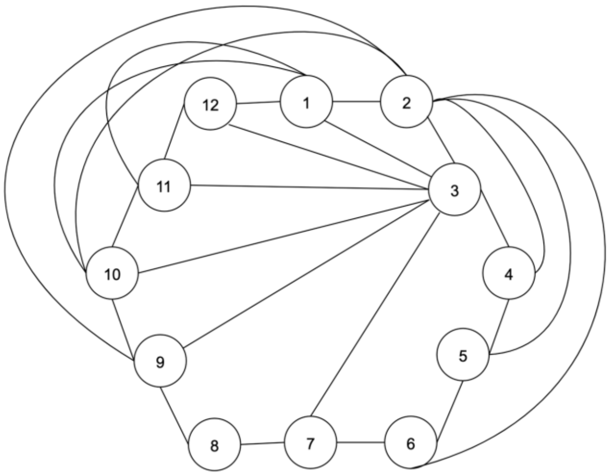
Для каждой пары множеств вычислим значение критерия
$\alpha_{1\text{-}2} = |\psi_1|+|\psi_2|-|\psi_1 \cap \psi_2| = 10$
$\alpha_{1\text{-}3} = |\psi_1|+|\psi_3|-|\psi_1 \cap \psi_3| = 8$
...
$\alpha_{1\text{-}9} = |\psi_1|+|\psi_9|-|\psi_1 \cap \psi_9| = 8$

Таким же образом сделаем для остальный α
Все результаты отобразим в матрице:

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
1	**0**	10	8	9	10	9	9	6	8
2		**0**	8	7	13	10	9	11	12
3			**0**	7	11	8	7	9	10
4				**0**	12	9	8	10	11
5					**0**	9	10	9	8
6						**0**	7	9	10
7							**0**	9	10
8								**0**	7
9									**0**

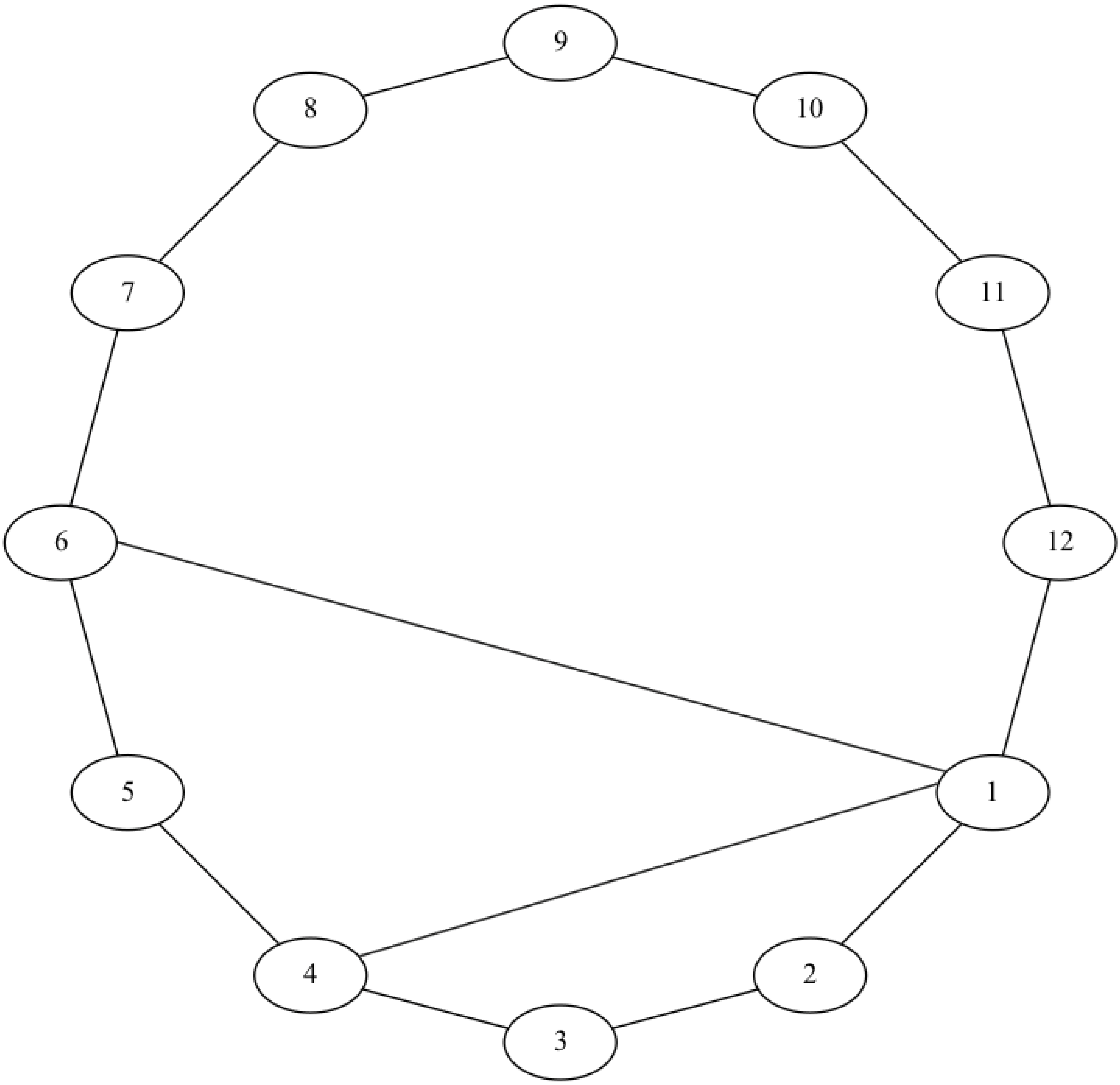
$\max \alpha_{i-j} = \alpha_{2-5} = 13$ дает лишь пара множеств
$\psi_2 = \{u_{1\ 3}, u_{3\ 12}, u_{3\ 11}, u_{3\ 10}, u_{3\ 9}, u_{3\ 7}\}$ и
$\psi_5 = \{u_{2\ 10}, u_{2\ 9}, u_{2\ 6}, u_{2\ 5}, u_{2\ 4}, u_{1\ 10}, u_{1\ 11}\}$

В суграфе H, содержащем максимальное число непересекающихся ребер, проведем ребра из ψ_2 внутри, а из ψ_5 снаружи.



Удалим из ψ_G ребра, которые вошли в ψ_2 и ψ_5. Объединим одинаковые множества ψ_1 и ψ_8, ψ_9 входит в ψ_1

Не реализованными остались два ребра. Проведем их. Итоговый граф:


9
8
10
7
11
6
12
5
1
4
2
3