

# 机器学习第二次作业

孙一林 520030910361

类似于 PPT, 我们用相同的符号.

那么, 假定样本  $x$  当前出现在

$H_i$ , 并被移动到  $H_j$ .

则  $H_i$  类的新的均值公式为

$$m_{ji}^* = \frac{n_i m_i - \hat{x}}{n_i - 1} = m_i - \frac{\hat{x} - m_i}{n_i - 1}$$

即我们有 
$$m_{ji}^* = m_i - \frac{\hat{x} - m_i}{n_i - 1}$$

接下来我们计算  $J_i^*$

根据定义

$$J_i^* = \sum_{x \in H_i} \|x - m_i^*\|^2 = \sum_{x \in H_i} \|x - m_i + \frac{\hat{x} - m_i}{n_i - 1}\|^2$$

注意这里  $x \in H_i$  是包含  $\hat{x}$  的, 即我们先计算总的  $\sum_{x \in H_i} \|x - m_i^*\|^2$ , 再把移走的  $\hat{x}$  项减去.

$$\text{则, } J_i^* = \sum_{x \in H_i} \left\| x - m_i + \frac{\hat{x} - m_i}{n_i - 1} \right\|^2$$

$$- \left\| \hat{x} - m_i + \frac{\hat{x} - m_i}{n_i - 1} \right\|^2$$

$$= \sum_{x \in H_i} \left\| x - m_i + \frac{\hat{x} - m_i}{n_i - 1} \right\|^2$$

$$- \left\| \frac{n_i}{n_i - 1} (\hat{x} - m_i) \right\|^2$$

$$J_i^* = \sum_{x \in H_i} \|x - m_i\|^2$$

$$+ \frac{2}{n_i - 1} \sum_{x \in H_i} (x - m_i)^T (\hat{x} - m_i)$$

$$+ \frac{n_i}{(n_i - 1)^2} \|\hat{x} - m_i\|^2$$

$$- \frac{n_i}{(n_i - 1)^2} \|\hat{x} - m_i\|^2$$

$$J_i^* = J_i + 0 - \frac{n_i^2 - n_i}{(n_i - 1)^2} \|\hat{x} - m_i\|^2$$

$$J_i^* = J_i - \frac{n_i}{n_i - 1} \|\hat{x} - m_i\|^2$$