

Лабораторная работа 2.

1 Задание

1. Привести поверхность, заданную уравнением, к каноническому виду.
2. Построить исходную поверхность и поверхность в каноническом виде.
3. Собственные числа и вектора рассчитать вручную, сравнить с результатом встроенных функций.

Вариант 5.

$$f = -9x^2 + 7y^2 + 8yz - 3z^2 - 4x + 9y - 10$$

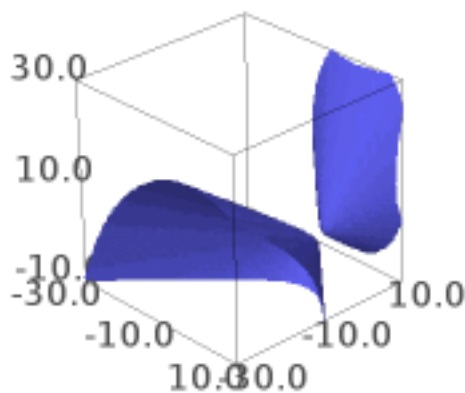
2 Построение исходной поверхности

$$f(x, y, z) = -9x^2 + 7y^2 + 8yz - 3z^2 - 4x + 9y - 10$$

Выведем считанную функцию на экран:

$$-9x^2 + 7y^2 + 8yz - 3z^2 - 4x + 9y - 10$$

Построим исходную поверхность.



3 Приведение поверхности к каноническому виду

Составим матрицу A для квадратичной формы и матрицу B, состоящую из коэффициентов квадратичной формы, линейной формы и свободного члена.

```
A = matrix([
    [-9, 0, 0],
    [0, 7, 4],
    [0, 4, -3]
])
B = matrix([
    [-9, 0, 0, -4],
    [0, 7, 4, 9],
    [0, 4, -3, 0],
    [-4, 9, 0, -10]
])
```

Вычислим ортогональные инварианты.

```
trace1 = A.trace()
trace2 = A[0:2, 0:2].det() + A[[0, 2], [0, 2]].det() + A[1:3, 1:3].det()
a_det = A.det()
b_det = B.det()
```

Получили следующие результаты:

$$\begin{aligned} trace1 &= -5 \\ trace2 &= -73 \\ a_{det} &= 333 \\ b_{det} &= -4925 \end{aligned}$$

Найдем собственные значения матрицы A.

```
E = matrix([
    [1, 0, 0],
    [0, 1, 0],
    [0, 0, 1]
])

eigen_values = []
for eigen_value in solve((A - ev * E).det() == 0, ev):
    eigen_values.append(eigen_value.rhs())
```

Собственные значения:

$$\begin{aligned} &-\sqrt{41} + 2 \\ &\sqrt{41} + 2 \\ &-9 \end{aligned}$$

СЗ в численном виде:

$$\begin{aligned} &-4.40312423743285 \\ &8.40312423743285 \\ &-9.000000000000000 \end{aligned}$$

Теперь найдем собственные значения через встроенную функцию.

```
A.eigenvalues()
```

Получили:

$$\begin{aligned} & -9 \\ & -4.403124237432849? \\ & 8.40312423743285? \end{aligned}$$

Результаты вычисления собственных значений совпали.

Теперь составим каноническое уравнение поверхности. Сначала определим коэффициенты для нового уравнения.

```
f_canonical(x1, y1, z1) = z1**2 * eigen_values[1] + x1**2 * eigen_values[2] + y1**2 * eigen_values[0]
```

Получили уравнение:

$$z_1^2(\sqrt{41} + 2) - y_1^2(\sqrt{41} - 2) - 9x_1^2 - \frac{4925}{333}$$

Построим полученную поверхность.

