

Zadanie nr 3 - Splot, filtracja i korelacja sygnałów

Cyfrowe Przetwarzanie Sygnałów

Aneta Wiśniewska, 204029 Hanna Paluszkiewicz, 203962

14.05.2018

1 Cel zadania

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się w praktyce z procesami splotu, filtracji i korelacji sygnałów. Aby to osiągnąć, trzeba napisać aplikację umożliwiającą przetwarzanie analogowo-cyfrowe z uwzględnieniem operacji próbkowania i kwantyzacji oraz konwersji odwrotnej, tj. cyfrowo-analogowej (w naszym przypadku tylko interpolacja i ekstrapolacja).

2 Wstęp teoretyczny

2.1 Teoria

Splot to jedno z najważniejszych działań podczas filtracji sygnałów dyskretnych. Jest operacją przetwarzania dwóch sygnałów, w wyniku której otrzymujemy pojedynczy sygnał dyskretny. W ogólnym przypadku splot jest zdefiniowany wzorem: W praktyce stosuje się sygna-

The screenshot shows a software application window titled "Menu". It contains several input fields and buttons for signal processing. At the top, there is a dropdown menu set to "Szum o rozkładzie jednostajnym" and a "Stwórz sygnał" button. Below this, there are five input fields, each with a "0" value and a label: "Amplituda", "Czas początkowy", "Czas trwania", "Częstotliwość próbkowania", and "Histogram". A "zapisz" checkbox is located next to the "Amplituda" field. To the right of the input fields is an "Odtwórz sygnał" button. At the bottom of the window, there are two more dropdown menus: "Kwantyzacja z obcięciem" and "Ekstrapolacja zerowego rzędu". Above these, there are buttons for "x", "+", "y", and "wynik".

Rysunek 1: Widok główny aplikacji

ły o skończonych ilościach próbek rozmieszczonych równomiernie w

dowolnych miejscach osi czasu. Zwykle przyjmuje się konwencję indeksacyjną, gdzie oba sygnały zaczynają się na osi czasu od próbki zero. Poza granicami przedziału oba sygnały są zerowe. Wzór dla tej konwencji przyjmuje postać:

The screenshot shows a software interface for signal processing. At the top, there is a 'Menu' button and window control icons. Below this is a dropdown menu set to 'Szum o rozkładzie jednostajnym' (Uniformly distributed noise) and a 'Stwórz sygnał' (Create signal) button. A 'zapisz' (save) checkbox is also present. Below these are five input fields, all set to '0', labeled 'Amplituda' (Amplitude), 'Czas początkowy' (Start time), 'Czas trwania' (Duration), 'Częstotliwość próbkowania' (Sampling frequency), and 'Histogram'. An 'Odtwórz sygnał' (Reload signal) button is located to the right of the input fields. At the bottom, there are buttons for 'x', '+', 'y', and 'wynik' (result). Below these are two more dropdown menus: 'Kwantyzacja z obcięciem' (Quantization with clipping) and 'Ekstrapolacja zerowego rzędu' (Zero-order extrapolation).

Rysunek 2: Widok główny aplikacji

Filtracja sygnałów - należy do podstawowych operacji CPS. W ramach filtracji widmo sygnału ulega modyfikacji. Zostały odfiltrowane składowe części sygnału o częstotliwościach należących do pasma zaporowego. Reszta widma leżąca w paśmie przepustowym, nie uległa zmianie lub podlega niewielkiemu tłumieniu.

Filtry ze względu na umiejscowienie pasma przepustowego i zaporowego dzielimy na:

[Filtry dolnoprzepustowe] - dsfhis

[filtry górnoprzepustowe]

[filtry pasmowe]

Korelacja - jest ważną częścią przetwarzania sygnałów. Jest stosowana, gdy trzeba porównać sygnał z innym, zwłaszcza z przesuniętą na osi cza-

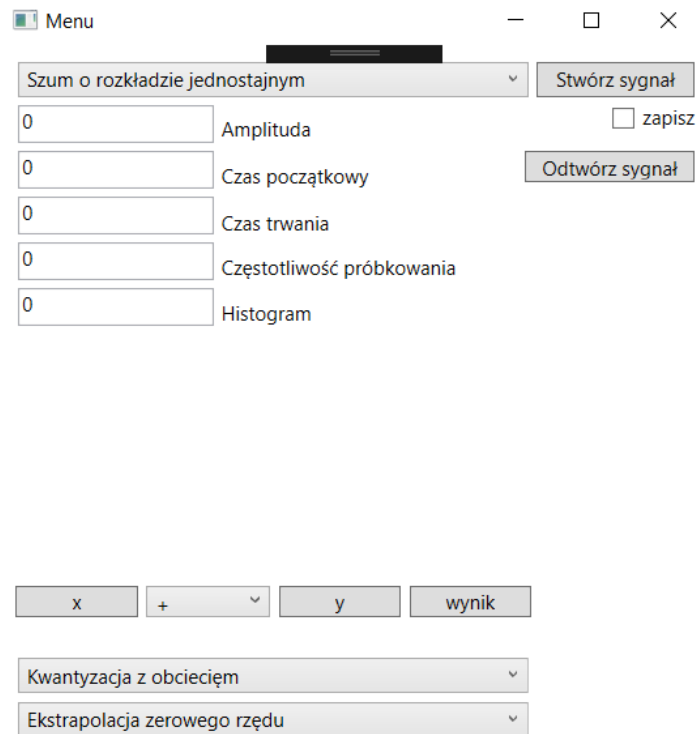
su swoją kopią. Polega na przetwarzaniu dwóch sygnałów dyskretnych, w czego wyniku otrzymujemy pojedynczy sygnał dyskretny. Korelacja w ogólnym przypadku jest opisywana wzorem"

Rysunek 3: Widok główny aplikacji

Podobnie jak w operacji splotu w praktyce.....
Opisanym wzorem:

2.2 Instrukcja obsługi aplikacji

Aplikacja do generacji szumów zawiera interfejs graficzny, który służy do obsługi przez użytkownika. Wygląd został przedstawiony na poniższym rysunku.



Rysunek 4: Widok główny aplikacji

Na górze okienka znajduje się wysuwana lista możliwych do generacji sygnałów. Obok znajduje się checkbox, po zaznaczeniu którego sygnał zostanie zapisany do pliku. Niżej jest przycisk do generacji sygnałów oraz lista parametrów wykresu. Tutaj wpisuje się dane wpływające na sygnał. Pola umożliwiają ustawienie charakterystycznych parametrów sygnału. Na ich podstawie program wylicza wartości amplitudy sygnału w określonym czasie oraz wyświetla graficzną reprezentację sygnału w postaci wykresu funkcji amplitudy od czasu i histogramu.

Na dole okienka znajdują się przyciski: do odtwarzania sygnału z pliku, oraz do operacji na dwóch sygnałach. Po kliknięciu w x i y wybieramy odpowiednio pierwszy i drugi składnik działania. Między nimi można wybrać jedno z czterech działań. Po wciśnięciu przycisku "wynik" program liczy wynik działania i wyświetla jego graficzną reprezentację.

2.2.1 Generowanie sygnału

Aby wygenerować sygnał użytkownik musi kliknąć w generuj sygnał. Po wygenerowaniu sygnału pojawiają się dwa dodatkowe okienka aplikacji.

2.2.2 Odczyt sygnału z pliku

Oprócz generacji i zapisu do pliku, program umożliwia odczyt z pliku sygnału będącego wynikiem dyskretyzacji (bez kwantyzacji) wygenerowanego sygnału ciągłego oraz sygnału będącego wynikiem operacji na dwóch sygnałach dyskretnych.

Tak jak w przypadku generacji, sygnał jest reprezentowany graficznie w postaci histogramu i wykresu funkcji.

2.3 Opis metod

Opisy wszystkich metod zastosowanych do implementacji sygnałów, zostały zapisane w poszczególnych eksperymentach.

Próbkowanie pozwala na zmianę analogowego sygnału wejściowego w sygnał dyskretny: reprezentowany jako ciąg próbek rozmieszczonych równomiernie

$$x(n) = f(nT_s)$$

w czasie w odstępach T_s . Twierdzenie o próbkowaniu określa możliwość odтворzenia oryginalnego sygnału analogowego przy założeniu, że częstotliwość próbkowania jest przynajmniej dwukrotnie wyższa niż najwyższa częstotli-

$$f_s = \frac{1}{T_s}$$

wość jakiegokolwiek składowej sygnału.

2.4 Opis implementacji

Aplikacja została napisana w wysokopoziomowym języku programowania - C#. Do rysowania wykresów została wykorzystana zewnętrzna biblioteka OxyPlot. Program został napisany przy pomocy metodyki obiektowej i stosuje metody numeryczne.

3 Eksperymenty i wyniki

Poniżej znajdują się wszystkie przeprowadzone eksperymenty - możliwe do uzyskania w aplikacji sygnały i wyniki.

3.1 Eksperyment nr 1

Eksperyment nr 1 - Splot

3.1.1 Założenia

Do eksperymentu generujemy sygnał sinusoidalny o podanych niżej parametrach. Wejściowy sygnał analogowy zostanie zamieniony na sygnał dyskretny. Sygnał opisuje wzór:

$$x(t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}(t - t_1)\right)$$

Parametry: A, T, t₁, d.

W tym eksperymencie odtworzenie sygnału odbywa się poprzez interpolację pierwszego rzędu, a dyskretyzacja przez kwantyzację z odcięciem. W tej metodzie wartości sygnału pomiędzy sąsiednimi próbkami są interpolowane za pomocą odcinków prostych.

3.1.2 Przebieg

Do generacji sygnału zostały podane parametry:

Amplituda (A): 2

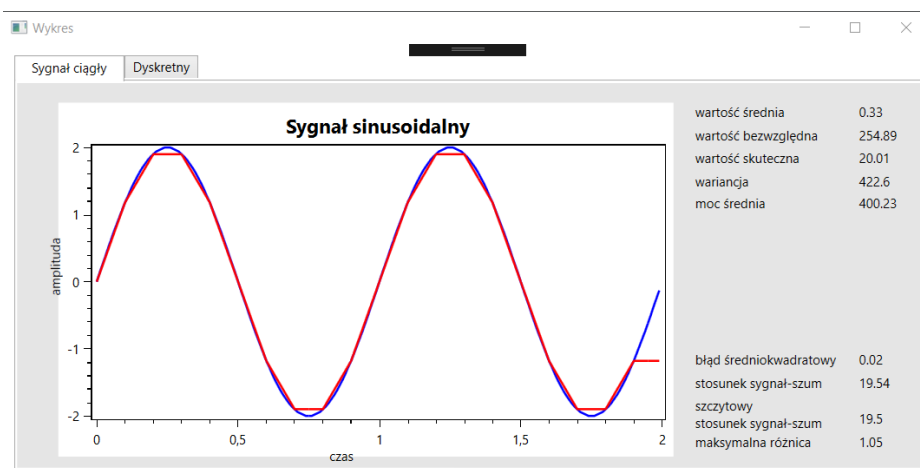
Czas trwania (t₁): 2 s

Częstotliwość próbkowania (d): 10 Hz

Okres podstawowy : 1 s

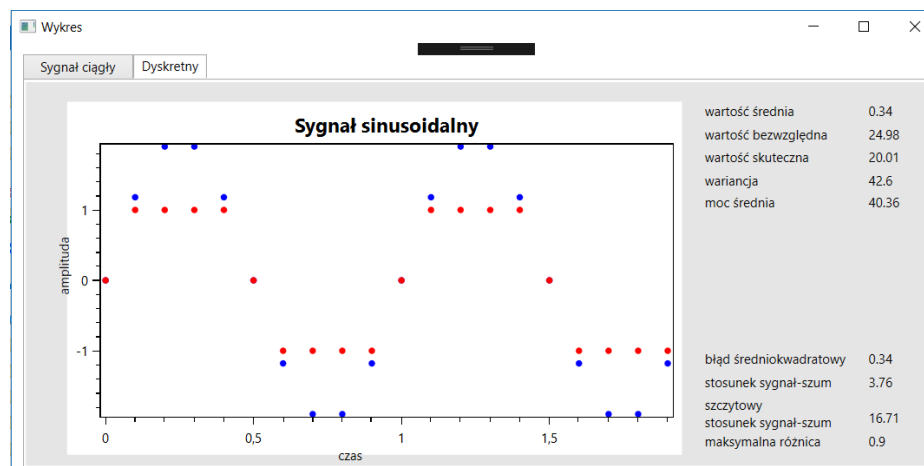
3.1.3 Rezultat

Rezultaty przedstawiają zamieszczone poniżej zrzuty ekranu z programu. Wartości liczbowe oraz wykres funkcji amplitudy od czasu przedstawia 7.



Rysunek 7: Wykres sygnału sinusoidalnego ciągłego: kwantyzacja z obcięciem, interpolacja pierwszego rzędu

Rys. 8 przedstawia histogram sygnału z opisanymi powyżej parametrami.



Rysunek 8: Wykres sygnału sinusoidalnego dyskretnego: kwantyzacja z obcięciem, interpolacja pierwszego rzędu

3.2 Eksperyment nr 2

Eksperyment nr 2 - Filtracja

3.2.1 Założenia

Sygnał opisuje wzór:

Parametry: A, T, t1, d.

$$x(t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}(t - t_1)\right)$$

3.2.2 Przebieg

Do generacji sygnału zostały podane parametry:

Amplituda (A): 2

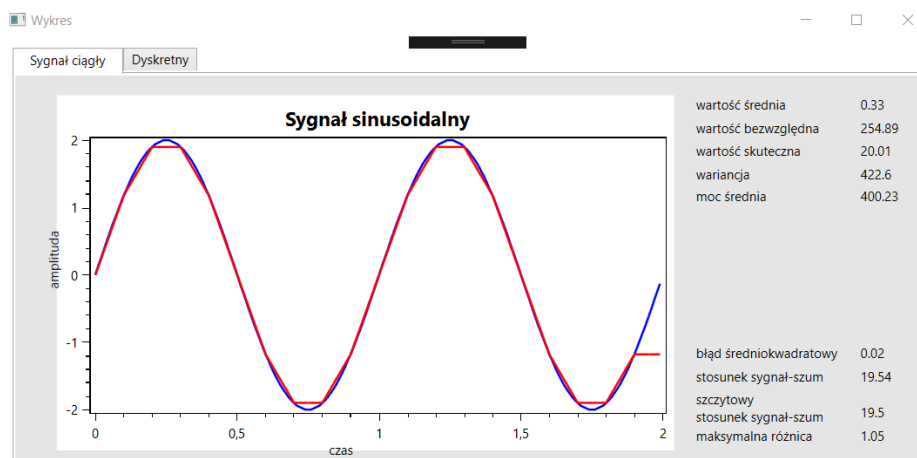
Czas trwania (t1): 2 s

Częstotliwość próbkowania (d): 10 Hz

Okres podstawowy : 1 s

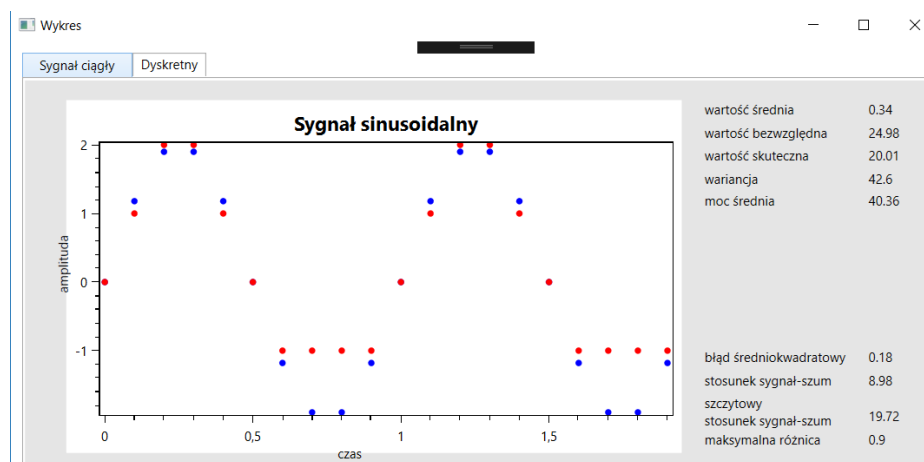
3.2.3 Rezultat

Rezultaty przedstawiają zamieszczone poniżej zrzuty ekranu z programu. Wartości liczbowe oraz wykres funkcji amplitudy od czasu przedstawia 10.



Rysunek 9: Wykres sygnału sinusoidalnego ciągły: kwantyzacja z zaokrągleniem, interpolacja pierwszego rzędu

Rys. 8 przedstawia histogram sygnału z opisanymi powyżej parametrami.



Rysunek 10: Wykres sygnału sinusoidalnego dyskretny: kwantyzacja z zaokrągleniem, interpolacja pierwszego rzędu

3.3 Eksperyment nr 3

Eksperyment nr 3 Korelacja

3.3.1 Teoria

Ekstrapolacja zerowego rzędu jest najprostszą metodą rekonstrukcji sygnału. W niej wartość próbki jest pamiętana i definiuje stałą wartość sygnału wyjściowego aż do następnej próbki. Do tej metody potrzeba dużo większej częstotliwości próbkowania niż wynikałoby z "Twierdzenia o próbkowaniu".

3.3.2 Założenia

Ekstrapolacja zerowego rzędu Sygnał opisuje wzór:

$$x(t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}(t - t_1)\right)$$

Parametry: A, T, t₁, d.

3.3.3 Przebieg

Do generacji sygnału zostały podane parametry:

Amplituda (A): 2

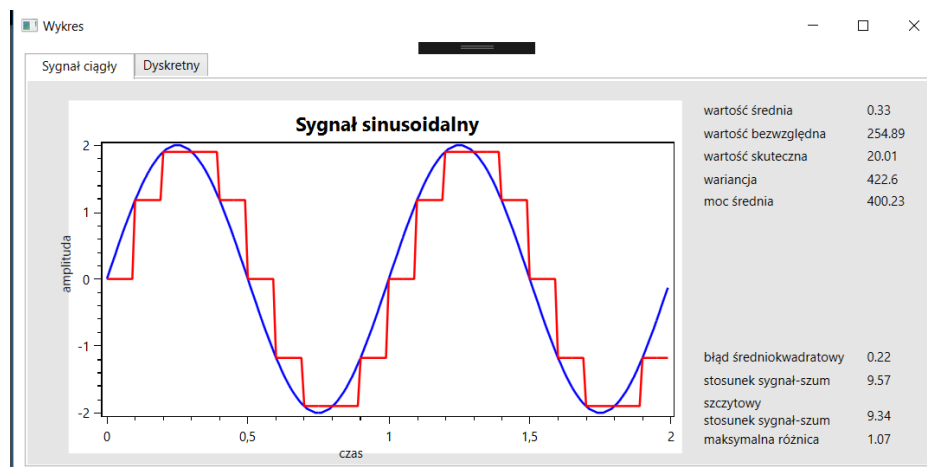
Czas trwania (t_1): 2 s

Częstotliwość próbkowania (d): 10 Hz

Okres podstawowy : 1 s

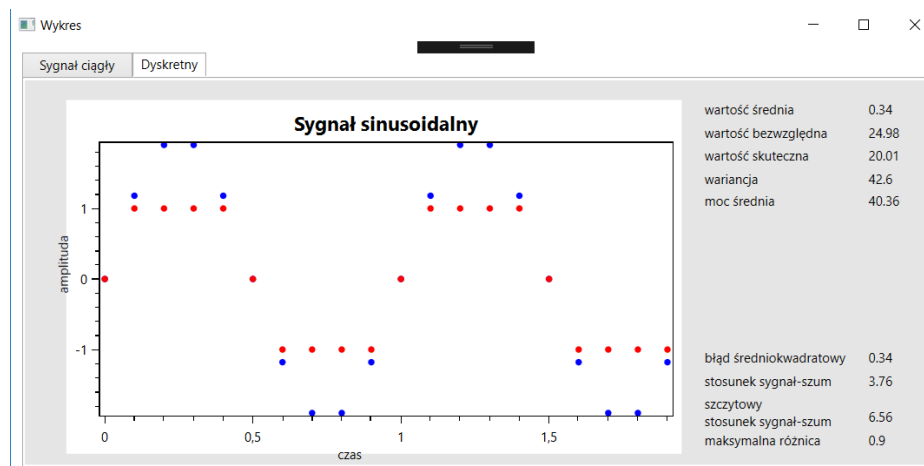
3.3.4 Rezultat

Rezultaty przedstawiają zamieszczone poniżej zrzuty ekranu z programu. Wartości liczbowe oraz wykres funkcji amplitudy od czasu przedstawia 11.



Rysunek 11: Wykres sygnału sinusoidalnego ciągły: kwantyzacja z obcięciem, ekstrapolacja zerowego rzędu

Rys. 12 przedstawia histogram sygnału z opisanymi powyżej parametrami.



Rysunek 12: Wykres sygnału sinusoidalnego dyskretny: kwantyzacja z obcięciem, ekstrapolacja zerowego rzędu

3.4 Eksperyment nr 4

Eksperyment nr 4 - Korelacja

3.4.1 Założenia

Do eksperymentu generujemy sygnał sinusoidalny o podanych niżej parametrach. Wejciowy sygnał analogowy zostanie zamieniony na sygnał dyskretny. Sygnał opisuje wzór:

$$x(t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}(t - t_1)\right)$$

Parametry: A, T, t₁, d.

W tym eksperymencie odtworzenie sygnału odbywa się poprzez interpolację pierwszego rzędu, a dyskretyzacja przez kwantyzację z odcięciem. W tej metodzie wartości sygnału pomiędzy sąsiednimi próbkami są interpolowane za pomocą odcinków prostych.

3.4.2 Przebieg

Do generacji sygnału zostały podane parametry:

Amplituda (A): 2

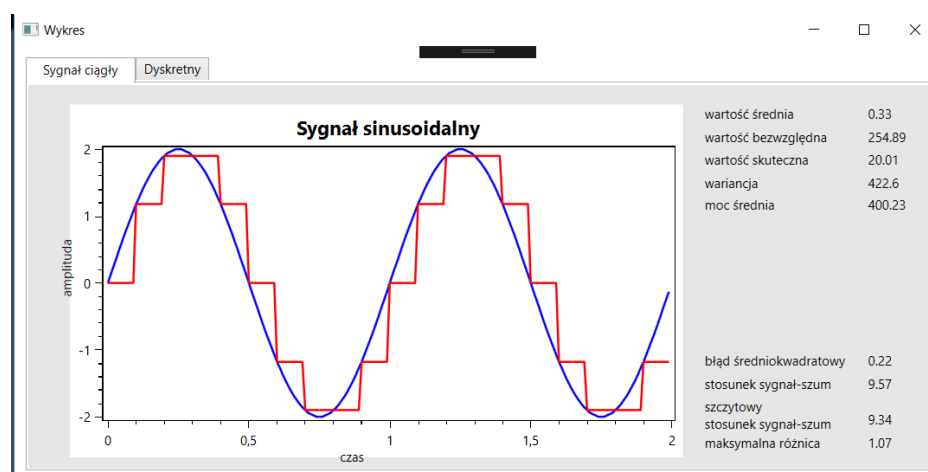
Czas trwania (t_1): 2 s

Częstotliwość próbkowania (d): 10 Hz

Okres podstawowy : 1 s

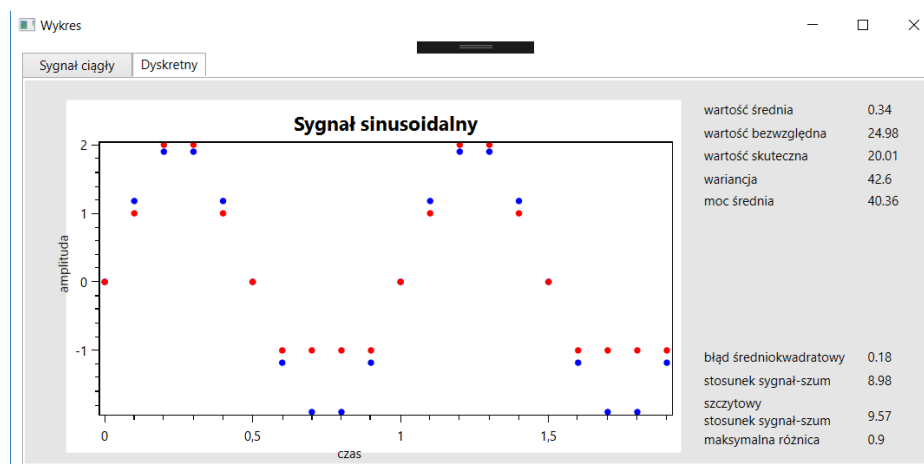
3.4.3 Rezultat

Rezultaty przedstawiają zamieszczone poniżej zrzuty ekranu z programu. Wartości liczbowe oraz wykres funkcji amplitudy od czasu przedstawia 13.



Rysunek 13: Wykres sygnału sinusoidalnego ciągły: kwantyzacja z zaokrągleniem, ekstrapolacja zerowego rzędu

Rys. 14 przedstawia histogram sygnału z opisanymi powyżej parametrami.



Rysunek 14: Wykres sygnału sinusoidalnego dyskretny: kwantyzacja z zaokrągleniem, ekstrapolacja zerowego rzędu

4 Wnioski

Przeprowadzone eksperymenty dowodzą, że Interpolacja pierwszego rzędu jest bardziej dokładna niż ekstrapolacja rzędu zerowego. Dzieje się tak ponieważ między próbkami sygnał się zmienia zatem interpolowanie między kolejnymi próbkami daje lepsze odwzorowanie, niż przepisywanie tej samej wartości do czasu napotkania następnej próbki. Aby uzyskać wyniki ekstrapolacji zbliżone do wyników ekstrapolacji należy przyjąć bardzo dużą częstotliwość próbkowania. Są znaczące różnice w błędach odtworzenia sygnałów przez interpolację i ekstrapolację. Interpolacja jest dużo bardziej dokładna - błąd średniokwadratowy o ok 0,2, stosunek sygnał-szum i szczytowy stosunek sygnał-szum różnią się nawet o 10 jednostek. Co ciekawe maksymalna różnica między sygnałem analogowym, a odtwarzanym sygnałem jest minimalnie większa dla interpolacji. W przypadku kwantyzacji dużo lepiej sprawdza się kwantyzacja z zaokrągleniem. W przypadku kwantyzacji z obcięciem jeżeli próbkowaniem nie trafimy w szczyt amplitudy to maksymalna jej wartość po kwantowaniu będzie mniejsza niż ta w oryginale. Przy kwantyzacji z zaokrągleniem unikamy takiej sytuacji. Podczas próbkowania trzeba bardzo uważać przy podawaniu częstotliwości. Jeśli podamy ją zbyt małą sygnał nie zostanie odtworzony, a czasem wręcz możemy uzyskać inny sygnał.

Literatura

- [1] FTIMS Politechnika Łódzka. *Przetwarzanie sygnałów, pojęcia podstawowe* Plik, Wikamp.
- [2] FTIMS Politechnika Łódzka. *Zadanie 2 Generacja sygnału i szumu*, Wikamp.