

## Lista com saltos - generalidades

- Foram propostas em 1989 por William Pugh, professor da Universidade de Maryland;
- Permitem operações de consulta, inserção e remoção mais eficientes do que as listas ligadas simples e duplas;
- O aumento na eficiência é, no entanto, obtido à custa de um aumento de recursos (memória) necessários.
- A ideia base é a seguinte:
  - Procurar o nome de “Manuel Silva” numa lista de nomes ordenados alfabeticamente, que constam num dado documento;
  - Ao abrir o documento, verificamos que estamos apenas nos nomes cuja inicial é “A”;
  - Acção inteligente:
    - Avançar 1 página (provavelmente avança-se para uma página com a mesma letra) - ERRADO
    - Avançar N páginas! (provavelmente avança-se para a letra h?, j?) - CORRETO

## Lista com saltos - definição

- É uma lista ligada simples
  - em que cada nodo tem um número variável de *ligações*,
  - sendo que cada nível de *ligação* implementa uma lista ligada simples formada por um número diferente de nodos.
- Está-se perante uma estrutura de listas paralelas,
  - todas elas terminadas com o ponteiro nulo (NULL),
  - que permitem implementar diferentes travessias,
  - sendo que cada travessia avança sobre os nodos com um número de *ligações* inferior ao nível em que ela decorre.
- Quanto maior é o nível da travessia,
  - maior é o espaçamento de nodos percorridos,
  - sendo que uma travessia pode descer de nível para prosseguir de uma forma menos espaçada ao longo da lista.
- Logo, está-se perante uma lista ligada com atalhos.
- Permite obter travessias mais eficientes do que a pesquisa sequencial,
  - apesar da travessia ao longo de um nível ser sequencial,
  - o facto dos níveis terem espaçamentos diferentes, tanto maiores quanto maior é o nível.

## Lista com saltos - implementação

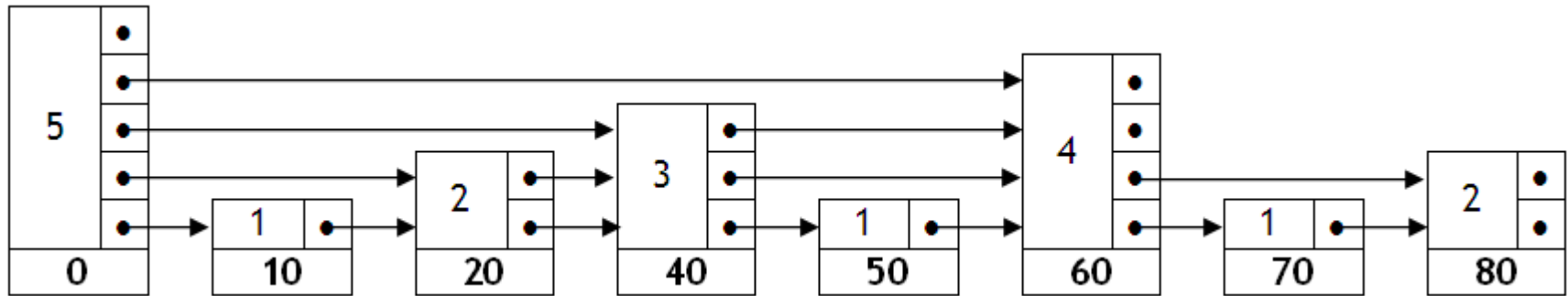
- Várias forma de implementar uma lista com saltos, dependendo da forma como se armazenam os ponteiros para cada nível:
  - “arrays” estáticos,
  - “arrays” dinâmicos,
  - listas ligadas.
- Vai-se usar os “arrays” dinâmicos:

```
typedef struct Nodo *PNodo;  
struct Nodo {  
    Info    Elemento;  
    int     Niveis;  
    PNodo   *PtProx;  
};
```

Níveis	PtProx[Niveis-1]
	PtProx[Niveis-2]
	...
	PtProx[1]
	PtProx[0]
Elemento	

## Lista com saltos - implementação

- Representação de uma lista com saltos:



- O primeiro nodo/elemento é o se encontra à cabeça da lista (nodo extra):
  - 0 (valor do elemento do nodo, que é o menor da lista e não faz parte da lista),
  - 5 (quantidade de níveis do nodo, que é o máximo de níveis de cada nodo pode ter),
  - 5 ponteiros para nodos seguintes.

## Lista com saltos - operações

- Uma lista com saltos caracteriza-se pelos seguintes parâmetros:
  - *cabeça da lista* (PCab) que é um nodo extra e que contém um valor sempre inferior a qualquer um dos valores contidos nos restantes nodos da lista;
  - *máximo de níveis* da lista (MaxNiv), que corresponde ao número de níveis da cabeça.

## Lista com saltos - operações

- Criar um nodo

*Entrada:* um elemento X e o seu nível (niv)

*Saída:* um ponteiro para um nodo (informação + ligações)

```
PNodo CriarNodo (Info X, int niv) {  
    int k;  
    PNodo P;  
    P = (PNodo) malloc (sizeof (struct Nodo));  
    if (P == NULL)  
        return NULL;  
    P→PtProx = (PNodo *) malloc (niv * sizeof (PNodo));  
    if (P→PtProx == NULL)  
        return NULL;  
    P→Elemento = X;  
    P→Niveis = niv;  
    for (k = 0; k < niv; k++)  
        P→PtProx[k] = NULL;  
    return P;  
}
```

## Lista com saltos - operações

- Determinar o nível dum elemento (nodo) numa lista
  - Para se obter uma pesquisa com eficiência logarítmica,  $O(\log n)$ , a lista deve ter listas ligadas com espaçamentos do tipo  $2^{\text{MaxNiv}}$ .
  - Uma possível função é a seguinte:

*Entrada:* nível máximo a considerar (maxNiv)

*Saída:* o nível do elemento (gerado aleatoriamente)

```
int GerarNivelAleatorio (int maxNiv) {  
    int i, Niv = maxNiv;  
    float t, fator = 1/(pow(2,maxNiv)-1); // probabilidade do menor nível  
    srand(time(NULL));  
    t = rand();  
    for (i = 0; i < maxNiv-1; i++) {  
        if (t <= pow(2,i)*fator)  
            return Niv;  
        Niv--;  
    }  
    return 1;  
}
```

- Criar uma lista
  - consiste em criar um nodo associado à cabeça da lista, cujos campos são os seguintes:
    - Elemento = X, tal que X é menor do que qualquer elemento da lista;
    - Niveis = MaxNiv;
    - PtProx[k] = NULL,  $k = 0, \dots, \text{MaxNiv}-1$
  - Uma possível função é a seguinte:

*Entrada:* um elemento X (X menor da lista) e máximo de níveis a considerar (MaxNiv)

*Saída:* um ponteiro para um nodo (cabeça da lista)

```
PNode CriarLista (Info X, int maxNiv) {  
    PNode P;  
    P = CriarNodo(X, maxNiv);  
    return P;  
}
```



## Lista com saltos - operações

- Libertar/destruir um nodo de uma lista
  - consiste em atribuir a todos os ponteiros dos campos associados aos nodos seguintes de cada nível o ponteiro nulo (NULL),
  - libertar para o sistema o ponteiro para a sequência daqueles ponteiros e, por fim,
  - libertar o ponteiro para o nodo a destruir.
- Uma possível função é a seguinte:

*Entrada:* um ponteiro para o nodo que se pretende destruir

*Saída:* o ponteiro a apontar para NULL

```
PNode LibertarNodo (PNode P) {  
    int k;  
    for (k = 0; k < P→Niveis; k++)  
        P→PtProx[k] = NULL;  
    free(P→PtProx);  
    free(P);  
    P = NULL;  
    return P;  
}
```

## Lista com saltos - operações

- Destruição de uma lista

- a travessia da lista é feita no nível zero, para destruir todos os seus nodos, ficando apenas a cabeça da lista, de forma sequencial.
- Uma possível função é a seguinte:

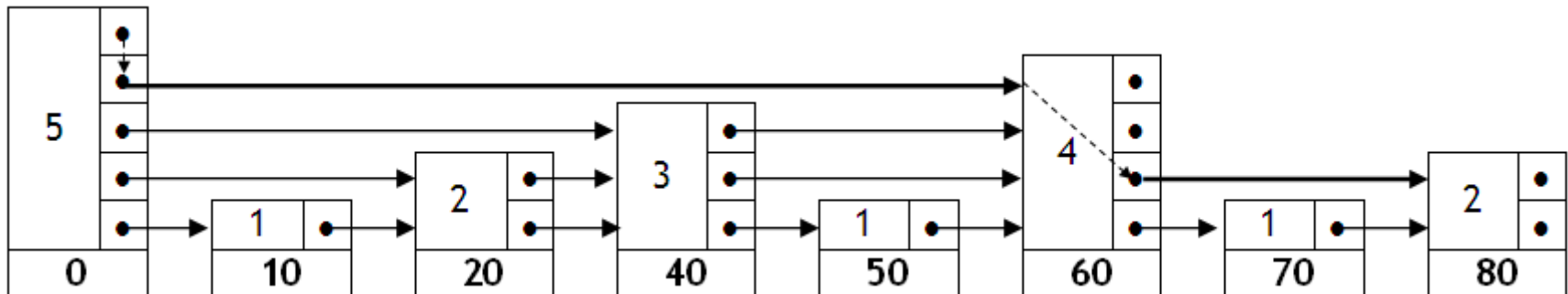
*Entrada:* um ponteiro para a cabeça da lista

*Saída:* a lista vazia (cabeça da lista com todos os seus ponteiros seguintes nulos)

```
void DestruirLista (PNode PCab) {  
    int k;  
    PNode PAux, P = PCab→PtProx[0];  
    while (P != NULL) {  
        PAux = P;  
        P = P→PtProx[0];  
        PAux = LibertarNodo(PAux);  
    }  
    for (k = 0; k < PCab→Niveis; k++)  
        PCab→PtProx[k] = NULL;  
}
```

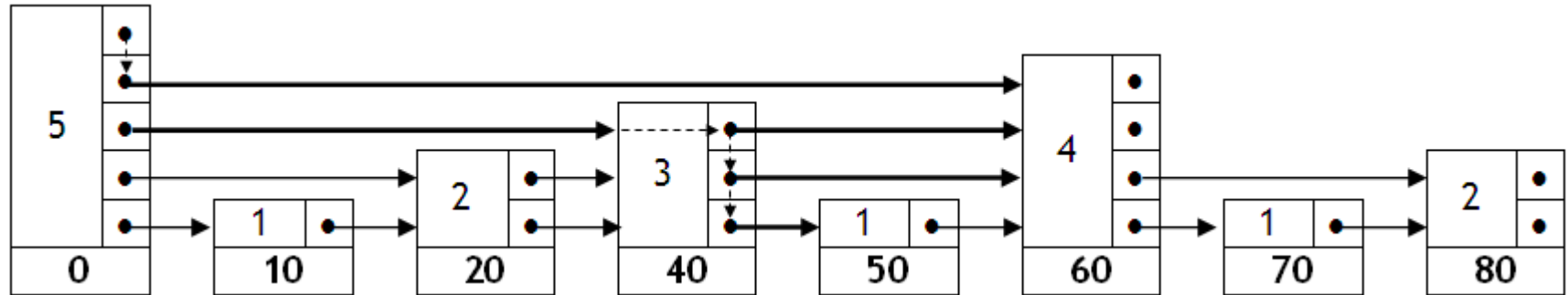
# Lista com saltos - operações

- Pesquisa dum elemento numa lista
  - A pesquisa de um elemento segue a seguinte estratégia:
    - começar no ponteiro de maior nível na cabeça da lista; percorrer até ao nodo que seja igual ou que exceda o elemento que se procura;
    - se encontro um elemento igual, terminar com sucesso; senão, descer de nível e usar a mesma estratégia;
    - se depois de atingir o nível 0 não encontrar o nodo com o elemento procurado, então concluir que ele não está presente.
- Exemplo: pesquisar o elemento com o valor 80



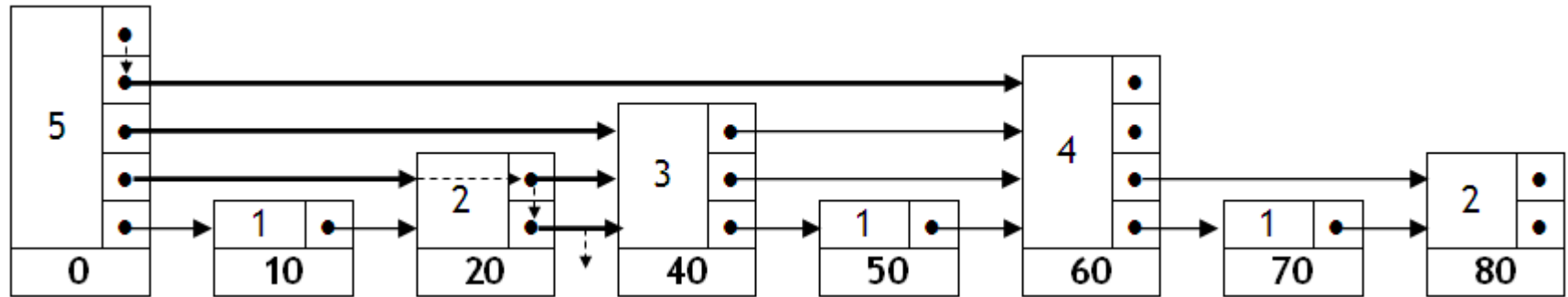
## Lista com saltos - operações

- Pesquisa dum elemento numa lista
  - Exemplo: pesquisar o elemento com o valor 50



## Lista com saltos - operações

- Pesquisa dum elemento numa lista
  - Exemplo: pesquisar o elemento com o valor 30



## Lista com saltos - operações

- Pesquisa dum elemento numa lista

- Uma possível função é a seguinte:

*Entrada:* um ponteiro para a cabeça da lista e o elemento a pesquisar

*Saída:* 1 (elemento está na lista); 0 (elemento não está na lista)

```
int PesquisarElemento (PNodo PCab, Info X) {  
    int k;  
    PNodo P = PCab;  
    for (k = PCab→Niveis; k > 0; k--) {  
        while (P→PtProx[k-1] != NULL && (P→PtProx[k-1])→Elemento < X)  
            P = P→PtProx[k-1];  
        if (P→PtProx[k-1] != NULL && (P→PtProx[k-1])→Elemento == X)  
            return 1;  
    }  
    return 0;  
}
```

## Lista com saltos - operações

- Pesquisa do nodo anterior dum elemento numa lista
  - As operações de inserir e remover elemento numa lista precisam de determinar quais os ponteiros para cada nível dos nodos anteriores ao elemento a inserir (quando este for colocado na lista) ou a remover.

## Lista com saltos - operações

- Pesquisa do nodo anterior dum elemento numa lista
  - Uma possível função é a seguinte (pré-requisito da existência do elemento na lista):

*Entrada:* um ponteiro para a cabeça da lista e o elemento a pesquisar

*Saída:* sequência de ponteiros para os elementos anteriores ao elemento a procurar

```
PNode PesquisarAnterior (PNode PCab, Info X) {  
    int k;  
    PNode *PAnt, P = PCab;  
    PAnt = (PNode *) malloc(PCab→Niveis * sizeof(PNode));  
    if (PAnt == NULL)  
        return NULL;  
    for (k = PCab→Niveis; k > 0; k--) {  
        while (P→PtProx[k-1] != NULL && (P→PtProx[k-1])→Elemento < X)  
            P = P→PtProx[k-1];  
        PAnt[k-1] = P;  
    }  
    return PAnt;  
}
```



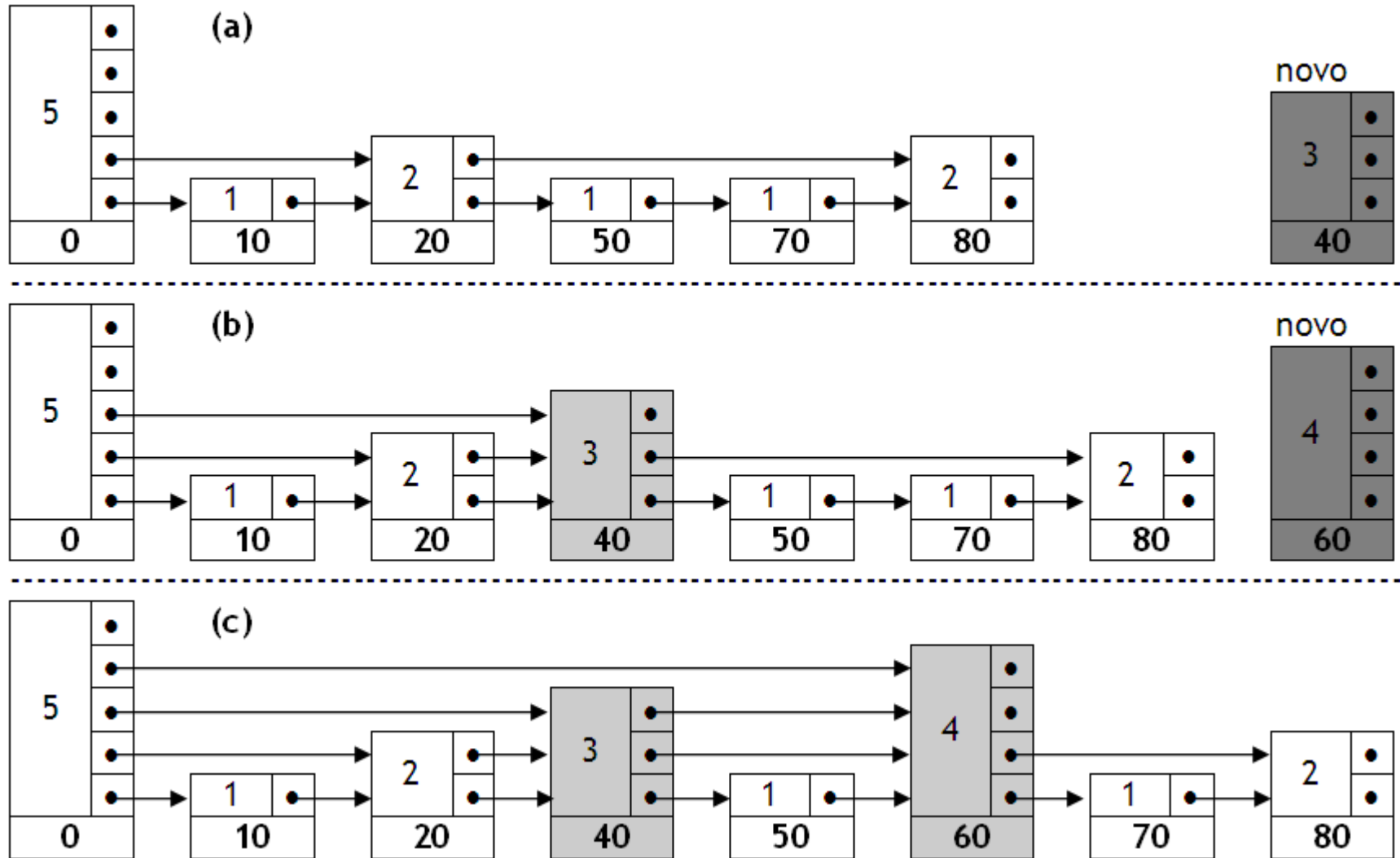
## Lista com saltos - operações

- Inserção de um elemento numa lista
  - implica a atualização de todas as listas ligadas que são intercetadas pelo nodo a inserir;
  - segue a seguinte estratégia:
    1. alocar o novo nodo;
    2. escolher aleatoriamente o nível do elemento de acordo com a distribuição de probabilidade;
    3. determinar quais os nodos anteriores, para cada nível, ao elemento a inserir (após colocação do novo elemento na lista);
    4. inserir o novo nodo na lista.
- o algoritmo proposto
  - realiza uma travessia começando na cabeça da lista e no nível máximo,
  - até chegar ao local de inserção e ao nível 1, sendo nesta altura que o processo de atualização das ligações se inicia;
  - só após a conclusão daquelas ligações é que o nodo é efetivamente inserido e o algoritmo termina.
  - Os ponteiros para cada nível (associados a cada lista ligada) determinam o local de inserção do novo nodo (isto é, o seu nodo anterior), fazendo depois as ligações do novo nodo ao nodo seguinte do seu nodo anterior, e do nodo anterior ao novo nodo.

# Lista com saltos - operações

- Inserção de um elemento numa lista

- Exemplo: inserção do elemento 40 (3 níveis) e posterior inserção do elemento 60 (4 níveis)



## Lista com saltos - operações

- Inserção de um elemento numa lista - uma possível função é a seguinte:

*Entrada:* um ponteiro para a cabeça da lista e o elemento a inserir

*Saída:* a lista atualizada

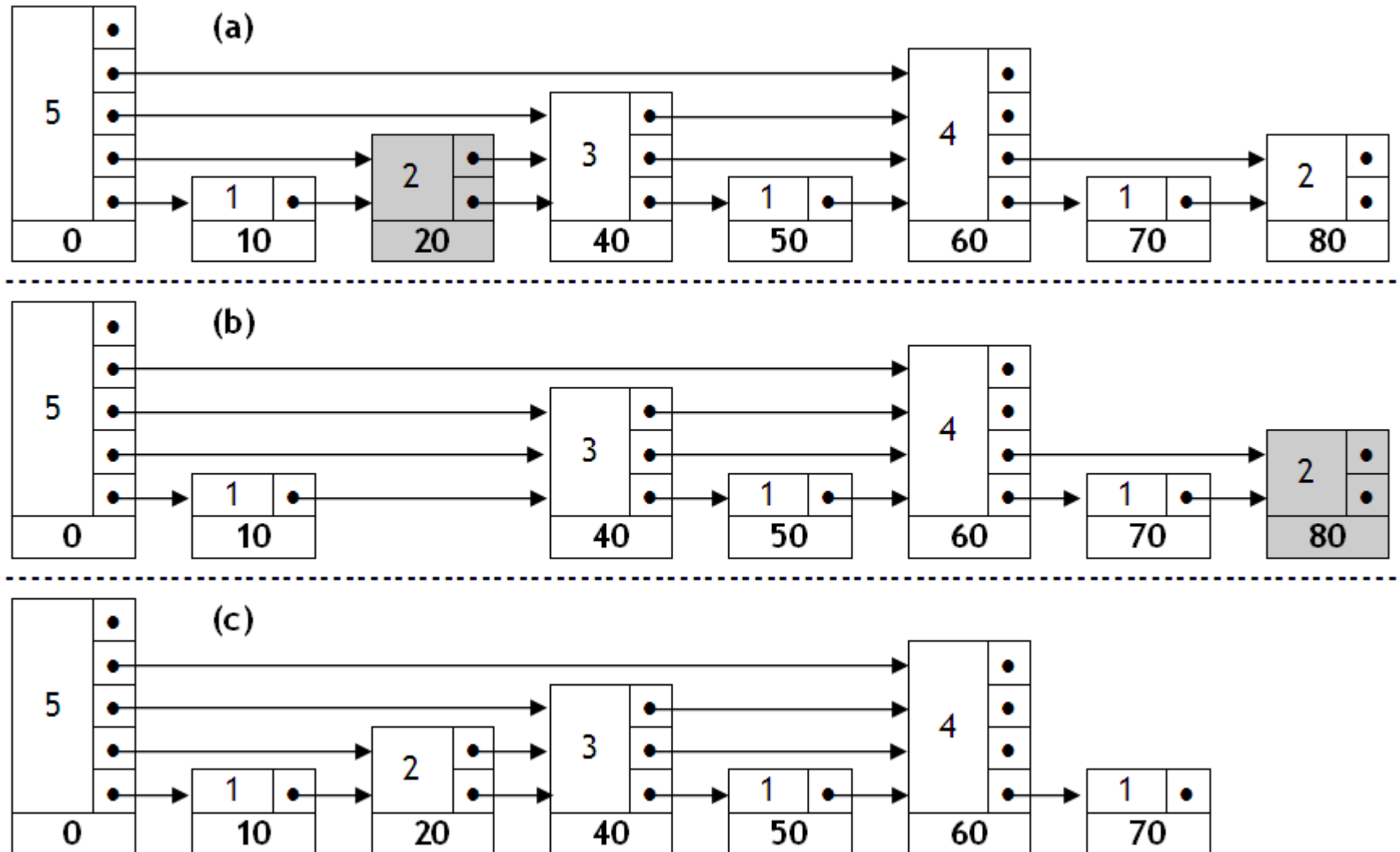
```
void InserirElemento (PNodo PCab, Info X) {  
    PNodo P, *PAnt;  
    int Nivel, k;  
    if (PCab→Elemento < X)    // o valor da cabeça da lista tem de ser o menor  
        PCab→Elemento = X - 100; // atualizar o valor da cabeça da lista  
    Nivel = GerarNivelAleatorio(MaxNiv);  
    P = CriarNodo(X, Nivel);  
    if (P == NULL)    // criação de nodo sem sucesso - lista sem alteração  
        return PCab;  
    PAnt = ProcurarAnterior(PCab, X);  
    for (k = Nivel; k > 0; k--) {  
        P→PtProx[k-1] = PAnt[k-1]→PtProx[k-1];  
        PAnt[k-1]→PtProx[k-1] = P;  
    }  
}
```

## Lista com saltos - operações

- Remoção de um elemento da lista
  - implica a atualização de todas as listas ligadas que são interceptadas pelo nodo a remover;
  - segue a seguinte estratégia:
    1. determinar quais os nodos anteriores, para cada nível, do elemento a remover;
    2. remover o nodo da lista.
- o algoritmo proposto
  - realiza uma travessia pela lista, começando na cabeça da lista e no nível máximo,
  - até chegar ao nível 1 do nodo a remover, sendo nesta altura que o processo de atualização das ligações se inicia;
  - só após a conclusão daquelas ligações é que o nodo é efetivamente removido e o algoritmo termina.
  - Os ponteiros para cada nível (associados a cada lista ligada) determinam os nodos anteriores ao nodo a remover, fazendo depois as ligações destes nodos (anteriores) com os nodos seguintes do nodo a remover, e a libertação do nodo que se pretende remover. No caso de haver elementos

## Lista com saltos - operações

- Remoção de um elemento da lista
  - Exemplo: remoção do elemento 20 (2 níveis) e posterior remoção do elemento 80 (2 níveis)



## Lista com saltos - operações

- Remoção de um elemento da lista
  - Uma possível função é a seguinte:

*Entrada:* um ponteiro para a cabeça da lista e o elemento a remover

*Saída:* a lista atualizada

```
void RemoverElemento (PNodo PCab, Info X) {  
    PNodo P, *PAnt;  
    int Nivel, k;  
    PAnt = ProcurarAnterior(PCab, X);  
    P = PAnt[0]→PtProx[0]; // nodo a remover  
    Nivel = PAnt→Niveis;  
    for (k = Nivel; k > 0; k--)  
        PAnt[k-1]→PtProx[k-1] = P→PtProx[k-1];  
    P = LibertarNodo(P);  
}
```