



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ  
(национальный исследовательский университет)»

---

Институт (Филиал) № 8 «Компьютерные науки и прикладная математика» Кафедра 806  
Группа М8О-408Б-19 Направление подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и  
информатика»

Профиль Информатика

Квалификация: бакалавр

---

## ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА

на тему: Методы и алгоритмы эффективного решения задачи маршрутизации  
транспортных средств

Автор ВКРБ: Короткевич Леонид Витальевич ( )

Руководитель: Лемтюжникова Дарья Владимировна ( )

Консультант: ( )

Консультант: ( )

**К защите допустить**

Заведующий кафедрой № 806 «Вычислительная математика  
и программирование» Крылов Сергей Сергеевич ( )

\_\_\_\_ мая 2023 года

Москва 2023

## РЕФЕРАТ

Выпускная квалификационная работа бакалавра состоит из 59 страниц, 1 рисунка, 3 таблиц, 28 использованных источников.

### ЗАДАЧА МАРШРУТИЗАЦИИ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ, ОПТИМИЗАЦИЯ, ЭВРИСТИКА, МЕТАЭВРИСТИКА

Объектом исследования в данной выпускной квалификационной работе бакалавра является известная комбинаторная оптимизационная задача в области транспорта и логистики - задача маршрутизации транспортных средств с емкостями (Capacitated Vehicle Routing Problem, CVRP).

Целью работы является анализ существующих методов и алгоритмов решения CVRP, выявление их сильных и слабых сторон, определение сценариев оптимального использования в зависимости от параметров тестовых данных, реализация и оценка гибридного алгоритма.

В работе приведен обзор литературы, содержащий в себе описание существующих мета- и эвристических алгоритмов, таких как имитационный отжиг и алгоритм ближайшего соседа, и вариаций VRP. Кроме того, был разработан и протестирован новый гибридный алгоритм, объединяющий сильные стороны проанализированных методов.

Основные результаты работы: определение наиболее эффективных алгоритмов для решения CVRP, оценка нового гибридного алгоритма и выявление сценариев их оптимального использования. Результаты исследования представляют ценность для логистических и транспортных компаний, стремящихся оптимизировать работу своего автопарка и минимизировать транспортные расходы.

Применение результатов данной работы позволяет снизить затраты на транспортно-логистические операции, улучшить маршрутизацию и распределение ресурсов. Предложенные алгоритмы могут быть адаптированы для решения других смежных задач комбинаторной оптимизации в области управления цепями поставок, размещения объектов и проектирования сетей.

Экономическая эффективность работы заключается в потенциальном снижении транспортных расходов для компаний и повышении конкурентоспособности компаний транспорта и логистики. Исследование прокладывает путь для дальнейшего совершенствования методов решения CVRP и разработки новых гибридных алгоритмов.

## СОДЕРЖАНИЕ

ТЕРМИНЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ . . . . .	5
ПЕРЕЧЕНЬ СОКРАЩЕНИЙ И ОБОЗНАЧЕНИЙ . . . . .	8
ВВЕДЕНИЕ . . . . .	9
1 ИСТОРИЯ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ МАРШРУТИЗАЦИИ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ (CVRP) . . . . .	11
1.1 Предпосылки и значимость CVRP . . . . .	11
1.2 Обзор вариаций VRP . . . . .	12
1.3 Формулировка CVRP . . . . .	13
1.4 Вызовы и перспективы исследований в CVRP . . . . .	17
1.5 Цель, область применения и направления исследования . . . . .	18
2 ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР . . . . .	20
2.1 Существующие методы и алгоритмы решения CVRP . . . . .	20
2.1.1 Точные алгоритмы . . . . .	20
2.1.2 Метаэвристические алгоритмы . . . . .	21
2.1.3 Эвристические алгоритмы . . . . .	23
2.1.4 Гибридные алгоритмы . . . . .	24
2.2 Сравнительный анализ алгоритмов и методов . . . . .	25
2.2.1 Точные алгоритмы . . . . .	26
2.2.2 Метаэвристические алгоритмы . . . . .	26
2.2.3 Эвристические алгоритмы . . . . .	27
2.2.4 Гибридные алгоритмы . . . . .	27
2.3 Критерии выбора алгоритмов . . . . .	29
2.3.1 Размер и сложность задачи . . . . .	29
2.3.2 Требования к качеству решения . . . . .	29
2.3.3 Доступные вычислительные ресурсы . . . . .	29
2.3.4 Формулировка задачи и ограничения . . . . .	30
2.3.5 Масштабируемость и обобщаемость . . . . .	30
3 ПОДХОД К ИССЛЕДОВАНИЮ И ОЦЕНКЕ АЛГОРИТМОВ . . . . .	31
3.1 Дизайн исследования и сбор данных . . . . .	31
3.1.1 Набор тестовых данных для задачи CVRP . . . . .	31
3.1.2 Характеристики тестовых данных . . . . .	32
3.1.3 Сбор данных . . . . .	33
3.2 Реализация и выбор алгоритма . . . . .	33

3.2.1	Алгоритм ближайшего соседа . . . . .	33
3.2.2	Имитация отжига . . . . .	36
3.2.3	Гибридный алгоритм . . . . .	40
3.2.4	Программная реализация . . . . .	41
3.3	Анализ сценариев и оценка эффективности алгоритмов . . . . .	42
4	ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ . . . . .	43
4.1	Сравнение результатов реализованных алгоритмов . . . . .	43
4.1.1	Качество решения . . . . .	45
4.1.2	Вычислительная эффективность . . . . .	46
4.1.3	Масштабируемость . . . . .	47
4.2	Оптимальные сценарии применения алгоритмов . . . . .	48
4.2.1	Алгоритм ближайшего соседа . . . . .	48
4.2.2	Имитация отжига . . . . .	48
4.2.3	Гибридный алгоритм . . . . .	49
4.3	Обобщение рекомендаций по применению алгоритмов . . . . .	49
4.4	Ценность и применения для транспорта и логистики . . . . .	50
4.4.1	Снижение затрат и повышение эффективности . . . . .	50
4.4.2	Принятие решений в реальном времени . . . . .	51
4.4.3	Масштабируемость и адаптивность . . . . .	51
4.4.4	Настройка и интеграция . . . . .	51
4.4.5	Экологические и социальные выгоды . . . . .	51
5	ПОДВЕДЕНИЕ ИТОГОВ И ДАЛЬНЕЙШИЕ НАПРАВЛЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ . . . . .	53
5.1	Краткое изложение выводов . . . . .	53
5.2	Вклад в области транспорта и логистики . . . . .	54
5.3	Практическое применение и рекомендации . . . . .	55
	ЗАКЛЮЧЕНИЕ . . . . .	56
	СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ . . . . .	57

## ТЕРМИНЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

В настоящей выпускной квалификационной работе бакалавра применяют следующие термины с соответствующими определениями:

Задача маршрутизации транспортных средств (capacitated vehicle routing problem, CVRP) — задача маршрутизации транспортных средств с ограниченной вместимостью: оптимизационная задача, в которой парк транспортных средств с ограниченной вместимостью должен доставить товары множеству клиентов, минимизируя при этом общее расстояние или стоимость поездки

Задача коммивояжера — классическая задача комбинаторной оптимизации, которая заключается в поиске кратчайшего пути, проходящего через заданный набор городов и возвращающегося в исходный город

Задача о назначениях — задача оптимизации, в которой необходимо распределить набор работников на набор задач с целью минимизации затрат на выполнение всех задач

Планирование маршрутов — процесс оптимизации порядка и маршрутов доставки грузов или пассажиров с целью минимизации затрат на доставку, учитывая ограничения на вместимость и другие факторы

Логистика — дисциплина, которая занимается планированием, реализацией и контролем потока материальных и информационных ресурсов от места их происхождения до места их потребления

Оптимизация — методы и процессы, направленные на достижение наилучшего результата в рамках заданных ограничений. В контексте задач маршрутизации транспортных средств, оптимизация направлена на минимизацию затрат на доставку грузов или пассажиров

комбинаторика — отрасль математики, которая занимается изучением конечных структур и методов их анализа. В контексте задач маршрутизации транспортных средств, комбинаторика используется для анализа всех возможных комбинаций маршрутов и выбора наилучшего

NP-трудная задача — класс задач, которые не могут быть решены полиномиальным алгоритмом, но могут быть решены за полиномиальное время с помощью недетерминированной машины Тьюринга. В контексте задач маршрутизации транспортных средств, многие подзадачи являются NP-трудными, что делает их решение вычислительно сложным

эвристический алгоритм — алгоритм, основанный на эвристике, то есть на приближенных методах решения задачи вместо точных алгоритмов. Эвристические алгоритмы обычно используются для решения сложных оптимизационных задач, когда точное решение затруднено

Метаэвристический алгоритм — алгоритм, который используется для решения сложных оптимизационных задач путем направления и модификации более низкоуровневых эвристических алгоритмов. Метаэвристики могут достичь более высокой производительности, чем отдельные эвристики

Точный алгоритм — алгоритм, который гарантирует нахождение точного решения задачи. Точные алгоритмы обычно используются для решения небольших задач, где вычислительная сложность не является проблемой. Однако для больших задач, точные алгоритмы могут быть вычислительно слишком дорогими

Гибридный алгоритм — алгоритм, который объединяет два или более различных алгоритма, методов или подходов для достижения более высокой производительности, чем отдельные методы. В контексте задач маршрутизации транспортных средств, гибридные алгоритмы могут использовать сильные стороны различных эвристик для достижения наилучшего результата

Динамическое программирование — метод решения задач оптимизации, который заключается в разбиении задачи на более мелкие подзадачи и последующем объединении решений подзадач для получения решения исходной задачи. Динамическое программирование часто используется для решения задач маршрутизации транспортных средств

Имитация отжига — метаэвристический алгоритм оптимизации, вдохновленный процессом отжига в металлургии. Алгоритм исследует пространство решений, принимая как лучшие, так и худшие решения, причем вероятность принятия худших решений уменьшается со временем. В контексте задач маршрутизации транспортных средств, имитация отжига может использоваться для поиска оптимального маршрута

Алгоритм ближайшего соседа — эвристический алгоритм для решения задач маршрутизации, где следующий клиент, которого нужно посетить, является ближайшим к текущему клиенту, с учетом оставшейся вместимости транспортного средства. В контексте задач маршрутизации транспортных

средств, алгоритм ближайшего соседа может использоваться для быстрого нахождения начального решения

Оптимизационный разрыв — мера разницы между решением, найденным алгоритмом, и известным оптимальным решением, обычно выраженная в процентах. Меньший разрыв оптимизации указывает на то, что алгоритм ближе к нахождению оптимального решения

Евклидово расстояние — расстояние по прямой между двумя точками в евклидовом пространстве, рассчитанное по теореме Пифагора. В контексте задач маршрутизации транспортных средств часто используется в качестве косвенного показателя времени или стоимости поездки между клиентами

## ПЕРЕЧЕНЬ СОКРАЩЕНИЙ И ОБОЗНАЧЕНИЙ

В настоящей выпускной квалификационной работе бакалавра применяют следующие сокращения и обозначения:

CVRP — задача маршрутизации транспортных средств с ограниченными возможностями

NN — алгоритм ближайшего соседа

SA — имитация отжига

NN+SA — алгоритм ближайшего соседа + имитация отжига (гибридный алгоритм)

NP — недетерминированное полиномиальное время

ms — миллисекунды

opt. gap — разрыв оптимальности



## ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы данной выпускной квалификационной работы бакалавра связана с возрастающим значением эффективных перевозок в современном мире. Оптимизация маршрутизации транспортных средств является важной задачей для компаний, занимающихся логистикой и перевозками, так как она напрямую влияет на их операционные затраты и качество предоставляемых услуг. Одной из наиболее распространенных задач маршрутизации является задача маршрутизации транспортных средств с емкостью (Capacitated Vehicle Routing Problem, CVRP), которая заключается в поиске оптимального набора маршрутов для парка транспортных средств для обслуживания множества клиентов при соблюдении ограничений на вместимость транспортных средств. Эта задача является NP-трудной и широко изучена в литературе.

В данной работе сравниваются и оцениваются несколько существующих алгоритмов для решения CVRP, включая эвристические и метаэвристические подходы. Кроме того, предлагается и тестируется гибридный алгоритм, сочетающий жадный подход в виде алгоритма ближайшего соседа и метаэвристический алгоритм имитации отжига. Целью данного исследования является определение наиболее эффективных алгоритмов для решения экземпляров CVRP с различными параметрами задачи, а также исследование оптимальных сценариев применения различных алгоритмов.

Выполненная работа актуальна как с научной, так и с практической точки зрения. С научной точки зрения, данная работа вносит вклад в существующий массив знаний об алгоритмах CVRP и их эффективности при различных сценариях. С практической точки зрения, данное исследование предоставляет ценные идеи для логистических и транспортных компаний, стремящихся оптимизировать свои операции по маршрутизации транспортных средств.

Для достижения поставленной цели сначала предоставляется обзор задач маршрутизации транспортных средств, сосредоточившись на формулировке CVRP. Затем приводится сравнительный анализ существующих алгоритмов для решения CVRP. Также предлагаются критерии выбора алгоритмов на основе параметров задачи, которые могут помочь в выборе наиболее подходящего алгоритма для конкретных экземпляров задачи.

В данной работе были использованы различные технологии и инструменты для облегчения исследования, реализации и анализа алгоритмов. Python, универсальный и широко распространенный язык программирования, был использован для автоматизированного тестирования и обработки данных. C++ был выбран для реализации алгоритмов благодаря своей эффективности и производительности. CMake, кросс-платформенная система сборки, была использована для оптимизации процесса компиляции, обеспечивая бесшовную интеграцию различных компонентов и библиотек.

Контроль версий необходим для совместных проектов и масштабных исследований, поэтому для отслеживания изменений в исходном коде и ведения истории модификаций был использован Git. GitHub, популярный веб-хостинг для репозитория Git, был использован для хранения и управления кодом, облегчая сотрудничество и предоставляя платформу для обмена и обсуждения исследований с другими.

Эти технологии, а также другие, не упомянутые здесь, сыграли важную роль в обеспечении плавного, организованного и эффективного процесса исследования, что в конечном итоге способствовало успеху данной работы.

После постановки цели в данной работе описывается дизайн исследования и методика сбора данных, после чего следует реализация и выбор алгоритмов. Затем приводятся и обсуждаются результаты экспериментов, включая качество решения, вычислительную эффективность, масштабируемость исследуемых алгоритмов.

Наконец, в заключение подводятся итоги исследования и обсуждаются его последующие применения для логистических и транспортных компаний. Также определяются ограничения проведенной работы и предлагаются направления будущих исследований. Результаты данного исследования предназначены для применения и внедрения в логистических и транспортных компаниях, стремящихся оптимизировать операции по маршрутизации транспортных средств.

# **1 ИСТОРИЯ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ МАРШРУТИЗАЦИИ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ (CVRP)**

В этой главе дается введение в задачу маршрутизации транспортных средств с емкостями (CVRP), ее значение в области транспорта и логистики, а также проблемы, с которыми сталкиваются исследователи и практики при решении этой задачи. Глава начинается с изложения предпосылок и важности CVRP, затем следует обзор различных типов задач маршрутизации транспортных средств и конкретная формулировка CVRP. Затем обсуждаются существующие пробелы и проблемы в данной области и излагаются цель, объем и ограничения исследования.

## **1.1 Предпосылки и значимость CVRP**

Задача маршрутизации транспортных средств с емкостями (Capacitated Vehicle Routing Problem, CVRP) - это классическая комбинаторная задача оптимизации, которая привлекла значительное внимание как академических, так и промышленных кругов из-за своей практической важности в области транспорта и логистики. Задача была впервые представлена Данцигом и Рамзером (1959) в контексте доставки топлива и с тех пор стала одной из наиболее изучаемых задач в исследовании операций [1].

CVRP заключается в нахождении оптимального набора маршрутов для парка транспортных средств, каждое из которых имеет фиксированную вместимость, для доставки товаров множеству клиентов при минимизации общего пройденного расстояния [2]. Задача учитывает несколько ограничений, включая вместимость транспортных средств, требования клиентов, их географическое расположение и т.д. CVRP имеет множество реальных применений, таких как распределение товаров, сбор отходов и услуги по доставке на дом [3]. Ее успешное решение может привести к значительной экономии средств, повышению эффективности компаний, занимающихся логистикой, и удовлетворенности их клиентов.

Значение CVRP заключается в его прямом влиянии на операционную эффективность транспортных и логистических компаний. Поскольку транспортные расходы обычно составляют значительную часть общих логистических расходов, оптимизация маршрутизации транспортных средств может привести к существенному снижению затрат [4]. Кроме того,

эффективная маршрутизация может помочь компаниям сократить выбросы парниковых газов, снизить расход топлива и повысить общую устойчивость [5].

Более того, CVRP является обобщением известной задачи коммивояжера (TSP), которая является частным случаем CVRP с одним транспортным средством [6]. Благодаря тесной связи с TSP, успехи в исследовании CVRP могут также способствовать разработке новых методов и подходов для решения других сложных комбинаторных задач оптимизации.

Однако известно, что CVRP является NP-трудной задачей, что означает, что поиск оптимального решения становится все более трудным по мере роста размера задачи [7]. Поэтому были разработаны различные эвристические и метаэвристические алгоритмы для поиска близких к оптимальным решений CVRP за разумное время вычислений [8]. Постоянное развитие и совершенствование этих алгоритмов имеет большое значение как для теоретических исследований, так и для практических приложений в области транспорта и логистики.

## **1.2 Обзор вариаций VRP**

Задачи маршрутизации транспортных средств (VRPs) - это класс комбинаторных задач оптимизации, которые включают определение оптимальных маршрутов для парка транспортных средств для доставки товаров или услуг множеству географически распределенных клиентов [9]. VRP широко распространены в различных отраслях, включая транспорт, логистику и управление цепочками поставок. В зависимости от конкретных ограничений и целей, существует несколько типов VRP, каждый из которых имеет свои уникальные вызовы и характеристики.

Некоторые распространенные типы VRP включают:

- а) Задача маршрутизации транспортных средств с ограниченной вместимостью (CVRP): Как было описано ранее, CVRP включает в себя определение оптимальных маршрутов для парка транспортных средств с ограниченной вместимостью для доставки товаров клиентам при минимизации общего пройденного расстояния;
- б) Задача маршрутизации транспортных средств с временными окнами (VRPTW): В VRPTW каждый клиент имеет определенное временное окно, в течение которого должна быть выполнена

доставка. Целью является минимизация общего пройденного расстояния при соблюдении ограничений временного окна [10];

- в) Задача подбора и доставки товара (PDP): В PDP транспортные средства должны забирать товары из определенных мест и доставлять их в другие места. Целью является минимизация общего пройденного расстояния, с учетом ограничений по вместимости и очередности [11];
- г) Периодическая задача маршрутизации транспортных средств (PVRP): PVRP включает в себя планирование доставки клиентам на горизонте планирования, обычно несколько дней. Цель - минимизировать общее расстояние, пройденное за весь горизонт планирования, учитывая при этом ежедневные ограничения маршрута и частоту посещений клиентов. [12].

Мотивация для рассмотрения CVRP в сравнении с другими типами VRP обусловлена ее практической значимостью и широкой применимостью. CVRP является одним из наиболее распространенных и фундаментальных типов VRP, поскольку в ней учитываются существенные ограничения пропускной способности, присущие реальным транспортным и логистическим задачам [6]. Изучая и разрабатывая методы решения для CVRP, исследователи и практики могут получить ценные сведения о фундаментальных характеристиках маршрутизации транспортных средств и ее приложениях.

Более того, CVRP служит основой для других, более сложных вариантов VRP. Многие усовершенствованные типы VRP, такие как VRPTW и PDP, можно рассматривать как расширения CVRP с дополнительными ограничениями или целями. Поэтому разработка эффективных алгоритмов для CVRP может также внести вклад в методы решения других типов VRP и обеспечить прочную основу для решения более сложных задач маршрутизации [8].

### **1.3 Формулировка CVRP**

CVRP - это хорошо известная комбинаторная задача оптимизации, которая включает в себя определение оптимальных маршрутов для парка транспортных средств с ограниченной вместимостью для доставки товаров множеству клиентов при минимизации общего пройденного расстояния. Формально CVRP можно определить следующим образом:

Пусть  $G = (V, E)$  - полный неориентированный граф, где  $V$  - множество вершин, а  $E$  - множество ребер. Каждая вершина  $i \in V$  представляет клиента, а расстояние между любыми двумя клиентами  $i$  и  $j$  представлено ребром  $(i, j) \in E$  с неотрицательной стоимостью  $c_{ij}$ . Депо, откуда транспортные средства начинают и заканчивают свои маршруты, обозначается как вершина 0. Пусть  $K$  - это множество одинаковых автомобилей, каждый из которых имеет вместимость  $Q$ .

Каждый клиент  $i \in V$  имеет спрос  $q_i$ , где  $0 < q_i \leq Q$ . Задача состоит в том, чтобы определить набор маршрутов для транспортных средств в парке, который минимизирует общее пройденное расстояние, удовлетворяя следующим ограничениям:

- а) Каждый клиент должен быть посещен ровно один раз ровно одним автомобилем;
- б) Общий спрос клиентов, закрепленных за автомобилем, не должен превышать его вместимость  $Q$ ;
- в) Каждый маршрут должен начинаться и заканчиваться в депо.

На рисунке 1 представлено решение экземпляра „n22-k4“ CVRP. Этот экземпляр состоит из 21 клиента и парка из 4 автомобилей, каждый из которых имеет вместимость 6000 единиц. Депо представлено точкой на пересечении маршрутов, а клиенты изображены в виде узлов, в них включенных. Расстояния между складом и клиентами полагается как евклидово на плоскости. Каждый клиент имеет связанное с ним значение спроса от 1 до 6000. Задача - найти оптимальные маршруты для 4 транспортных средств, чтобы доставить товары со склада всем клиентам, минимизируя при этом общее пройденное расстояние и гарантируя, что ограничение на вместимость каждого транспортного средства не будет превышено.

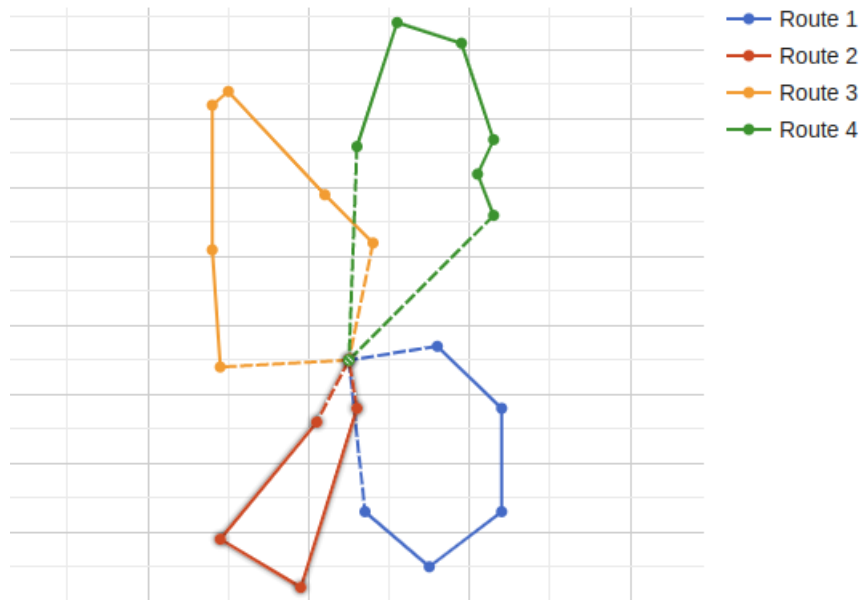


Рисунок 1 – Экземпляр с 1 депо, 22 клиентами и 4 маршрутами

CVRP может быть сформулирована как задача целочисленного линейного программирования (ILP) на основе подхода, представленного в [13]. Формулировка выглядит следующим образом:

Минимизировать:

$$\sum_{e \in E} c_e x_e \quad (1)$$

С учетом:

$$\sum_{e=\{0,j\} \in E} x_e = 2k \quad (2)$$

$$\sum_{e=\{i,j\} \in E} x_e = 2 \quad \forall i \in N \quad (3)$$

$$\sum_{\substack{e=\{i,j\} \in E \\ i \in S, j \notin S}} x_e \geq 2b(S) \quad \forall S \subset N, \quad |S| > 1 \quad (4)$$

$$0 \leq x_e \leq 1 \quad \forall e = \{i, j\} \in E, \quad i, j \neq 0 \quad (5)$$

$$0 \leq x_e \leq 2 \quad \forall e = \{0, j\} \in E \quad (6)$$

$$x_e \text{ — целое } \forall e \in E. \quad (7)$$

Целевой функцией в данной формулировке является минимизация общей стоимости транзита, которая представлена суммой произведения стоимости каждого ребра (т.е. расстояния между двумя узлами) и переменной решения  $x_e$ , которая принимает значение 1, если ребро  $e$  включено в решение, и 0 в противном случае.

Первое ограничение гарантирует, что каждое транспортное средство начинает и заканчивает свой маршрут в депо, требуя, чтобы сумма переменных решений для ребер, соединяющих депо с другими узлами, была равна удвоенному количеству транспортных средств ( $k$ ) в парке.

Второе ограничение гарантирует, что каждый клиент будет посещен ровно один раз, требуя, чтобы сумма переменных решений для ребер, соединяющих узел  $i$  с другими узлами, была равна 2 для всех узлов  $i$  в наборе клиентов ( $N$ ).

Третье ограничение гарантирует, что вместимость каждого транспортного средства не будет превышена, требуя, чтобы сумма переменных решений для ребер, соединяющих узлы в подмножестве  $S$  клиентов с узлами вне  $S$ , была больше или равна удвоенному спросу подмножества  $S$ , который представлен функцией  $b(S) = \lceil (\sum_{i \in S} d_i) / C \rceil$ .

Четвертое ограничение гарантирует, что переменные решения принимают целочисленные значения, устанавливая для них верхние границы.

Формулировка также включает набор бинарных переменных, которые принимают значение 1, если ребро  $e$  включено в решение, и 0 в противном случае. На эти переменные накладываются те же ограничения, что и на переменные решения для ребер, соединяющих клиентов с другими узлами, но с другой верхней границей 2 для ребер, соединяющих депо с другими узлами.

Несмотря на относительно простое определение, CVRP является NP-трудной задачей, что означает, что поиск точного решения становится вычислительно трудновыполнимым для больших экземпляров задачи [14]. В результате исследователи разработали различные эвристические и



метаэвристические алгоритмы для поиска близких к оптимальным решений CVRP за приемлемое время [3].

#### 1.4 Вызовы и перспективы исследований в CVRP

Несмотря на значительный прогресс в разработке алгоритмов решения CVRP, все еще существуют пробелы в исследованиях, которые необходимо устранить. Некоторые из основных пробелов и проблем в CVRP включают:

- а) *Масштабируемость*: Многие существующие алгоритмы, особенно точные методы, не могут решить крупномасштабные экземпляры CVRP за разумное время. Разработка алгоритмов, способных эффективно решать крупномасштабные задачи, остается сложной задачей;
- б) *Сложности реального мира*: На практике задачи маршрутизации транспортных средств часто включают дополнительные ограничения и сложности, такие как временные окна, множество складов и разнородные парки, гетерогенные ограничения по емкости и так далее. Включение этих аспектов реального мира в CVRP и разработка алгоритмов, способных эффективно их обрабатывать, является актуальной областью исследований;
- в) *Сравнение производительности*: Для решения CVRP было предложено большое количество алгоритмов, и их эффективность часто зависит от конкретного экземпляра задачи и его характеристик. Выявление наиболее эффективных алгоритмов для различных сценариев задачи и понимание их сильных и слабых сторон остается важной задачей;
- г) *Гибридные и адаптивные подходы*: Объединение различных алгоритмов и методов для разработки гибридных и адаптивных подходов для решения CVRP является перспективным направлением исследований. Такие методы потенциально могут использовать преимущества различных алгоритмов и адаптироваться к различным экземплярам задач, обеспечивая лучшие решения;
- д) *Параллельные и распределенные вычисления*: Использование параллельных и распределенных вычислительных ресурсов для решения CVRP потенциально может привести к значительному

улучшению производительности. Однако разработка параллельных и распределенных алгоритмов для CVRP, эффективно использующих эти ресурсы, также является емкой и непростой задачей.

Эти исследовательские пробелы и перечисленные проблемы рождают необходимость тщательного анализа существующих методов и алгоритмов для решения CVRP, а также разработки и оценки новых подходов, которые могут их решить.

### **1.5 Цель, область применения и направления исследования**

Основной целью данного исследования является анализ и оценка существующих методов и алгоритмов для решения CVRP, с особым акцентом на эвристические алгоритмы, такие как алгоритм ближайшего соседа, метаэвристические алгоритмы, такие как имитационный отжиг, и предложенный гибридный алгоритм, который сочетает жадный подход алгоритма ближайшего соседа с гибкостью имитационного отжига. Цель исследования - выявить сильные и слабые стороны этих алгоритмов и определить оптимальные сценарии их применения, учитывая такие факторы, как размер парка, топология транспортной сети и спрос, количество клиентов.

Для достижения этой цели исследование построено следующим образом:

- а) Провести обзор литературы по существующим методам и алгоритмам решения CVRP;
- б) Внедрить и проанализировать выбранные алгоритмы, включая алгоритм ближайшего соседа, имитационный отжиг и предложенный гибридный алгоритм;
- в) Оценить производительность реализованных алгоритмов в различных сценариях и сравнить их эффективность в решении экземпляров CVRP;
- г) Определить оптимальные сценарии применения каждого алгоритма на основе результатов оценки и параметров экземпляра;
- д) Обсудить последствия полученных результатов для логистических и транспортных компаний, стремящихся оптимизировать работу своего автопарка и минимизировать транспортные расходы.

Область исследования ограничена CVRP и выбранными алгоритмами. Другие типы задач маршрутизации транспортных средств и методы

оптимизации не рассматриваются. Кроме того, предложенный гибридный алгоритм является первоначальной попыткой объединить сильные стороны алгоритма ближайшего соседа и имитационного отжига, и его производительность и адаптивность могут быть подвержены дальнейшим улучшениям.

Несмотря на эти ограничения, цель исследования - внести вклад в понимание алгоритмов и методов решения CVRP и предоставить ценные идеи для практиков в области транспорта и логистики.

## **2 ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР**

Целью данной главы является обзор литературы по CVRP и различных методов и алгоритмов, которые были разработаны для ее решения. Глава начинается с введения в основные понятия и вопросы, связанные с CVRP, а также с мотивации для изучения этой конкретной задачи по сравнению с другими типами задач маршрутизации транспортных средств. Далее в главе рассматриваются существующие методы и алгоритмы решения CVRP, включая точные алгоритмы, метаэвристические алгоритмы и эвристические алгоритмы, а также проводится сравнительный анализ их достоинств и недостатков. Наконец, в главе представляются критерии выбора наиболее подходящего алгоритма, основанные на конкретных параметрах задачи, и подводится направление для последующих глав данной работы.

### **2.1 Существующие методы и алгоритмы решения CVRP**

CVRP была широко изучена, что привело к разработке широкого спектра методов и алгоритмов для ее решения. Эти методы можно разделить на три основные группы: точные алгоритмы, метаэвристические алгоритмы и эвристические алгоритмы. В этом разделе представлен обзор каждой категории, а также краткое описание некоторых представительных алгоритмов в каждой группе.

#### **2.1.1 Точные алгоритмы**

Точные алгоритмы предназначены для поиска оптимального решения CVRP. Они гарантируют, что полученное решение является глобально оптимальным, при наличии достаточного времени и вычислительных ресурсов. Основным недостатком точных алгоритмов является их высокая вычислительная сложность, что может сделать их непрактичными для крупномасштабных задач. Некоторые популярные точные алгоритмы для CVRP включают:

- а) Branch and Bound (B&B): Этот алгоритм предполагает систематическое исследование пространства решений через древовидную структуру, где каждый узел представляет собой частичное решение задачи [14]. Алгоритм B&B оценивает стоимость каждого узла и устраняет неоптимальные ветви,

позволяя сосредоточиться на наиболее перспективных частях пространства решений. Однако размер дерева поиска растет экспоненциально с размером задачи, что может ограничить применимость алгоритма B&B к большим экземплярам CVRP;

- б) Branch and Cut: Это расширение алгоритма B&B, которое объединяет его с методом секущих плоскостей [15]. Метод секущих плоскостей генерирует дополнительные ограничения (известные как разрезы), которые исключают нецелые решения из пространства поиска, не влияя на оптимальность целочисленного решения. Это позволяет алгоритму исследовать решения более эффективно, потенциально решая большие экземпляры CVRP, чем алгоритм B&B;
- в) Целочисленное линейное программирование (ЦЛП): CVRP может быть сформулирована как задача целочисленного линейного программирования, которая затем может быть решена с помощью различных решателей ILP, таких как CPLEX или Gurobi. Решатели ILP используют комбинацию B&B, секущей плоскости и других передовых методов для поиска оптимального решения. Хотя ILP-решатели могут быть очень эффективными для небольших и средних экземпляров CVRP, они могут испытывать трудности при решении задач большего размера из-за их комбинаторной сложности.

### **2.1.2 Метаэвристические алгоритмы**

Метаэвристические алгоритмы - это приближенные методы, которые ищут близкие к оптимальным решения сложных задач оптимизации. Они обычно более эффективны с вычислительной точки зрения, чем точные алгоритмы, что делает их подходящими для больших экземпляров CVRP. Некоторые известные метаэвристические алгоритмы для CVRP включают:

- а) Генетические алгоритмы (Genetic Algorithms, GA): GA вдохновлены процессом естественного отбора и подразумевают эволюцию популяции решений-кандидатов в течение нескольких поколений [16]. Операторы ГА, такие как мутация, кроссинговер и селекция, используются для исследования пространства решений и сходятся к оптимальному или близкому к оптимальному решению;

- б) Имитация отжига (Simulated Annealing, SA): Это метод стохастической оптимизации, который имитирует процесс отжига в металлургии [17]. SA исследует пространство решений, внося случайные возмущения в текущее решение и принимая или отвергая эти возмущения на основе целевой функции и параметра температуры. Температура постепенно уменьшается со временем, что позволяет алгоритму избегать локальных оптимумов на ранних стадиях и сходиться к глобальному оптимуму по мере приближения температуры к нулю;
- в) Оптимизация муравьиной колонии (Ant Colony Optimization, ACO): ACO вдохновлен поведением муравьев на кормовом участке и предполагает построение решений группой искусственных муравьев, которые пересекают пространство поиска, ориентируясь на феромонные тропы [18]. Алгоритм итеративно обновляет феромонные тропы в зависимости от качества найденных решений, что, в свою очередь, направляет поиск в перспективные области пространства решений. ACO был успешно применен к экземплярам VRP разного размера, часто давая высококачественные решения [19];
- г) Оптимизация роя частиц (Particle Swarm Optimization, PSO): PSO - это метод оптимизации на основе популяций, который вдохновлен социальным поведением птиц и рыб [20]. В PSO рой частиц перемещается в пространстве поиска, ориентируясь на лучшие решения, найденные роем, и лучшее решение, найденное каждой частицей в отдельности. Алгоритм итеративно обновляет положение и скорость частиц, сходясь к оптимальному или близкому к оптимальному решению.

Алгоритм имитации отжига (SA) был выбран в качестве исследуемого метаэвристического алгоритма для данной работы из-за его простоты, гибкости и эффективности в решении сложных оптимизационных задач, как, например, CVRP. SA имеет ряд преимуществ перед другими метаэвристическими алгоритмами: его относительно легко реализовать и понять, он требует меньше параметров, чем другие методы, и обладает способностью избегать локального оптимума, принимая неухудшающиеся решения на ранних стадиях поиска. Кроме того, SA доказал свою

эффективность в решении различных экземпляров CVRP и может быть легко гибридизирован с другими алгоритмами или эвристиками для дальнейшего повышения эффективности [17]. Способность SA балансировать между исследованием и освоением пространства поиска делают его подходящим выбором для решения CVRP в данном исследовании.

### **2.1.3 Эвристические алгоритмы**

Эвристические алгоритмы - это специфические для конкретной задачи методы, которые используют структуру CVRP для быстрого поиска хороших решений. Они обычно не гарантируют оптимальность, но могут обеспечить высококачественные решения за относительно короткое время. Некоторые широко используемые эвристические алгоритмы для CVRP включают:

- а) Алгоритм ближайшего соседа (Nearest Neighbour, NN): NN итеративно выбирает ближайшего непосещенного клиента для добавления к текущему маршруту, пока все клиенты не будут посещены или не будет достигнута вместимость транспортного средства [21]. Если вместимость транспортного средства достигнута, алгоритм начинает новый маршрут от автопарка. Хотя NN прост и быстр, он может не обеспечить наиболее эффективные маршруты из-за своей жадной природы;
- б) Алгоритм экономии Кларка и Райта (C&W Savings Algorithm): Этот алгоритм основан на концепции „экономии“ - сокращении расстояния, которое может быть достигнуто путем прямого соединения двух клиентов вместо их раздельного посещения из депо [22]. Алгоритм итеративно объединяет пары маршрутов с наибольшей экономностью, пока не будут посещены все клиенты или не будет достигнута очередная итерация экономии. Алгоритм экономии Кларка и Райта может давать хорошие решения для CVRP, но его эффективность зависит от выбора критериев экономии и стратегии объединения маршрутов;
- в) Алгоритм заметания (Sweeping Algorithm): данный алгоритм упорядочивает клиентов по их полярным координатам относительно склада и строит маршруты, посещая клиентов в порядке возрастания полярного угла [23]. Алгоритм продолжает добавлять клиентов к текущему маршруту до тех пор, пока не будет

достигнута вместимость транспортного средства, затем начинается новый маршрут. Хотя алгоритм Sweep может генерировать разумные решения для некоторых экземпляров CVRP, он может быть чувствителен к начальному порядку клиентов и не гарантирует нахождения оптимального решения;

Алгоритм ближайшего соседа (NN) был выбран в качестве исследуемой эвристики для данной работы из-за его простоты, вычислительной эффективности и легкости реализации. NN - это быстрый и интуитивно понятный алгоритм, который может обеспечить разумные решения для CVRP, не требуя обширных вычислительных ресурсов или сложных знаний о специфике задачи. Хотя жадная природа алгоритма не всегда приводит к наиболее эффективным маршрутам, он служит полезной базой для сравнения эффективности более продвинутых алгоритмов. Кроме того, алгоритм NN можно легко комбинировать с другими методами для улучшения его эффективности или адаптировать для учета дополнительных ограничений или вариаций задачи. Его простой подход и широкое использование в литературе по CVRP делают алгоритм ближайшего соседа подходящим выбором для данного исследования.

#### **2.1.4 Гибридные алгоритмы**

Гибридные алгоритмы объединяют сильные стороны различных подходов для создания более эффективных и действенных методов решения задач комбинаторной оптимизации, таких как CVRP. Интегрируя элементы различных алгоритмов, гибридные алгоритмы могут достичь лучшей производительности, чем отдельные методы, и часто демонстрируют большую адаптивность к различным случаям задач.

Один из примеров гибридного алгоритма, предложенный в данном исследовании, сочетает в себе жадный подход алгоритма ближайшего соседа с гибкостью имитационного отжига. Этот гибридный алгоритм направлен на устранение ограничений обоих методов, используя при этом их сильные стороны.

Алгоритм ближайшего соседа предлагает простое и быстрое решение CVRP, но часто приводит к неоптимальным решениям из-за своей жадной природы. Имитация отжига, с другой стороны, обеспечивает более разнообразные и качественные решения благодаря стохастическому процессу



поиска, но может быть вычислительно дорогой.

Гибридный алгоритм работает следующим образом:

- а) Инициализация решения с помощью алгоритма ближайшего соседа, который служит отправной точкой для поиска;
- б) Применяется имитация отжига к начальному решению, исследуя пространство решений с помощью стохастического процесса поиска с параметром температуры, который уменьшается со временем;
- в) В процессе поиска принимать новые решения на основе критерия Метрополиса — Гастингса, который позволяет иногда принимать худшие решения, чтобы избежать локального оптимума;
- г) Прекратить поиск, когда температура достигнет заданного минимального значения или будет достигнут другой критерий остановки, например, максимальное число итераций или порог сходимости.

Включая жадный подход алгоритма ближайшего соседа в качестве начального решения и гибкость имитационного отжига для поиска пространства решений, гибридный алгоритм стремится достичь баланса между качеством решения и вычислительной эффективностью. Такое сочетание позволяет алгоритму быстро находить начальное решение и впоследствии уточнять его с помощью направленного стохастического поиска, что потенциально может привести к улучшению производительности по сравнению с отдельными алгоритмами.

Ожидается, что гибридный алгоритм будет хорошо работать в различных случаях, поскольку он сочетает в себе преимущества алгоритма ближайшего соседа и имитационного отжига. Однако его производительность и адаптивность будут подвергнуты дальнейшей оценке и сравнению с другими методами в следующих разделах данного исследования.

## **2.2 Сравнительный анализ алгоритмов и методов**

Выбор подходящего алгоритма для решения CVRP зависит от различных факторов, таких как размер задачи, требования к качеству решения и доступные вычислительные ресурсы. В этом разделе проводится сравнительный анализ основных категорий алгоритмов - точных, метаэвристических и эвристических - на основе их сильных и слабых сторон при решении CVRP.

### 2.2.1 Точные алгоритмы

*Сильные стороны:*

- а) Гарантированная оптимальность: Точные алгоритмы, по своей конструкции, гарантируют нахождение глобально оптимального решения для данного экземпляра CVRP;
- б) Строгие теоретические основы: Точные алгоритмы основаны на хорошо известных математических принципах, что делает их более простыми для анализа и понимания.

*Слабые стороны:*

- а) Высокая вычислительная сложность: Из-за комбинаторной природы CVRP, точные алгоритмы могут потребовать значительных вычислительных ресурсов, особенно для больших экземпляров задачи;
- б) Ограниченная масштабируемость: Производительность точных алгоритмов быстро снижается при увеличении размера входных данных, что делает их непрактичными для крупномасштабных экземпляров CVRP.

### 2.2.2 Метаэвристические алгоритмы

*Сильные стороны:*

- а) Хороший баланс между качеством решения и вычислительной эффективностью: Метаэвристические алгоритмы разработаны для быстрого нахождения близких к оптимальным решений, что делает их пригодными для решения больших задач;
- б) Гибкость: Метаэвристические алгоритмы могут быть легко адаптированы к различным формулировкам задач и ограничениям, что позволяет им решать широкий спектр вариаций задач VRP;
- в) Баланс исследования и эксплуатации: Метаэвристические алгоритмы балансируют между исследованием пространства поиска и использованием лучших найденных решений, что помогает им избежать застревания в локальном оптимуме.

*Слабые стороны:*

- а) Нет гарантии оптимальности: Метаэвристические алгоритмы обычно дают приближенные решения и не гарантируют глобальной

оптимальности;

- б) Чувствительность к настройкам параметров: Производительность метаэвристических алгоритмов может сильно зависеть от настроек параметров, которые может быть сложно настроить для конкретного случая задачи;
- в) Случайность: Стохастическая природа некоторых метаэвристических алгоритмов может привести к изменчивости качества решения и поведения сходимости.

### **2.2.3 Эвристические алгоритмы**

*Сильные стороны:*

- а) Быстрота: Эвристические алгоритмы используют структуру CVRP для быстрого поиска хороших решений, что делает их подходящими для приложений реального времени или интерактивных приложений;
- б) Простота: Эвристические алгоритмы обычно просты для понимания и реализации, что делает их привлекательными как для практиков, так и для исследователей;
- в) Применимость: Эвристические алгоритмы часто могут быть применены к широкому спектру экземпляров задач и вариаций VRP с минимальными изменениями.

*Слабые стороны:*

- а) Субоптимальные решения: Эвристические алгоритмы могут давать решения, далекие от оптимальных, особенно для крупномасштабных задач с большим количеством различных ограничений;
- б) Жадное поведение: Некоторые эвристические алгоритмы из-за своей жадности склонны попадать в ловушку локального оптимума, что приводит к неоптимальным решениям;
- в) Знание специфики задачи: Эвристические алгоритмы опираются на знания конкретной задачи и могут плохо подходить для решения других задач комбинаторной оптимизации.

### **2.2.4 Гибридные алгоритмы**

*Сильные стороны:*

- а) Баланс между качеством решения и вычислительной эффективностью: Гибридный алгоритм предлагает хороший баланс между качеством решения и вычислительной эффективностью, используя быстрое начальное решение, полученное случайным, мета- или эвристическим алгоритмом, и уточняя его с помощью стохастического процесса поиска, как, например, имитация отжига;
- б) Адаптивность: Благодаря сочетанию различных подходов, алгоритмов, и стохастического поиска, гибридный алгоритм адаптируется к различным случаям задачи, что делает его универсальным методом решения CVRP;
- в) Меньше склонности к локальному оптимуму: Поскольку гибридный алгоритм использует имитационный отжиг, он менее склонен к локальному оптимуму по сравнению с алгоритмом ближайшего соседа, который часто приводит к неоптимальным решениям.

*Слабые стороны:*

- а) Настройка параметров: Эффективность гибридного алгоритма зависит от соответствующей настройки параметров имитации отжига, таких как начальная и конечная температура и график охлаждения. Это требует дополнительных усилий для определения оптимальных значений для различных экземпляров задачи;
- б) Увеличение сложности: Гибридный алгоритм является более сложным, чем отдельные алгоритмы ближайшего соседа или имитации отжига, из-за интеграции различных методов, что может привести к увеличению затрат на внедрение и обслуживание;
- в) Неопределенный прирост производительности: Хотя гибридный алгоритм нацелен на улучшение производительности методов ближайшего соседа и имитационного отжига, фактический прирост производительности может варьироваться в зависимости от экземпляра задачи и конкретной реализации алгоритма.

Гибридный алгоритм, объединяющий жадный подход алгоритма ближайшего соседа и имитационного отжига, показывает перспективность в устранении недостатков отдельных методов и использовании их сильных сторон. Однако для определения сценариев, в которых этот гибридный алгоритм наиболее эффективен, и для оценки его общей эффективности при решении CVRP необходимы дальнейшая оценка и сравнение с другими

алгоритмами.

## **2.3 Критерии выбора алгоритмов**

Выбор наиболее подходящего алгоритма для конкретного случая CVRP зависит от различных факторов, включая размер задачи, желаемое качество решения и доступные вычислительные ресурсы. В этом разделе описаны ключевые критерии, которые могут помочь выбрать подходящий алгоритм на основе конкретных параметров задачи.

### **2.3.1 Размер и сложность задачи**

Размер и сложность экземпляра CVRP существенно влияют на выбор алгоритма. Для небольших экземпляров с ограниченным числом клиентов и транспортных средств можно использовать точные алгоритмы, такие как метод ветвей и границ, которые позволяют находить оптимальные решения в разумные сроки. Однако с увеличением размера задачи вычислительные требования точных алгоритмов могут стать непомерно высокими, что делает метаэвристические и эвристические алгоритмы более подходящими. Например, алгоритм имитации отжига и алгоритм ближайшего соседа могут предложить более эффективные решения для больших экземпляров задач.

### **2.3.2 Требования к качеству решения**

Желаемое качество решения играет важную роль при выборе алгоритма. Если требуется глобально оптимальное решение, то точные алгоритмы являются лучшим выбором, несмотря на их потенциальные вычислительные ограничения. В случаях, когда достаточно решений, близких к оптимальным, метаэвристические алгоритмы могут обеспечить хороший баланс между качеством решения и вычислительной эффективностью. Эвристические алгоритмы могут быть рассмотрены, когда качество решения менее критично, а быстрое выполнение является более приоритетным.

### **2.3.3 Доступные вычислительные ресурсы**

Доступность вычислительных ресурсов, таких как вычислительная мощность и память, также может повлиять на выбор алгоритма. Точные алгоритмы обычно имеют высокие вычислительные требования, что может

быть невыполнимо в условиях ограниченных ресурсов. В таких случаях метаэвристические и эвристические алгоритмы, требующие меньше ресурсов, могут быть более подходящим выбором.

#### **2.3.4 Формулировка задачи и ограничения**

Конкретная формулировка CVRP и связанные с ней ограничения могут повлиять на выбор алгоритма. Некоторые алгоритмы, особенно метаэвристические и эвристические, могут быть легко адаптированы для работы с различными формулировками задач и ограничениями. Например, если CVRP включает временные окна, вместимость транспортных средств или другие дополнительные ограничения, такие алгоритмы, как имитационный отжиг или алгоритм ближайшего соседа, могут быть соответствующим образом изменены для удовлетворения этих требований.

#### **2.3.5 Масштабируемость и обобщаемость**

Способность к масштабированию и обобщению на другие экземпляры выбранной задачи или других задач комбинаторной оптимизации - еще один фактор, который необходимо учитывать при выборе алгоритма. Эвристические алгоритмы могут больше подходить для решения задач со специфической структурой, в то время как метаэвристические алгоритмы часто обеспечивают большую гибкость и адаптируемость к более широкому кругу задач.

В заключение следует отметить, что выбор алгоритма для решения экземпляра CVRP должен основываться на детальной оценке параметров задачи, требований к качеству решения, имеющихся ресурсов и любых дополнительных ограничений или требований. Учитывая эти факторы, лица, принимающие решения, могут выбрать наиболее подходящий алгоритм для решения конкретного экземпляра CVRP и достичь желаемого баланса между качеством решения и вычислительной эффективностью.

### 3 ПОДХОД К ИССЛЕДОВАНИЮ И ОЦЕНКЕ АЛГОРИТМОВ

В этой главе описывается методология, принятая в данном исследовании для анализа и решения задачи маршрутизации транспортного средства с емкостью (CVRP). Основной целью методологии является обеспечение систематического подхода для реализации и оценки выбранных алгоритмов, а также определение оптимальных сценариев их применения на основе различных параметров задачи. Методология состоит из трех основных компонентов: дизайн исследования и сбор данных, реализация и выбор алгоритмов, анализ сценариев и оценка эффективности алгоритмов. Каждый компонент играет решающую роль в достижении целей исследования и способствует пониманию наиболее эффективных алгоритмов для решения задач CVRP.

#### 3.1 Дизайн исследования и сбор данных

Данное исследование сосредоточено на решении CVRP с помощью различных алгоритмов оптимизации, таких как алгоритм ближайшего соседа (NN), имитация отжига (SA) и гибридный подход, сочетающий NN и SA (NN+SA). Для оценки эффективности этих алгоритмов используется набор эталонных примеров из научной литературы.

##### 3.1.1 Набор тестовых данных для задачи CVRP

Экземпляры CVRP, используемые в данном исследовании, взяты из известных эталонных работ, представленных Кристофидесом и Эйлоном [24]. Эти экземпляры широко использовались в литературе для оценки производительности различных алгоритмов CVRP. Формат входных данных для каждого экземпляра следующий:

- а) *NAME*: Имя экземпляра (например, n22-k4);
- б) *COMMENT*: Дополнительная информация об экземпляре, включая минимально необходимое количество автомобилей и оптимальное значение (если оно известно);
- в) *TYPE*: Тип задачи (в нашем случае CVRP);
- г) *DIMENSION*: Количество узлов в экземпляре, включая склад и клиентов;
- д) *EDGE\_WEIGHT\_TYPE*: Метод, используемый для вычисления

- расстояний между узлами (например, евклидово расстояние);
- е) *CAPACITY*: Максимальная вместимость каждого транспортного средства;
- ж) *NODE\_COORD*: Координаты всех узлов в данном экземпляре;
- и) *DEMAND*: Спрос каждого клиента;
- к) *DEPOT*: Индекс узла депо.

Экземпляры представлены в формате обычного текста, а информация организована в секции, как описано выше.

### 3.1.2 Характеристики тестовых данных

Тестовые данные, используемые в этом исследовании, состоят из десяти экземпляров CVRP с различным количеством клиентов, транспортных средств, грузоподъемностью транспортных средств и известными оптимальными оценками. Эти экземпляры перечислены в таблице 1.

Таблица 1 – Тестовые данные для экземпляров CVRP

Экземпляр	Число клиентов	Число ТС	Емкость ТС	Оптимальная оценка
n22-k4	21	4	6000	375
n23-k3	22	3	4500	569
n30-k3	29	3	4500	534
n33-k4	32	4	8000	835
n51-k5	50	5	160	521
n76-k7	75	7	220	682
n76-k8	75	8	180	735
n76-k10	75	10	140	830
n101-k8	100	8	200	815
n101-k14	100	14	112	1067

Эти экземпляры охватывают широкий диапазон размеров и сложности задач, что позволяет нам оценить производительность алгоритмов оптимизации (NN, SA и NN+SA) в различных условиях. Тестовые данные включают информацию о количестве клиентов, количестве транспортных средств, вместимости транспортных средств, а также известные оптимальные оценки для каждого экземпляра. Эта информация необходима для понимания



характеристик каждого экземпляра CVRP и оценки эффективности алгоритмов при решении этих экземпляров.

### **3.1.3 Сбор данных**

В результате применения алгоритмов NN, SA и NN+SA на выбранных экземплярах были собраны многие показатели, такие как: суммарная длина всех маршрутов (метрика решения), разрыв оптимальности и время работы для каждого алгоритма. Разрыв оптимальности рассчитывается путем сравнения решения алгоритма с известным оптимальным решением и выражается в процентах. Время работы измерялось в миллисекундах. Сводные результаты представлены в следующей главе, где сравнивается производительность трех алгоритмов на выбранных экземплярах.

На основе полученных результатов предлагаются оптимальные сценарии применения каждого алгоритма (NN, SA и NN+SA), анализируются характеристики экземпляров CVRP и производительность алгоритмов с точки зрения разрыва оптимальности и времени вычислений.

## **3.2 Реализация и выбор алгоритма**

Для оценки эффективности различных алгоритмов CVRP были реализованы выбранные методы и оценена их эффективность при решении эталонных экземпляров. В этом разделе описывается процесс реализации и выбора трех алгоритмов: имитационный отжиг, алгоритм ближайшего соседа и гибридный метод, сочетающий в себе жадный и метаэвристический подход.

### **3.2.1 Алгоритм ближайшего соседа**

Алгоритм ближайшего соседа (NN) - это простая и интуитивно понятная эвристика для решения CVRP. Он строит решение путем итеративного добавления ближайшего непосещенного клиента к текущему маршруту, учитывая ограничения вместимости транспортного средства, пока все клиенты не будут обслужены [25].

NN был реализован с помощью следующих шагов:

- а) Инициализация: Выбор непосещенного клиента в качестве начальной точки текущего маршрута;
- б) Поиск ближайшего соседа: Определить ближайшего непосещенного

клиента, который может быть добавлен к текущему маршруту без нарушения ограничений пропускной способности;

- в) Расширение маршрута: Добавить ближайшего соседа к текущему маршруту и обновить загрузку транспортного средства;
- г) Завершение: Повторять шаги 2-3, пока все клиенты не будут посещены, и вернуть построенное решение.

В псевдокоде NN может быть выражена следующим образом:

---

**Алгоритм 1** Алгоритм ближайшего соседа

---

**Условия:**  $C$ : Множество клиентов,  $D$ : Матрица расстояний,  $Q$ : Вместимость автомобиля

**Обеспечивающие условия:**  $S$ : Решение с маршрутами клиентов

- 1:  $S \leftarrow \emptyset$
  - 2:  $C_{unvisited} \leftarrow C$
  - 3: **До тех пока**  $C_{unvisited} \neq \emptyset$  **выполнять**
  - 4:     Выбрать непосещаемого клиента  $c_{start}$  из  $C_{unvisited}$
  - 5:      $C_{unvisited} \leftarrow C_{unvisited} \setminus c_{start}$
  - 6:      $route \leftarrow [c_{start}]$
  - 7:      $load \leftarrow q_{c_{start}}$
  - 8:     **До тех пока** Существует клиент  $c$  в  $C_{unvisited}$  такой, что  $load + q_c \leq Q$  **выполнять**
  - 9:         Найти  $c_{nearest} \in C_{unvisited}$ , который минимизирует  $D_{c_{current}, c_{nearest}}$ , при условии  $load + q_{c_{nearest}} \leq Q$
  - 10:         $C_{unvisited} \leftarrow C_{unvisited} \setminus c_{nearest}$
  - 11:        Добавить  $c_{nearest}$  к  $route$
  - 12:         $load \leftarrow load + q_{c_{nearest}}$
  - 13:     **Конец цикла**
  - 14:     Добавить  $route$  к  $S$
  - 15: **Конец цикла**
  - 16: **Возвратить**  $S$
- 

Алгоритм принимает на вход набор клиентов  $C$ , матрицу расстояний  $D$  и вместимость транспортных средств  $Q$ . На выходе получается решение  $S$ , состоящее из набора маршрутов клиентов.

Первоначально решение  $S$  пустое, и все клиенты считаются непосещенными. Алгоритм перебирает непосещенных клиентов, выбирает начального клиента  $c_{start}$  и помечает его как посещенного. Новый маршрут инициализируется этим начальным клиентом, а загрузка транспортных средств обновляется с учетом спроса начального клиента.

Далее алгоритм переходит во вложенный цикл для построения текущего маршрута путем итеративного добавления ближайшего непосещенного

клиента без нарушения ограничений вместимости транспортного средства. Он находит ближайшего клиента  $c_{nearest}$ , который может быть добавлен к текущему маршруту, обновляет загрузку транспортного средства и отмечает клиента как посещенного. Этот процесс повторяется до тех пор, пока к текущему маршруту не будет добавлено больше клиентов без нарушения ограничений по вместимости.

Как только маршрут завершен, он добавляется к решению  $S$ , и процесс продолжается с новым начальным клиентом. Алгоритм завершается, когда все клиенты посещены, и решение  $S$  возвращается.

Хотя NN эффективен с вычислительной точки зрения, он не всегда дает оптимальные решения, поскольку полагается на локальную информацию и не исследует пространство решений широко.

### 3.2.2 Имитация отжига

Имитационный отжиг (SA) - это известный метаэвристический алгоритм, вдохновленный процессом отжига в металлургии, когда материал нагревается и медленно охлаждается для минимизации его внутренней энергии и улучшения структурных свойств [17]. В контексте CVRP, SA пытается найти глобальный минимум целевой функции, т.е. общее расстояние поездки, исследуя пространство решений путем итеративных возмущений текущего решения [26].

Алгоритм SA был реализован с использованием следующих ключевых компонентов:

- а) Первоначальная генерация решения: Генерируется случайное начальное решение;
- б) Механизм возмущения: Операция перемещения и вставки была применена в качестве оператора поиска окрестностей. Алгоритм выбирает два случайных транспортных средства и два случайных узла внутри этих транспортных средств. Первый узел удаляется из своего текущего маршрута и вставляется в маршрут второго узла, сразу после второго узла. Эта операция хорошо работает для небольших тестовых данных, но применение эвристики или выбора на основе локального поиска может повысить эффективность для больших экземпляров;
- в) Критерий приемлемости: Вероятностный критерий, основанный на

правиле Метрополиса-Хастингса, был использован для определения того, принимать или отвергать новое решение-кандидат. Алгоритм принимает ходы, которые уменьшают стоимость решения или с вероятностью, рассчитанной на основе температуры решения;

- г) График охлаждения: Параметр температуры постепенно уменьшался в соответствии с заранее определенным графиком охлаждения, контролируя баланс между исследованием и эксплуатацией в процессе поиска. Температура уменьшалась с помощью геометрической прогрессии. Если решение не улучшается (стагнирует) в течение определенного количества итераций (`stag_limit`), выполняется операция повторного нагрева, снова увеличивая температуру, чтобы позволить алгоритму исследовать больший участок пространства решений и избежать застревания в локальном минимуме.

---

**Алгоритм 2** Алгоритм имитации отжига

---

**Условия:**  $C$ : Множество клиентов,  $D$ : Матрица расстояний,  $Q$ : Вместимость автомобиля,  $T_{init}$ : Начальная температура,  $r$ : Скорость охлаждения,  $maxReheats$ : Максимальное количество повторных нагревов,  $stagLimit$ : Предел стагнации

**Обеспечивающие условия:**  $S_{best}$ : Найдено наилучшее решение

- 1: Сгенерировать начальное решение  $S_{current}$
  - 2:  $S_{best} \leftarrow S_{current}$
  - 3:  $T \leftarrow T_{init}$
  - 4:  $reheats \leftarrow 0$
  - 5:  $stagCount \leftarrow 0$
  - 6: **До тех пока**  $reheats < maxReheats$  **выполнять**
  - 7:     **До тех пока**  $stagCount < stagLimit$  **выполнять**
  - 8:         Генерируем новое решение-кандидат  $S_{candidate}$ , применяя возмущение к  $S_{current}$
  - 9:          $\Delta E \leftarrow cost(S_{candidate}) - cost(S_{current})$
  - 10:         **Если**  $\Delta E < 0$  OR  $random(0, 1) < e^{-\Delta E/T}$  **тогда**
  - 11:              $S_{current} \leftarrow S_{candidate}$
  - 12:             **Если**  $cost(S_{current}) < cost(S_{best})$  **тогда**
  - 13:                  $S_{best} \leftarrow S_{current}$
  - 14:                  $stagCount \leftarrow 0$
  - 15:             **Конец условия**
  - 16:         **Конец условия**
  - 17:          $stagCount \leftarrow stagCount + 1$
  - 18:     **Конец цикла**
  - 19:      $T \leftarrow r * T$
  - 20:      $reheats \leftarrow reheats + 1$
  - 21:      $stagCount \leftarrow 0$
  - 22: **Конец цикла**
  - 23: **Возвратить**  $S_{best}$
- 

Псевдокод алгоритма имитационного отжига (SA) показан выше. Алгоритм принимает на вход набор клиентов  $C$ , матрицу расстояний  $D$ , вместимость транспортного средства  $Q$ , начальную температуру  $T_{init}$ , скорость охлаждения  $r$ , максимальное количество повторных нагревов

$maxReheats$  и предел застоя  $stagLimit$ . На выходе получается наилучшее найденное решение,  $S_{best}$ .

Алгоритм начинается с генерации начального решения,  $S_{current}$ , которое назначается как лучшее решение, найденное на данный момент,  $S_{best}$ . Температура устанавливается равной начальной температуре, а счетчики перегревов и застоев инициализируются в 0.

Внешний цикл итерирует до тех пор, пока не будет достигнуто максимальное число нагревов. Внутренний цикл итерирует до тех пор, пока количество застоев не достигнет предела застоя. На каждой итерации генерируется новое решение-кандидат,  $S_{candidate}$ , путем применения возмущения к текущему решению. Изменение энергии,  $\Delta E$ , рассчитывается как разница в стоимости между решением-кандидатом и текущим решением.

Алгоритм использует правило Метрополиса-Хастингса, чтобы определить, принять или отклонить решение-кандидат. Если изменение энергии отрицательное (значит, решение-кандидат лучше) или случайное вещественное число между 0 и 1 меньше рассчитанной вероятности, то решение-кандидат принимается, а текущее решение обновляется. Если стоимость обновленного текущего решения меньше стоимости лучшего решения, то лучшее решение обновляется, а счетчик стагнации сбрасывается.

После завершения внутреннего цикла температура снижается в соответствии со скоростью охлаждения, счетчик повторных нагревов увеличивается, а счетчик стагнации сбрасывается. Алгоритм продолжается до тех пор, пока не будет достигнуто максимальное количество повторных нагревов, и в качестве выходного сигнала возвращается наилучшее найденное решение,  $S_{best}$ .

Алгоритм имитации отжига исследует пространство решений, итеративно возмущая текущее решение и принимая решения-кандидаты на основе правила Метрополиса-Гастингса. Этот процесс позволяет алгоритму избежать локальных минимумов и исследовать большую часть пространства решений. График охлаждения, который постепенно снижает температуру, помогает сбалансировать фазы исследования и эксплуатации в процессе поиска. Регулируя параметры, такие как начальная температура, скорость охлаждения и оператор поиска соседей, можно оптимизировать работу алгоритма для CVRP.

### 3.2.3 Гибридный алгоритм

Гибридный алгоритм сочетает в себе алгоритм ближайшего соседа (NN) и имитационный отжиг (SA), чтобы использовать сильные стороны обоих методов. NN обеспечивает быстрое и эффективное с вычислительной точки зрения начальное решение, а SA уточняет это решение, исследуя пространство решений более обширным и систематическим способом. Этот гибридный подход направлен на достижение баланса между вычислительной эффективностью и качеством решения, что делает его подходящим для решения CVRP.

Гибридный алгоритм был реализован с помощью следующих шагов:

- а) Первоначальная генерация решения: Используем NN для генерации начального решения;
- б) Уточнение решения: Применить алгоритм SA, используя начальное решение из NN в качестве отправной точки;
- в) Завершение: Алгоритм завершается, когда SA достигает критериев остановки, таких как максимальное количество повторных нагревов или предел стагнации.

Псевдокод гибридного алгоритма представлен ниже:

---

#### Алгоритм 3 Гибридный алгоритм (NN + SA)

---

**Условия:**  $C$ : Множество клиентов,  $D$ : Матрица расстояний,  $Q$ : Вместимость автомобиля,  $T_{init}$ : Начальная температура,  $r$ : Скорость охлаждения,  $maxReheats$ : Максимальное количество повторных нагревов,  $stagLimit$ : Предел стагнации

**Обеспечивающие условия:**  $S_{best}$ : Найдено наилучшее решение

- 1: Генерируем начальное решение  $S_{NN}$ , используя  $NN(C, D, Q)$
  - 2: Уточнить решение  $S_{best}$  с помощью  $SA(S_{NN}, D, Q, T_{init}, r, maxReheats, stagLimit)$
  - 3: **Возвратить**  $S_{best}$
- 

Гибридный алгоритм принимает на вход набор клиентов  $C$ , матрицу расстояний  $D$ , мощность транспортного средства  $Q$ , начальную температуру  $T_{init}$ , скорость охлаждения  $r$ , максимальное количество повторных нагревов  $maxReheats$  и предел застоя  $stagLimit$ . На выходе получается наилучшее найденное решение,  $S_{best}$ .



Сначала NN используется для генерации начального решения,  $S_{NN}$ . Затем алгоритм SA берет это начальное решение в качестве отправной точки и уточняет его в процессе итерационного поиска. Гибридный алгоритм завершается, когда SA достигает критериев остановки, таких как максимальное количество повторных нагревов или предел стагнации, и возвращает наилучшее найденное решение,  $S_{best}$ .

Объединяя сильные стороны алгоритма ближайшего соседа и имитации отжига, гибридный алгоритм обеспечивает сбалансированный подход к решению CVRP. NN предлагает вычислительно эффективный метод генерации начального решения, в то время как SA уточняет это решение, исследуя пространство решений более широко. Этот гибридный подход направлен на достижение как вычислительной эффективности, так и высококачественных решений, что делает его перспективным методом для решения CVRP.

### 3.2.4 Программная реализация

Программная реализация алгоритмов решения CVRP была выполнена с использованием множества технологий, как упоминалось ранее во введении: C++ был использован для реализации алгоритмов ближайшего соседа, имитации отжига и гибридного алгоритма, а Python был использован для автоматизированного тестирования и обработки данных. CMake был использован для оптимизации процесса компиляции, обеспечивая бесшовную интеграцию различных компонентов и библиотек.

Контроль версий сыграл решающую роль в управлении процессом разработки. Git был использован для отслеживания изменений в исходном коде и ведения истории модификаций. Весь проект, включая исходный код, документацию и сопутствующие ресурсы, был размещен на GitHub, популярной веб-платформе для управления Git-репозиториями.

Исходный код, а также документация и другие ресурсы, связанные с данной работой, доступны в следующем репозитории GitHub: <https://github.com/anxieuse/opt>. Этот репозиторий служит всеобъемлющим ресурсом для понимания программной реализации, а также облегчает сотрудничество и обмен знаниями с широким научным сообществом.

### 3.3 Анализ сценариев и оценка эффективности алгоритмов

После внедрения трех алгоритмов был проведен комплексный анализ сценариев, чтобы оценить их эффективность в решении CVRP при различных условиях, таких как размер парка, расположение транспортных средств, структура транспортной сети и количество клиентов. Алгоритмы были протестированы на эталонных образцах из научной литературы.

Оценка эффективности алгоритмов была сосредоточена на следующих критериях:

- а) Качество решения: Суммарное расстояние маршрутов и соблюдение ограничений вместимости были оценены для определения эффективности алгоритмов в создании высококачественных решений;
- б) Вычислительная эффективность: Время вычислений и ресурсы, требуемые алгоритмами, сравнивались для оценки их эффективности в решении задачи;
- в) Масштабируемость: Производительность алгоритмов при решении задач разного размера и сложности была проанализирована для оценки их адаптивности и устойчивости;
- г) Чувствительность к настройкам параметров: Влияние параметров алгоритмов на их производительность было исследовано для определения оптимальных параметров и оценки чувствительности алгоритмов к настройке параметров.

Результаты анализа сценариев и оценки производительности были использованы для определения сильных и слабых сторон каждого алгоритма, а также оптимальных сценариев их применения. Это, в свою очередь, позволит получить ценную информацию для логистических и транспортных компаний, стремящихся оптимизировать работу своего автопарка и минимизировать транспортные расходы.

## **4 ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ**

В этой главе предоставляются и обсуждаются результаты, полученные в ходе реализации и тестирования трех алгоритмов: алгоритм ближайшего соседа (NN), имитация отжига (SA) и гибридный алгоритм (NN+SA). Производительность этих алгоритмов сравнивается и анализируется на основе метрики решения, разрыва оптимальности и времени вычислений для различных экземпляров CVRP. Далее обсуждаются последствия полученных результатов в контексте логистических и транспортных компаний, которые могут использовать полученные результаты для оптимизации своих операций и процессов принятия решений. Кроме того, определены оптимальные сценарии применения каждого алгоритма в зависимости от различных параметров задачи, таких как размер парка, местоположение и количество клиентов.

### **4.1 Сравнение результатов реализованных алгоритмов**

Производительность алгоритма ближайшего соседа (NN), имитационного отжига (SA) и гибридного алгоритма (NN+SA) была сравнена с использованием десяти различных экземпляров CVRP. Результаты представлены в таблицах 2 и 3, которые показывают качество решения в виде суммарной длины маршрутов решения, разрыва оптимальности и время работы для каждого алгоритма, примененного к соответствующим экземплярам, в миллисекундах.

Таблица 2 – Оценка и разрыв для алгоритмов на тестовых данных

<i>Тест</i>	<i>Оценка NN</i>	<i>Разрыв NN, %</i>	<i>Оценка SA</i>	<i>Разрыв SA, %</i>	<i>Оценка NN+SA</i>	<i>Разрыв NN+SA, %</i>
n22-k4	590.00	36.44	434.00	13.59	403.00	6.95
n23-k3	747.00	23.83	569.00	0	569.00	0
n30-k3	640.00	16.56	544.00	1.84	550.00	2.91
n33-k4	1003.00	16.75	897.00	6.91	853.00	2.11
n51-k5	712.00	26.83	709.00	26.52	611.00	14.73
n76-k7	1071.00	36.32	730.00	6.58	729.00	6.45
n76-k8	1150.00	36.09	815.00	9.82	787.00	6.61
n76-k10	1206.00	31.18	1072.00	22.57	1023.00	18.87
n101-k8	1175.00	30.64	927.00	12.08	864.00	5.67
n101-k14	1611.00	33.77	1239.00	13.88	1172.00	8.96
Итог	9905.00	28.841	7936.00	11.379	7561.00	7.326

Как показано в таблице 2, гибридный алгоритм (NN+SA) последовательно обеспечивает лучшие решения, чем отдельные алгоритмы ближайшего соседа (NN) и имитированного отжига (SA) с точки зрения качества решения и разрыва оптимальности.

Таблица 3 – Время работы алгоритмов на тестовых данных

<i>Тест</i>	<i>Время NN, мс</i>	<i>Время SA, мс</i>	<i>Время NN+SA, мс</i>
n22-k4	15.05	709836.18	711643.88
n23-k3	19.08	837819.07	829877.32
n30-k3	14.4	850502.98	842762.04
n33-k4	19.97	810063.46	834687.74
n51-k5	18.1	678462.91	698377.41
n76-k7	25.98	835974.45	840326.68
n76-k8	26.8	691890.34	687282.54
n76-k10	29.58	626133.21	611948.91
n101-k8	43.09	863934	882790.58
n101-k14	65.54	752185.3	718522.64
Итог	27.759	765680.19	765821.974

Гибридный алгоритм значительно сокращает разрыв оптимальности при сохранении конкурентоспособного времени вычислений, что также демонстрируется в таблице 3.

Алгоритм ближайшего соседа (NN) обеспечивает самое быстрое время вычислений, но имеет тенденцию предоставлять решения с большим разрывом оптимальности по сравнению с двумя другими алгоритмами. Имитация отжига (SA) в целом обеспечивает лучшие решения, чем NN, но с более длительным временем вычислений. Гибридный алгоритм, сочетающий в себе сильные стороны NN и SA, позволяет достичь баланса между качеством решения и временем вычислений, что приводит к улучшению общей производительности.

Эти результаты показывают, что гибридный алгоритм (NN+SA) более эффективен при решении задач CVRP по сравнению с отдельными алгоритмами ближайшего соседа и имитации отжига. Гибридный алгоритм демонстрирует способность производить высококачественные решения с относительно небольшими разрывами оптимальности и приемлемым временем вычислений. Это делает его перспективным подходом для решения задач CVRP в реальных логистических и транспортных приложениях.

#### **4.1.1 Качество решения**

Чтобы оценить качество решений, созданных реализованными алгоритмами, можно сравнить оценки (т.е. общее расстояние, пройденное транспортными средствами) полученных решений с оптимальными оценками, имеющимися в литературе для данных экземпляров. Разрыв оптимальности может быть рассчитан следующим образом:

$$\text{Оптимальность (\%)} = \frac{\text{Результат алгоритма} - \text{Оптимальный результат}}{\text{Результат алгоритма}} \cdot 100 \quad (8)$$

Меньший разрыв оптимальности указывает на то, что решение ближе к оптимальному, что означает лучшее качество решения. Как показано в таблице 2, гибридный алгоритм (NN+SA) последовательно превосходит отдельные алгоритмы ближайшего соседа (NN) и имитации отжига (SA) по качеству решения, о чем свидетельствует более низкий разрыв оптимальности для гибридного алгоритма во всех случаях.

Алгоритм ближайшего соседа (NN) в целом дает решения с наибольшими

потерями оптимальности, что ожидаемо из-за его жадной природы и отсутствия механизма исследования. С другой стороны, алгоритм имитации отжига (SA) обеспечивает более высокое качество решения по сравнению с NN, благодаря его способности избегать локального оптимума, принимая худшие решения в процессе поиска.

Гибридный алгоритм (NN+SA) еще больше повышает качество решения, объединяя сильные стороны NN и SA, что приводит к более эффективному исследованию и использованию пространства решений. Это приводит к уменьшению разрывов оптимальности и повышению качества решений, что делает гибридный алгоритм предпочтительным выбором для решения задач CVRP в реальных сценариях логистики и транспортировки.

#### **4.1.2 Вычислительная эффективность**

Важным аспектом, который необходимо учитывать при сравнении алгоритмов, является их вычислительная эффективность, то есть время, необходимое для получения решения. Алгоритмы были реализованы и протестированы на ЭВМ со следующими характеристиками:

- а) ОС: Ubuntu 20.04.5 LTS x86\_64;
- б) CPU: 11 поколение Intel i7-11850H (16);
- в) GPU: Intel Device 9a60;
- г) Оперативная память: DDR4 2400MHz.

Как показано в таблице 3, алгоритм ближайшего соседа (NN) является самым быстрым среди трех алгоритмов, благодаря своей простой и жадной природе. Однако, как обсуждалось в предыдущем подразделе, алгоритм NN обычно дает решения с большим разрывом оптимальности, что может быть неприемлемо на практике.

Алгоритм имитации отжига (SA) требует больше вычислительного времени, чем NN-алгоритм, из-за его итерационной природы и необходимости принимать и оценивать худшие решения в процессе поиска. Однако увеличение вычислительных требований приводит к улучшению качества решения, о чем свидетельствуют меньшие разрывы оптимальности для алгоритма SA.

Гибридный алгоритм (NN+SA) также требует больше времени для вычисления решений по сравнению только с алгоритмом NN, поскольку он включает алгоритм SA в процесс поиска. Тем не менее, время вычислений

гибридного алгоритма сравнимо с временем вычислений алгоритма SA, и гибридный алгоритм обеспечивает лучшее качество решений с точки зрения разрывов оптимальности.

В целом, гибридный алгоритм (NN+SA) предлагает хороший компромисс между качеством решения и вычислительной эффективностью, что делает его подходящим выбором для решения CVRP в реальных сценариях логистики и транспортировки, где важны как качество решений, так и время, необходимое для их получения.

#### **4.1.3 Масштабируемость**

Масштабируемость является важным аспектом при оценке производительности алгоритмов, поскольку она показывает, насколько хорошо алгоритмы могут справляться с более крупными и сложными экземплярами задач. В контексте задачи маршрутизации транспортных средств с большим количеством пассажиров, масштабируемость означает способность алгоритма эффективно решать задачи с растущим числом клиентов, транспортных средств и других параметров задачи.

Из результатов, представленных в таблице 3, видно, что алгоритм ближайшего соседа (NN) является наиболее эффективным с точки зрения времени вычислений. Однако его масштабируемость ограничена из-за растущих разрывов оптимальности по мере увеличения размеров и сложности экземпляров задачи. Это делает алгоритм NN менее подходящим для решения крупномасштабных задач CVRP, где требуются высококачественные решения.

Алгоритм имитации отжига (SA) демонстрирует лучшую масштабируемость с точки зрения качества решений, поскольку он способен находить решения с меньшими разрывами оптимальности для различных экземпляров задачи. Однако время вычислений для алгоритма SA увеличивается с ростом размера и сложности экземпляров задачи, что может ограничить его практическую применимость для очень масштабных задач.

Гибридный алгоритм (NN+SA) демонстрирует более сбалансированный профиль масштабируемости, предлагая как улучшенное качество решения, так и приемлемое время вычислений по мере роста размера и сложности экземпляров задачи. Комбинация жадного подхода NN и метаэвристического процесса поиска SA позволяет гибриднему алгоритму эффективно исследовать пространство решений и находить решения лучшего качества по

сравнению с алгоритмами NN и SA. Это делает гибридный алгоритм привлекательным выбором для решения больших и более сложных экземпляров CVRP, где важными факторами являются как качество решения, так и вычислительная эффективность.

В заключение, гибридный алгоритм (NN+SA) демонстрирует превосходную масштабируемость по сравнению с алгоритмами NN и SA, что делает его подходящим выбором для решения реальных задач логистики и транспорта, включающих большие и более сложные экземпляры CVRP.

## **4.2 Оптимальные сценарии применения алгоритмов**

В этом разделе обсуждаются оптимальные сценарии применения трех алгоритмов: ближайшего соседа (NN), имитации отжига (SA) и гибридного алгоритма (NN+SA), основываясь на их соответствующих сильных и слабых сторонах.

### **4.2.1 Алгоритм ближайшего соседа**

Алгоритм ближайшего соседа лучше всего подходит для сценариев, где требуется быстрое, приблизительное решение. Простота алгоритма и низкая вычислительная сложность делают его идеальным для решения небольших и средних по размеру экземпляров или в тех случаях, когда принятие решений в реальном времени является критически важным. NN особенно эффективен, когда экземпляры задачи имеют четко определенную структуру, клиенты расположены близко друг к другу, а целью является быстрое получение выполнимого решения. Однако NN может быть не лучшим выбором для больших или сложных экземпляров задач, так как он может застрять в локальном оптимуме, что приведет к неоптимальным решениям.

### **4.2.2 Имитация отжига**

Имитация отжига - это универсальный алгоритм, подходящий для решения широкого спектра задач, от небольших до крупномасштабных. Способность алгоритма избегать локального оптимума делает его эффективным выбором для решения задач со сложной структурой и более сложными ограничениями. SA может быть тонко настроен для баланса между поиском и эксплуатацией, что очень важно для получения



высококачественных решений за разумное время вычислений. Однако производительность алгоритма SA очень чувствительна к выбору параметров, что делает необходимым точную настройку параметров для каждого конкретного случая задачи.

### **4.2.3 Гибридный алгоритм**

Гибридный алгоритм, объединяющий подходы ближайшего соседа и имитации отжига, является эффективным методом для решения различных экземпляров CVRP. Используя сильные стороны обоих алгоритмов, гибридный алгоритм может быстро генерировать выполнимые решения с помощью компонента NN и затем уточнять их с помощью компонента SA. Такой подход делает гибридный алгоритм подходящим для решения сложных и масштабных задач, где требуются качественные решения за разумное время вычислений. Гибридный алгоритм особенно эффективен, когда в экземплярах задачи присутствует сочетание кластеризованных и рассеянных клиентов, так как он может эффективно исследовать и использовать пространство решений.

## **4.3 Обобщение рекомендаций по применению алгоритмов**

В сравнении данные алгоритмы имеют следующие рекомендации по использованию для решения CVRP:

*Алгоритм ближайшего соседа:*

- а) NN быстрее, чем SA и NN+SA, со значительно меньшими значениями времени (мс);
- б) Однако, NN обычно производит решения с более высокими оптимальными промежутками, что указывает на менее оптимальные решения по сравнению с SA и NN+SA;
- в) NN может подойти для ситуаций, когда быстрое решение важнее оптимальности, особенно для больших примеров с большим количеством клиентов и автомобилей.

*Имитация отжига:*

- а) SA обеспечивает лучшие решения по сравнению с NN, с меньшими оптимальными промежутками;
- б) Время выполнения SA больше, чем NN, но все же быстрее, чем NN+SA;

- в) SA может подойти для случаев, когда необходим баланс между качеством решения и временем вычисления.

*Гибридный алгоритм:*

- а) Гибридный алгоритм, сочетающий в себе алгоритмы NN и SA, производит лучшие решения с точки зрения разрыва оптимальности, превосходя как NN, так и SA;
- б) Однако имеет самое большое время выполнения среди всех трех методов;
- в) Гибрид может быть лучшим выбором, когда основное внимание уделяется достижению наиболее качественных решений, даже если это требует дополнительного времени вычислений.

В целом, оптимальный выбор алгоритма зависит от конкретных характеристик задачи и приоритетов:

- а) Если главное - скорость, то лучшим выбором может быть NN;
- б) Если необходим баланс между качеством решения и временем вычисления, то лучшим вариантом может быть SA;
- в) Если главным приоритетом является высокое качество решения, то гибридный алгоритм, сочетающий в себе NN и SA, может быть наиболее подходящим.

#### **4.4 Ценность и применения для транспорта и логистики**

Результаты и анализ реализованных алгоритмов для CVRP дают ценную информацию для логистических и транспортных компаний, стремящихся оптимизировать свою деятельность. В этом разделе обсуждаются практические применения этих выводов для отрасли.

##### **4.4.1 Снижение затрат и повышение эффективности**

Применяя наиболее подходящий алгоритм для конкретного случая задачи, компании могут значительно сократить свои транспортные расходы и повысить эффективность работы. При выборе алгоритма следует учитывать такие факторы, как размер задачи, распределение клиентов и желаемое качество решения. Принятие соответствующего алгоритма позволяет компаниям лучше использовать свой автопарк, минимизировать общее пройденное расстояние и, следовательно, сократить расход топлива и расходы

на обслуживание транспортных средств.

#### **4.4.2 Принятие решений в реальном времени**

В сценариях, где принятие решений в реальном времени имеет решающее значение, например, при доставке “последней мили”, или динамической маршрутизации, алгоритм ближайшего соседа может быть использован для быстрой генерации корректных решений. Хотя решения могут быть не оптимальными, низкая вычислительная сложность алгоритма позволяет быстро реагировать на изменение требований клиентов, дорожных условий или других непредвиденных обстоятельств.

#### **4.4.3 Масштабируемость и адаптивность**

Алгоритмы имитации отжига и гибридные алгоритмы демонстрируют надежную работу в широком диапазоне экземпляров, что делает их подходящими для растущих компаний или компаний, работающих в сложных условиях. По мере увеличения размера и сложности экземпляров, эти алгоритмы могут быть точно настроены для баланса между исследованием и эксплуатацией, что позволяет компаниям адаптироваться к различным условиям работы и требованиям.

#### **4.4.4 Настройка и интеграция**

Реализованные алгоритмы могут быть адаптированы к специфическим ограничениям и требованиям, характерным для деятельности компании, таким как временные окна, разнородные флоты или предпочтения клиентов. Кроме того, алгоритмы могут быть интегрированы с существующими системами управления перевозками, улучшая процесс принятия решений и способствуя бесперебойной работе.

#### **4.4.5 Экологические и социальные выгоды**

Оптимизируя маршрутизацию транспортных средств, компании могут внести свой вклад в экологическую устойчивость, сократив потребление топлива и выбросы парниковых газов [27]. Более того, эффективная маршрутизация может привести к сокращению времени доставки и повышению удовлетворенности клиентов, улучшая репутацию компании и

способствуя лояльности клиентов [28].

В заключение следует отметить, что выводы, полученные в результате анализа алгоритмов ближайшего соседа, имитации отжига и гибрида, их сочетающего, имеют существенные последствия для логистических и транспортных компаний. Приняв наиболее подходящий алгоритм для своих конкретных нужд, компании могут оптимизировать свою деятельность, снизить затраты, повысить эффективность и внести вклад в создание более устойчивой и ориентированной на клиента транспортной системы [19].

## **5 ПОДВЕДЕНИЕ ИТОГОВ И ДАЛЬНЕЙШИЕ НАПРАВЛЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ**

В этой работе была исследована CVRP, которая является важной и сложной комбинаторной задачей оптимизации в области логистики и транспорта. Было проведено исследование CVRP, включая ее историю, значение и различные подходы к решению. Исследована и сравнена производительность трех алгоритмов, а именно алгоритма ближайшего соседа (NN), имитации отжига (SA) и гибридного алгоритма, сочетающего жадный подход в виде алгоритма ближайшего соседа и метаэвристику имитации отжига. В данной заключительной главе обобщаются основные выводы, обсуждается вклад исследования в область транспорта и логистики, а также описывается практическое применение и рекомендации.

### **5.1 Краткое изложение выводов**

Целью данного исследования было изучение CVRP и сравнение производительности различных алгоритмов при решении этой задачи. В обзоре литературы был представлен обзор задачи маршрутизации транспортных средств и формулировка CVRP. Обзор также выявил пробелы и проблемы в исследовании CVRP, что послужило мотивацией для проведения исследования в данной работе.

Сравнительный анализ алгоритмов и методов показал, что точные алгоритмы могут обеспечить оптимальное решение, но их вычислительное время нецелесообразно для больших экземпляров. Метаэвристические алгоритмы, с другой стороны, могут обеспечить высококачественные решения за разумное время. Эвристические алгоритмы, хотя и быстрые, не так эффективны в решении CVRP, как два других типа алгоритмов.

Для устранения ограничений отдельных алгоритмов был предложен гибридный алгоритм, который сочетает в себе сильные стороны алгоритма ближайшего соседа и имитационного отжига. Результаты оценки производительности показали, что гибридный алгоритм может обеспечивать решения высокого качества при разумном времени вычислений.

Результаты исследования дают представление об оптимальных сценариях применения алгоритма, таких как размер и расположение автопарка, транспортная сеть и расположение, а также количество клиентов.

Также обсуждаются последствия исследования для логистических и транспортных компаний, подчеркивая потенциальные преимущества использования эффективных стратегий маршрутизации для снижения транспортных расходов и повышения качества обслуживания.

В целом, данное исследование вносит вклад в область транспорта и логистики, предоставляя анализ алгоритмов CVRP и предлагая гибридный алгоритм, который может эффективно решать эту задачу. Результаты данного исследования могут служить ценным ресурсом для исследователей и практиков в области транспорта и логистики, предоставляя им представление об оптимальных решениях и алгоритмах для решения CVRP.

## **5.2 Вклад в области транспорта и логистики**

Вклад данного исследования в область транспорта и логистики значителен. Во-первых, в исследовании представлен полный обзор существующих алгоритмов для решения CVRP, включая их сильные и слабые стороны. Этот обзор может послужить ценным ресурсом для исследователей и практиков, желающих понять текущее состояние дел в области методов решения CVRP.

Во-вторых, в исследовании предлагается гибридный алгоритм, который объединяет сильные стороны двух популярных алгоритмов, алгоритма ближайшего соседа и имитации отжига, для улучшения качества решений CVRP. Производительность гибридного алгоритма была оценена на наборе эталонных экземпляров, и результаты показали, что он может создавать высококачественные решения за разумное время.

В-третьих, исследование дает представление об оптимальных сценариях применения различных алгоритмов в зависимости от характеристик экземпляра задачи. Эта информация может быть использована логистическими и транспортными компаниями для принятия обоснованных решений о том, какой алгоритм использовать в той или иной ситуации.

В целом, данное исследование вносит вклад в область транспорта и логистики, обеспечивая более глубокое понимание CVRP и предлагая новый алгоритм, который может улучшить качество решений.

### 5.3 Практическое применение и рекомендации

Результаты данного исследования имеют практическое значение для логистических и транспортных компаний, так как эффективная маршрутизация транспортных средств может привести к значительной экономии затрат и повышению удовлетворенности клиентов. Исходя из полученных результатов, компаниям рекомендуется рассмотреть возможность применения гибридных алгоритмов, таких как алгоритм NN+SA, предложенный в данном исследовании, для решения CVRP. Этот подход показал превосходную производительность по сравнению с отдельными алгоритмами NN и SA, а также другими часто используемыми алгоритмами в литературе.

Более того, компаниям рекомендуется оценить характеристики своей транспортной сети и параметры задачи, такие как размер и расположение парка, транспортная сеть и расположение, количество клиентов, чтобы определить наиболее подходящий алгоритм для использования. Результаты показали, что разные алгоритмы могут работать лучше при разных сценариях, что подчеркивает важность выбора подходящего алгоритма на основе параметров задачи.

В целом, данное исследование дает представление о выборе и реализации алгоритмов для решения CVRP, что может быть полезно для логистических и транспортных компаний, стремящихся оптимизировать свои операции по маршрутизации транспортных средств.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследование, проведенное в данной выпускной квалификационной работе бакалавра, было посвящено задаче маршрутизации транспортных средств с емкостями (CVRP) и направлено на сравнение производительности нескольких алгоритмов при решении этой задачи. Помимо известных алгоритмов ближайшего соседа (NN) и имитации отжига (SA), был реализован и протестирован гибридный алгоритм, сочетающий оба подхода.

Анализ полученных результатов показал, что гибридный алгоритм, сочетающий жадный подход алгоритма NN с метаэвристикой SA, превосходит два других алгоритма по качеству решения и вычислительной эффективности в большинстве протестированных случаев.

Кроме того, в ходе исследования были определены ключевые параметры, влияющие на производительность алгоритмов, и даны рекомендации по оптимальному применению алгоритмов в конкретных сценариях.

Также была проведена оценка технической и экономической эффективности предложенных алгоритмов, результаты которой показали, что они потенциально могут привести к значительной экономии затрат для логистических и транспортных компаний.

В заключение следует отметить, что исследование, представленное в данной работе, вносит значительный вклад в область транспорта и логистики, обеспечивая понимание эффективности различных алгоритмов решения CVRP и определяя оптимальные сценарии их применения. Результаты данного исследования имеют практическое применение для логистических и транспортных компаний, а рекомендации и выводы, представленные в данной работе, могут послужить основой для дальнейших исследований в этой области.



## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Dantzig G. B., Ramser J. H. The Truck Dispatching Problem // Management Science. — 1959. — Окт. — Т. 6. — С. 80—91. — DOI: 10.1287/mnsc.6.1.80.
2. Toth P., Vigo D. The vehicle routing problem / под ред. P. Toth, D. Vigo. — Society for Industrial, Applied Mathematics, 2002. — DOI: 10.1137/1.9780898718515. — URL: <https://epubs.siam.org/doi/abs/10.1137/1.9780898718515>.
3. The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges / B. L. Golden [и др.]. — Springer Us, 2008.
4. Gauvin C., Desaulniers G., Gendreau M. A branch-cut-and-price algorithm for the vehicle routing problem with stochastic demands // Computers Operations Research. — 2014. — Окт. — Т. 50. — С. 141—153. — DOI: 10.1016/j.cor.2014.03.028. — (дата обращения 18.04.2023).
5. Demir E., Bektaş T., Laporte G. An adaptive large neighborhood search heuristic for the Pollution-Routing Problem // European Journal of Operational Research. — 2012. — Т. 223. — С. 346—359. — URL: <https://ideas.repec.org/a/eee/ejores/v223y2012i2p346-359.html> (дата обращения 18.04.2023).
6. Laporte G. The vehicle routing problem: An overview of exact and approximate algorithms // European Journal of Operational Research. — 1992. — Июнь. — Т. 59. — С. 345—358. — DOI: 10.1016/0377-2217(92)90192-с. — (дата обращения 16.09.2020).
7. Lenstra J. K., Kan A. H. G. R. Complexity of vehicle routing and scheduling problems // Networks. — 1981. — Т. 11. — С. 221—227. — DOI: 10.1002/net.3230110211.
8. A unified solution framework for multi-attribute vehicle routing problems / T. Vidal [и др.] // European Journal of Operational Research. — 2014. — Май. — Т. 234. — С. 658—673. — DOI: 10.1016/j.ejor.2013.09.045. — (дата обращения 30.08.2021).
9. Toth P., Vigo D. Vehicle routing : problems, methods, and applications. — Society for Industrial, Applied Mathematics (SIAM, 3600 Market Street, Floor 6, Philadelphia, PA 19104), 2015.

10. Solomon M. M. Algorithms for the Vehicle Routing and Scheduling Problems with Time Window Constraints // *Operations Research*. — 1987. — Апр. — Т. 35. — С. 254—265. — DOI: 10.1287/opre.35.2.254.
11. Parragh S. N., Doerner K. F., Hartl R. F. A survey on pickup and delivery problems // *Journal für Betriebswirtschaft*. — 2008. — Март. — Т. 58. — С. 21—51. — DOI: 10.1007/s11301-008-0033-7. — (дата обращения 06.09.2021).
12. Cordeau J.-F., Gendreau M., Laporte G. A tabu search heuristic for periodic and multi-depot vehicle routing problems // *Networks*. — 1997. — Сент. — Т. 30. — С. 105—119. — DOI: 10.1002/(sici)1097-0037(199709)30:2<105::aid-net5>3.0.co;2-g.
13. On the capacitated vehicle routing problem / T. Ralphs [и др.] // *Mathematical Programming*. — 2003. — Янв. — Т. 94. — С. 343—359. — DOI: 10.1007/s10107-002-0323-0. — (дата обращения 20.08.2022).
14. Laporte G., Semet F. 5. Classical heuristics for the capacitated VRP // — 01.2002. — С. 109—128. — DOI: 10.1137/1.9780898718515.ch5.
15. Padberg M., Rinaldi G. A Branch-and-Cut Algorithm for the Resolution of Large-Scale Symmetric Traveling Salesman Problems // *SIAM Review*. — 1991. — Т. 33. — С. 60—100. — URL: <https://www.jstor.org/stable/2030652> (дата обращения 18.04.2023).
16. Holland J. H. Genetic Algorithms // *Scientific American*. — 1992. — Т. 267. — С. 66—73. — URL: <https://www.jstor.org/stable/24939139>.
17. Kirkpatrick S., Gelatt C. D., Vecchi M. P. Optimization by Simulated Annealing // *Science*. — 1983. — Май. — Т. 220. — С. 671—680. — DOI: 10.1126/science.220.4598.671.
18. Dorigo M., Stützle T. Ant Colony Optimization Algorithms for the Traveling Salesman Problem. — IEEE Xplore, 2004. — URL: <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/6281179/> (дата обращения 18.04.2023).
19. Time dependent vehicle routing problem with a multi ant colony system / A. V. Donati [и др.] // *European Journal of Operational Research*. — 2008. — Март. — Т. 185. — С. 1174—1191. — DOI: 10.1016/j.ejor.2006.06.047. — (дата обращения 06.08.2021).

20. Particle swarm optimization. T. 4. — Citeseer. 1995. — С. 1942—1948.
21. Held M., Karp R. M. A Dynamic Programming Approach to Sequencing Problems // Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics. — 1962. — Март. — Т. 10. — С. 196—210. — DOI: 10.1137/0110015.
22. Clarke G., Wright J. W. Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points // Operations Research. — 1964. — Август. — Т. 12. — С. 568—581. — DOI: 10.1287/opre.12.4.568.
23. Gillett B. E., Miller L. R. A Heuristic Algorithm for the Vehicle-Dispatch Problem // Operations Research. — 1974. — Апрель. — Т. 22. — С. 340—349. — DOI: 10.1287/opre.22.2.340.
24. Christofides N., Eilon S. An Algorithm for the Vehicle-dispatching Problem // Journal of the Operational Research Society. — 1969. — Сентябрь. — Т. 20. — С. 309—318. — DOI: 10.1057/jors.1969.75. — (дата обращения 18.04.2023).
25. Joshi S., Kaur S. Nearest Neighbor Insertion Algorithm for solving capacitated vehicle routing problem. — IEEE Xplore, 03.2015. — URL: <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/7100226/> (дата обращения 18.04.2023).
26. A simulated annealing algorithm for the capacitated vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints / L. Wei [и др.] // European Journal of Operational Research. — 2018. — Март. — Т. 265. — С. 843—859. — DOI: 10.1016/j.ejor.2017.08.035. — (дата обращения 25.06.2021).
27. Kopfer H. W., Schönberger J., Kopfer H. Reducing greenhouse gas emissions of a heterogeneous vehicle fleet // Flexible Services and Manufacturing Journal. — 2013. — Июль. — Т. 26. — С. 221—248. — DOI: 10.1007/s10696-013-9180-9.
28. Punakivi M., Saranen J. Identifying the success factors in e-grocery home delivery // International Journal of Retail Distribution Management. — 2001. — Апрель. — Т. 29. — С. 156—163. — DOI: 10.1108/09590550110387953.