

## Системы аналитических вычислений.

### Лабораторная работа №4.

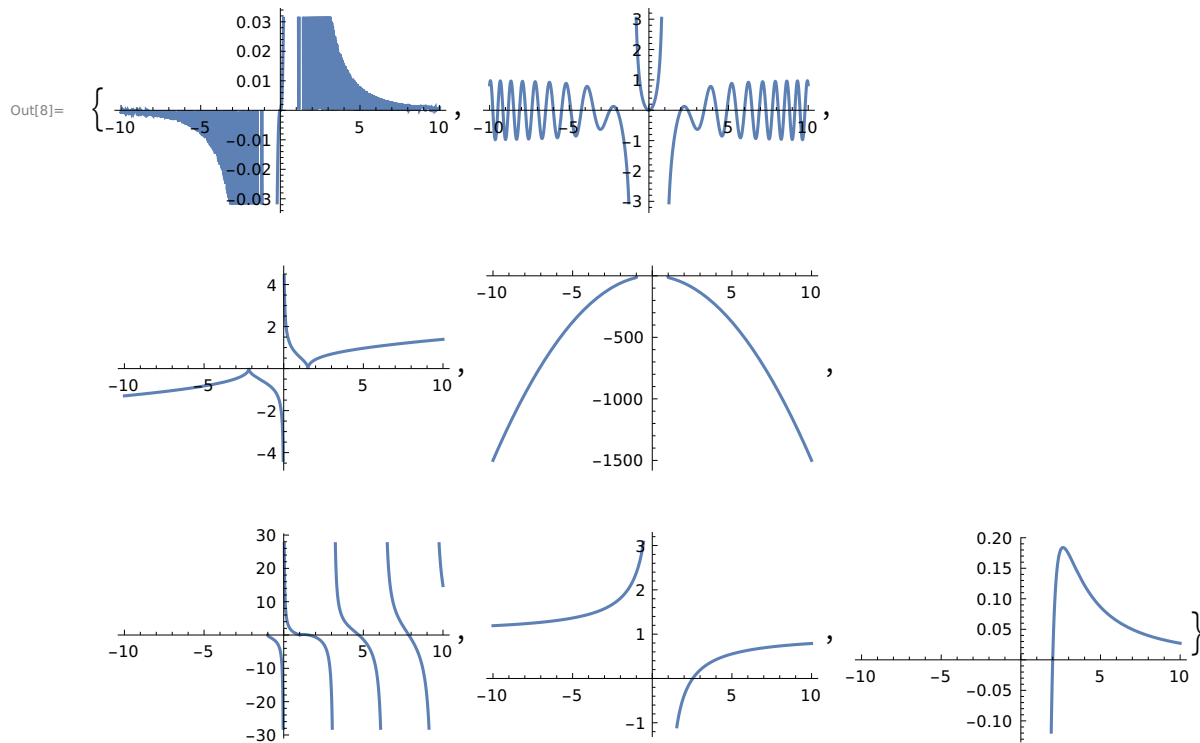
Студент: Короткевич Л. В., М80-208Б-19

```
In[6]:= tasks = {
  Sin[2 * x^3]^2 / x^3
, (x^2 - 4) * Sin[(Pi * (x^2)) / 6] / (x^2 - 1)
, Sqrt[Abs[3 * x^3 + 2 * x^2 - 10 * x]] / (4 * x)
, 1/2 * Log[Sqrt[x^2 + 1] / Sqrt[x^2 - 1]] - 15 * x^2
, (x^3 - x^2 - x + 1)^(1/3) / Tan[x]
, 2 * Log[(x - 1) / x] + 1
, Log[x - 1] / (x - 1)^2
};

getVariantForNumber [number_, variationsQuo_] := (
  Module[{t},
    t = Mod[number, variationsQuo];
    If[t ≠ 0
      , t
      , variationsQuo
    ]
  ]
)
```

In[8]:=

```
Table[Plot[tasks[[i]], {x, -10, 10}], {i, 1, Length[tasks]}]
```



In[13]:=

```
yourNumber = 15;
numberOfYourTask = getVariantForNumber [yourNumber , Length[tasks]];
Print["Number of your task: ", numberOfYourTask ]
Number of your task: 1
```

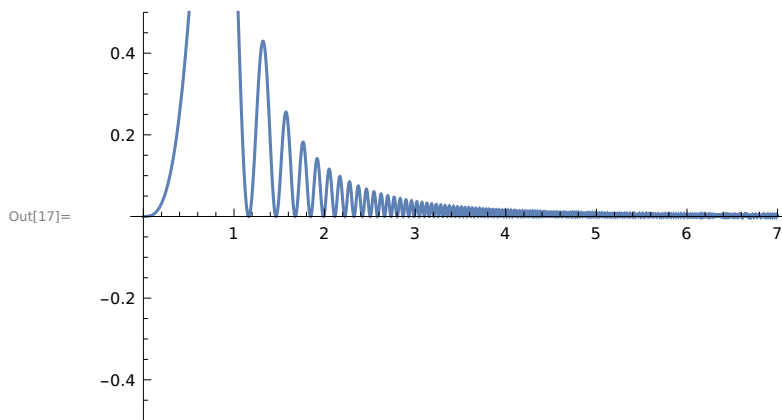
### График

In[16]:=

```
f[y_] := tasks[[numberOfYourTask]] /. x -> y;
```

In[17]:=

```
Plot[f[x], {x, 0, 7}, PlotRange -> {-0.5, 0.5}]
```



### Область определения

In[18]:= **D : x ≠ 1**

Out[18]= **D : x ≠ 1**

### Проверка на чётность/нечётность

In[32]:= **even = TautologyQ[f[x] == f[-x]];**  
**noteven = TautologyQ[f[x] + f[-x] == 0];**

In[34]:= **If[even == True, "Функция четная", Null]**  
**If[noteven == True, "Функция нечетная", Null]**  
**If[Not[even || noteven], "Функция прочая", Null]**

Out[35]= **Функция нечетная**

### Проверка на периодичность

In[37]:= **Solve[f[x + T] == f[x], T]**

**Solve** : This system cannot be solved with the methods available to Solve .

Out[37]= **Solve** $\left[\frac{\sin[2(T+x)^3]^2}{(T+x)^3} == \frac{\sin[2x^3]^2}{x^3}, T\right]$

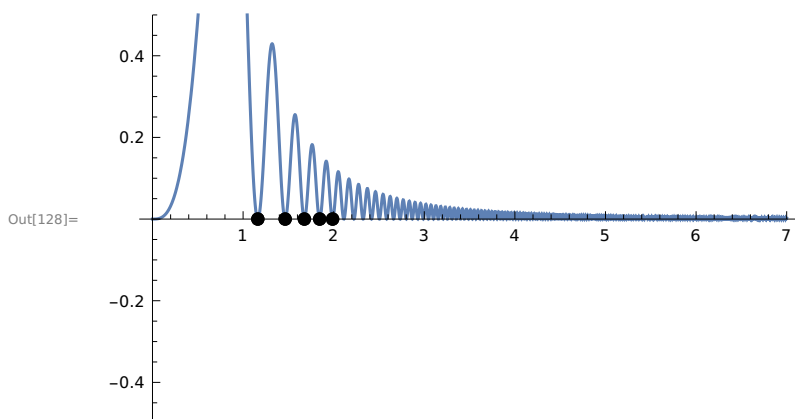
$f[x+T] \neq f[x]$ , следовательно функция не является периодической.

### Точки пересечения с осями координат:

с осью Y их нет в силу одз, а с осью X - бесконечно много

In[124]:= **sols = Solve[f[x] == 0 && x > 0 && x < 2, x];**  
**points = {x, 0} /. sols;**

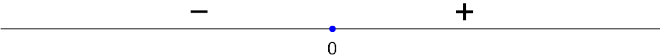
In[126]:= **g1 = Plot[f[x], {x, 0, 7}, PlotRange → {-0.5, 0.5}];**  
**g2 = ListPlot[points, PlotStyle → {Black, PointSize[Large]}];**  
**Show[{g1, g2}]**



### Промежутки знакопостоянства

```
In[78]:= Show[
  Graphics[Line[{{-5, 0}, {5, 0}}]],
  Graphics[{PointSize[0.01], Point[{0, 0}, VertexColors -> Blue]}],
  Graphics[Text[0, {0, -0.3}]],
  Graphics[Text[Style["-", FontSize -> Scaled[0.05]], {-2, 0.3}]],
  Graphics[Text[Style["+", FontSize -> Scaled[0.05]], {2, 0.3}]]
]
```

```
Out[78]=
```



### Промежутки возрастания и убывания

```
In[84]:= df = D[f[x], x]
```

```
Out[84]=
```

$$\frac{12 \cos[2 x^3] \times \sin[2 x^3]}{x} - \frac{3 \sin[2 x^3]^2}{x^4}$$

```
In[85]:= Solve[df == 0, x]
```


**Solve** : This system cannot be solved with the methods available to Solve .

```
Out[85]= Solve[
```

$$\frac{12 \cos[2 x^3] \times \sin[2 x^3]}{x} - \frac{3 \sin[2 x^3]^2}{x^4} == 0, x]$$

Функция имеет бесконечное число промежутков возрастания и убывания, экстремумов. Решить аналитически это невозможно.

```
In[91]:= Reduce[df > 0 && x > 0 && x < 1, x]
```

```
Out[91]= 0 < x <  0.835 ...
```

Можно лишь таким, наивным образом, в частном случае заключить, что на  $[0; 0.83]$  функция будет возрастать.

```
In[94]:= Reduce[df < 0 && x > 0 && x < 1.2, x]
```

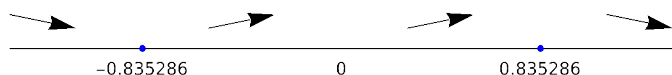
**Reduce** : Reduce was unable to solve the system with inexact coefficients . The answer was obtained by solving a corresponding exact system and numericizing the result .

```
Out[94]= 0.835286 < x < 1.16245
```

... а убывать функция будет от 0,83 до 1,16, например.

```
Show[
  Graphics[Line[{{-5, 0}, {5, 0}}]],
  Graphics[Text[-0.835286, {-3, -0.3}]],
  Graphics[{PointSize[0.01], Point[{-3, 0}, VertexColors -> Blue]}],
  Graphics[Text[0, {0, -0.3}]],
  Graphics[{PointSize[0.01], Point[{3, 0}, VertexColors -> Blue]}],
  Graphics[Text[0.835286, {3, -0.3}]],
  Graphics[Arrow[{{4, 0.5}, {5, 0.3}}]],
  Graphics[Arrow[{{1, 0.3}, {2, 0.5}}]],
  Graphics[Arrow[{{-2, 0.3}, {-1, 0.5}}]],
  Graphics[Arrow[{{-5, 0.5}, {-4, 0.3}}]]
]
```

Out[99]=



### Точки экстремума и значения в этих точках:

Как несложно догадаться,  $\pm 0.83$  -- точки локального экстремума. Значения в них:

```
In[100]:= f[0.83]
          f[-0.83]
```

Out[100]= 1.44865

Out[101]= -1.44865

### Непрерывность. Наличие точек разрыва и их классификация

Наша функция непрерывна на  $\mathbb{R}$ . А в точке  $x=0$  левосторонний и правосторонний пределы равны: это точка устранимого разрыва. Покажем это.

```
In[102]:= Limit[f[x], x -> 0]
```

Out[102]= 0

```
In[103]:= Limit[f[x], x -> -0]
```

Out[103]= 0

### Асимптоты

определим  $k, b$  классическим образом:

```
In[111]:= Limit[Sin[2 * x ^ 3] ^ 2 / x ^ 4, x -> +∞]
```

Out[111]= 0

```
In[112]:= Limit[Sin[2 * x ^ 3] ^ 2 / x ^ 3, x -> +∞]
```

Out[112]= 0

Получаем уравнение горизонтальной асимптоты:  $y = 0$ .

А вертикальная асимптота, как нетрудно догадаться:  $x = 0$ . Это мы установили, когда считали пределы в точке 0.