

Polinomi i Interpolimit të Njutonit

Anxhelo SHEHU

1 Hyrje

Interpolimi është procesi i ndërtimit të një polinomi që kalon nëpër një grup të dhënë pikash të cilat mund të jenë të dhëna/matje Inxhinierike, statistikore, kimike etj. Një nga teknikat më efektive të interpolimit është **metoda e interpolimit të Njutonit**, e cila bazohet në diferencat e ndara.

2 Diferencat e Ndara

Le të jenë pikat e të dhënave:

$$(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n), \quad y_i = f(x_i).$$

Diferencat e ndara përcaktohen si:

$$\begin{aligned} f[x_i] &= y_i, \\ f[x_i, x_{i+1}] &= \frac{f[x_{i+1}] - f[x_i]}{x_{i+1} - x_i}, \\ f[x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+k}] &= \frac{f[x_{i+1}, \dots, x_{i+k}] - f[x_i, \dots, x_{i+k-1}]}{x_{i+k} - x_i}. \end{aligned}$$

Këto vlera përbëjnë koeficientët e polinomit të interpolimit të Njutonit.

3 Polinomi i Interpolimit të Njutonit

Polinomi i interpolimit të Njutonit i shkallës n jepet nga:

$$P_n(x) = f[x_0] + f[x_0, x_1](x - x_0) + f[x_0, x_1, x_2](x - x_0)(x - x_1) + \dots + f[x_0, \dots, x_n] \prod_{k=0}^{n-1} (x - x_k).$$

3.1 Përparësitë

- Efikas kur shtohen pika të reja të dhënash.
- Kërkon më pak llogaritje krahasuar me interpolimin e Lagranzhit.
- Është numerikisht i qëndrueshëm kur zbatohet saktë.

(hapi fiks / jo i ndryshëm)

4 Interpolimi, Diferenca nga Para dhe diferenca nga pase - sipas Njutonit

Kur nyjet janë të baraslarguara me hap h :

4.1 Diferencat Përpara

Janë vlerat pranë fillimit të intervalit:

$$P(x) = y_0 + s\Delta y_0 + \frac{s(s-1)}{2!}\Delta^2 y_0 + \dots$$

ku

$$s = \frac{x - x_0}{h}.$$

4.2 Diferencat Mbrapa

Janë vlerat pranë fundit të intervalit:

$$P(x) = y_n + s\nabla y_n + \frac{s(s+1)}{2!}\nabla^2 y_n + \dots$$

ku

$$s = \frac{x - x_n}{h}.$$

5 Shembull

Marrim funksionin:

$$f(x) = \sin x, \quad x \in [0, \pi/2].$$

Le të jenë nyjet e interpolimit:

$$x_i = \frac{i\pi}{20}, \quad i = 0, 1, \dots, 10.$$

Duke përdorur diferenecat e ndara, ndërtojmë polinomin e interpolimit të Njutonit $P_{10}(x)$, i cili përaftron funksionin $\sin x$ në interval.

Për shembull, në $x = \pi/6$:

$$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0.5,$$

dhe vlera e interpoluar është shumë afër këtij rezultati të saktë.

6 Përfundim

Metoda e interpolimit të Njutonit ofron një mënyrë efikase dhe fleksibile për të përafëruar funksione duke përdorur polinome, ose për të përcaktuar ato nepermjet vlerave/matjeve eksperimentale. Ajo është veçanërisht e dobishme kur pikat e të dhënave shtohen graduallisht ose kur punohet me grupe të mëdha të dhënash.