# Polinomi Interpolues i Lagranzhit

Anxhelo SHEHU

## 1 Hyrje

Interpolimi është procesi i ndërtimit të një funksioni (zakonisht polinom) që kalon nëpër një bashkësi pikash të dhëna. Një nga metodat më të njohura për interpolim polinomial është **metoda e Lagranzhit**.

## 2 Formula e Lagranzhit

Le të jenë dhënë pikat:

$$(x_0, y_0), (x_1, y_1), \ldots, (x_n, y_n), \quad y_i = f(x_i).$$

Polinomi interpolues i Lagranzhit të gradës $n$ përkufizohet si:

$$P_n(x) = \sum_{i=0}^{n} y_i L_i(x),$$

ku funksionet bazë të Lagranzhit janë:

$$L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j\neq i}}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}.$$

Ky polinom kalon saktësisht nëpër të gjitha pikat e dhëna, pra:

$$P_n(x_i) = y_i, \quad i = 0, 1, \ldots, n.$$

## 3 Vetitë e Polinomit të Lagranzhit

- Polinomi interpolues është unik.
- Gradë e polinomit është më së shumti $n$.
- Nuk kërkon llogaritjen e diferencave të ndara.
- Teorikisht i thjeshtë, por jo efikas për shumë pika.

## 4 Gabimi i Interpolimit

Nëse funksioni $f(x)$ ka derivatin e rendit $(n+1)$, gabimi i interpolimit jepet nga:

$$f(x) - P_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} \prod_{i=0}^{n} (x - x_i),$$

ku $\xi$ është një pikë në intervalin e interpolimit.

## 5 Shembull

Të konsiderojmë funksionin:

$$f(x) = \sin x, \quad x \in [0, \pi/2].$$

Le të zgjedhim pikat:

$$x_0 = 0, \quad x_1 = \frac{\pi}{6}, \quad x_2 = \frac{\pi}{3}.$$

Duke përdorur formulën e Lagranzhit, ndërtojmë polinomin interpolues $P_2(x)$ që perafrone kete funksionin: $\sin x$ në këtë interval.

## 6 Përfundim

Metoda e Lagranzhit është një metodë klasike e interpolimit polinomial dhe përdoret gjerësisht në analizën numerike. Megjithëse është e thjeshtë për t'u zbatuar teorikisht, ajo nuk është gjithmonë praktike për një numër të madh pikash, por eshte efikase edhe e perdorshme kur hapi midis matjeve ose te dhenave nuk eshte fiks.