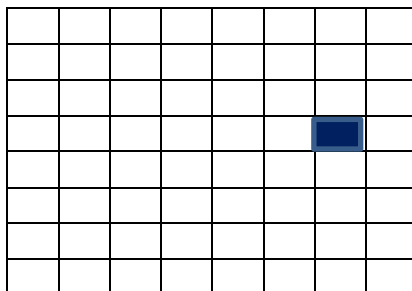
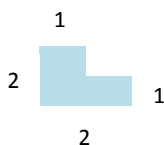


UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
CENTRO DE EXATAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO
PROFA. LEILA MACIEL DE ALMEIDA E SILVA
PROJETO E ANÁLISE DE ALGORITMOS

LISTA 1

1. Prove por indução matemática que a soma dos cubos dos n primeiros números inteiros positivos, $n \geq 1$, é igual ao quadrado da soma destes números.
2. Seja T uma árvore binária cheia de altura h , $h \geq 0$. Prove por indução matemática que T tem $n = 2^{h+1} - 1$ nós. Uma árvore binária é dita *cheia* quando todos os nós ou são folhas ou possuem exatamente dois filhos.
3. Prove por indução que o Problema do Revestimento sempre tem solução.

Problema do Revestimento: Seja um azulejo no formato em L como na figura abaixo (azulejo azul). Seja um espaço $m \times m$, onde m é uma potência de 2. Suponha que o espaço é representado por uma grade de m colunas e m linhas; no exemplo abaixo, $m = 8$. Assim, cada célula da grade tem tamanho 1×1 . Suponha ainda que uma destas células é dita *especial* na grade, representando uma posição que deve permanecer sem revestimento quando o espaço for revestido por azulejos. No exemplo abaixo, a célula especial está em preto. Esta célula é única, podendo ocorrer em qualquer posição na grade. O problema do Revestimento consiste em revestir todo o espaço, excetuando-se apenas a célula especial, utilizando somente azulejos que possuem formato em L, nas dimensões especificadas, ou seja, os azulejos não podem ser cortados.



Para as questões 4 e 5 a seguir, responda sua questão em duas partes: (a) estruturação da solução por indução; (b) derivação do algoritmo **recursivo** em pseudo-linguagem a partir da solução do item (a) e (c) implementação do algoritmo.

4. Dado um vetor de inteiros de n elementos, elabore um algoritmo para determinar quantos destes números são negativos.
5. Dada uma árvore binária de inteiros e dois limites de intervalo, inferior e superior, determine a soma dos elementos da árvore que estão neste intervalo de valores (intervalo fechado).

Para as questões 6 a 8 a seguir, responda sua questão em quatro partes: (a) descreva a ideia da sua estratégia de solução; (b) escreva o algoritmo em pseudo-linguagem; (c) calcule a complexidade de tempo e espaço do algoritmo e (d) implemente o algoritmo. O cálculo da complexidade deve ser explícito, ou seja, a complexidade deve ser expressa através possivelmente de uma série, a qual deve ser detalhadamente calculada.

6. Dados dois vetores de inteiros ordenados em ordem crescente, gere um terceiro vetor com os dados dos vetores de entrada também ordenados em ordem crescente, mas sem elementos repetidos.
7. Dados dois vetores de inteiros A e B , gere um terceiro vetor representando o vetor interseção dos vetores originais, nas duas situações abaixo. A solução para cada situação deve ser distinta, ou seja, você não pode reutilizar parte da solução de um item em outro item. O vetor de interseção não pode ter elementos duplicados.
 - a. A e B estão ordenados, em ordem decrescente;
 - b. A e B estão em ordem arbitrária.
8. Dada uma expressão contendo parênteses, literais e operadores aritméticos, elabore um algoritmo para determinar se a expressão está com os parênteses balanceados, ou seja, se para cada parêntese aberto há um parêntese fechando e se os pares de parênteses estão adequadamente aninhados. Você pode supor que a expressão será fornecida como uma string e que a resposta de seu algoritmo será um booleano, onde True significa que a expressão é correta e False, incorreta.

Ex: $((a + b) + (c * d))$ é uma expressão correta
 $((a + b) + 1$ é uma expressão incorreta
 $) (a + b)) + (c * d)$ é uma expressão incorreta