

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра МО ЭВМ

ОТЧЕТ
по научно-квалификационной работе
аспиранта

Аспирант

направление 09.06.01

специальность 05.13.11

_____ Филатов Антон Юрьевич

Руководитель д.т.н., проф

_____ Экало Александр Владимирович

Санкт-Петербург

2018

ВВЕДЕНИЕ

Синергия — усиливающий эффект взаимодействия двух или более факторов, характеризующийся тем, что совместное действие этих факторов существенно превосходит простую сумму действий каждого из указанных факторов [1]. Этот эффект можно наблюдать и в области автоматизированного движения мобильных платформ. В частности, если речь идет об используемых сенсорах. Каждый раз, при выборе датчиков и сенсоров, которыми оснащается мобильная платформа, встает вопрос, какой набор каких датчиков следует использовать. А также, более прикладной вопрос, как следует использовать этот набор для достижения наиболее точных результатов. В западной литературе эта проблема имеет название «sensor fusion» [2], в русской литературе она появляется с названиями «слияние датчиков» или «объединение датчиков».

Основополагающей мыслью является тот факт, что использование набора (хотя бы двух) датчиков разной погрешности позволяет предоставить точность измерений большую, чем самый точный из этого набора. Для того, чтобы проверить эту мысль было принято решение использовать классический фильтр Калмана, предоставляя в качестве измерений значения с различной погрешностью. Однако для того, чтобы выявить увеличение точности результирующих значений, необходимо провести теоретический расчет. Поэтому кроме практического применения фильтра к набору данных также рассматривается и теоретическое обоснование улучшения результата.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ УВЕЛИЧЕНИЯ ТОЧНОСТИ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ НЕСКОЛЬКИХ СЕНСОРОВ.

1.1. Постановка задачи

Задача: Подробно расписать формулы, используемые в фильтре Калмана и выяснить, каким образом использование двух сенсоров разной точности увеличивает итоговую точность.

Для выполнения поставленной задачи была рассмотрена фильтрация одной единственной переменной. Тогда, пусть истинная модель движения мобильной платформы происходит по закону $X^*(t)$. При этом имеется некоторое знание об этом движении и предполагается, что координата изменяется по закону $X(t)$. В некоторые моменты времени $\{t_k\}_{k=1}^K$ снимаются прямые измерения координаты объекта с погрешностью:

$$Z(t_k) = Z_k = X^*(t_k) + v_k,$$

где $v_k \sim N(0, \sigma_k^2)$.

А также в некоторые моменты времени $\sigma_{k_i} \ll \sigma_{k_j}, \quad i \neq j, j \neq i$

1.2. Общее описание фильтра Калмана

Классический фильтр Калмана состоит из двух шагов: предсказание и коррекция [3]:

Априорная оценка:

$$\begin{aligned}\widetilde{X}_k &= F_{k-1|k} \widehat{X}_{k-1} + B_k u_k \\ \widetilde{P}_k &= F_{k-1|k} \widehat{P}_{k-1} F_{k-1|k}^T + Q_k\end{aligned}$$

Апостериорная оценка:

$$\begin{aligned}Y_k &= Z_k - H_k \widetilde{X}_k \\ S_k &= H_k \widetilde{P}_k H_k^T + R_k \\ K_k &= \widetilde{P}_k H_k^T S_k^{-1} \\ \widehat{X}_k &= \widetilde{X}_k + K_k Y_k \\ \widehat{P}_k &= (E - K_k H_k) \widetilde{P}_k\end{aligned}$$

где $(\cdot)_k$ - величина на k-ом шаге;

$\widetilde{(\cdot)}_k$ - априорная оценка величины на k-ом шаге;

$\widehat{(\cdot)}_k$ - апостериорная оценка величины на k-ом шаге;

X_k - вектор состояний;

$F_{k-1|k}$ - матрица перехода вектора состояний от значений во время t_{k-1} к значениям во время t_k ;

B_k, u_k - матрица и вектор внешних воздействий на систему;

Q_k - матрица ковариации шума в априорной модели системы;

H_k, Z_k - матрица и вектор наблюдений состояния системы;

Y_k - вектор отклонения наблюдения от априорной оценки;

S_k - ковариационная матрица отклонения;

R_k - ковариационная матрица погрешности измерений;

K_k - калмановский коэффициент усиления

В высказанных предположениях (одномерные координаты) значения переменных, указанных выше сводятся к следующим:

Априорная оценка:

$$\begin{aligned}\widetilde{X}_k &= \underbrace{\frac{X(t_k)}{X(t_{k-1})}}_{F_{k-1|k}} \widehat{X}_{k-1} \\ \widetilde{P}_k &= \underbrace{\left(\frac{X(t_k)}{X(t_{k-1})} \right)^2}_{F_{k-1|k} F_{k-1|k}^T} \widehat{P}_{k-1}\end{aligned}$$

Апостериорная оценка:

$$\begin{aligned}
Y_k &= Z_k - \underbrace{1}_{H_k} \cdot \underbrace{\frac{X(t_k)}{X(t_{k-1})} \widehat{X_{k-1}}}_{\widetilde{X_k}} \\
S_k &= \underbrace{\left(\frac{X(t_k)}{X(t_{k-1})} \right)^2 \widehat{P_{k-1}}}_{\widetilde{P_k}} + \underbrace{\sigma_k^2}_{R_k} \\
K_k &= \frac{\underbrace{\left(\frac{X(t_k)}{X(t_{k-1})} \right)^2 \widehat{P_{k-1}}}_{\widetilde{P_k}}}{\underbrace{\left(\frac{X(t_k)}{X(t_{k-1})} \right)^2 \widehat{P_{k-1}} + \sigma_k^2}_{S_k^{-1}}}
\end{aligned}$$

Подставляя все формулы и приводя подобные, можно получить следующую рекуррентную формулу значений вектора состояний и его ковариационную матрицу:

$$\begin{aligned}
\widehat{P_k} &= \frac{\left(\frac{X(t_k)}{X(t_{k-1})} \right)^2 \sigma_k^2 \widehat{P_{k-1}}}{\left(\frac{X(t_k)}{X(t_{k-1})} \right)^2 \widehat{P_{k-1}} + \sigma_k^2} \\
\widehat{X_k} &= \frac{\widehat{P_k}}{\frac{X(t_k)}{X(t_{k-1})} \widehat{P_{k-1}}} \widehat{X_{k-1}} + \frac{\widehat{P_k}}{\sigma_k^2} Z_k
\end{aligned}$$

По данной формуле можно сказать, что добавление точного измерения (с маленьким значением σ_k) приведет к приближению оцененного значения к истинному - уменьшит ошибку, чем если бы таких измерений не происходило. Однако обратное - увеличение приближения оцененного значения к истинному с помощью дополнительных частых, но неточных наблюдений, не очевидно и нуждается в дополнительном изучении

2. ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ РАССЧИТАННОГО ФИЛЬТРА КАЛМАНА

2.1. Описание входных данных

Пусть в реальности материальная точка движется по закону

$$X^*(t) = \begin{cases} x(t) \\ y(t) \end{cases}$$

А согласно модели закон ее движения составляет:

$$X(t) = \begin{cases} \chi_0 + \chi_1 \sin\left(\frac{\pi t}{T}\right) + \dots + \chi_n \sin\left(\frac{n\pi t}{T}\right) \\ \gamma_0 + \gamma_1 \sin\left(\frac{\pi t}{T}\right) + \dots + \gamma_n \sin\left(\frac{n\pi t}{T}\right) \end{cases},$$

где $\{\chi_i\}_{i=0}^n, \{\gamma_i\}_{i=0}^n$ - автоматически вычисляемые параметры фильтра;
 T - длина интервала времени работы фильтра.

Измерения происходят каждые Δt секунд, с точностью σ_1 . При этом каждые T_0 секунд происходят более точные измерения с точностью $\sigma_2 \ll \sigma_1$.

2.2. Описание условий проведения тестов

В каждом из рассмотренных ниже тестов предполагается, что закон движения

$$X^*(t) = \begin{cases} 50 \log(t) + 128 \\ 30\sqrt{t} - 2 \end{cases},$$

Модель имеет следующий вид:

$$X(t) = \begin{cases} \chi_0 + \sum_{i=1}^9 \chi_i \sin\left(i \frac{\pi t}{19}\right) \\ \gamma_0 + \sum_{i=1}^9 \gamma_i \sin\left(i \frac{\pi t}{19}\right) \end{cases}.$$

Точные измерения происходят раз в 10 измерений с погрешностью $\sigma_2 = 1$. Обычные измерения происходят каждые 0.1с. с погрешностью $\sigma_1 = 10$.

В этих условиях график движения и отклонения истинной траектории от отфильтрованной представлен на рис. 1.

Extended Kalman Filter							
t_0	1.1	ORIG MOVE:	MODEL:	sigma1:	10	amount of Xi & Yi:	recalc
t_step	0.1	x(t) = 50log(t)+128	x(t) = X1+X2*sin(t)+...+Xn*sin(nt)	sigma2:	1	10	
t_end	20	y(t) = 30sqrt(t)-2	y(t) = Y1+Y2*sin(t)+...+Yn*sin(nt)	period of s2:	10		

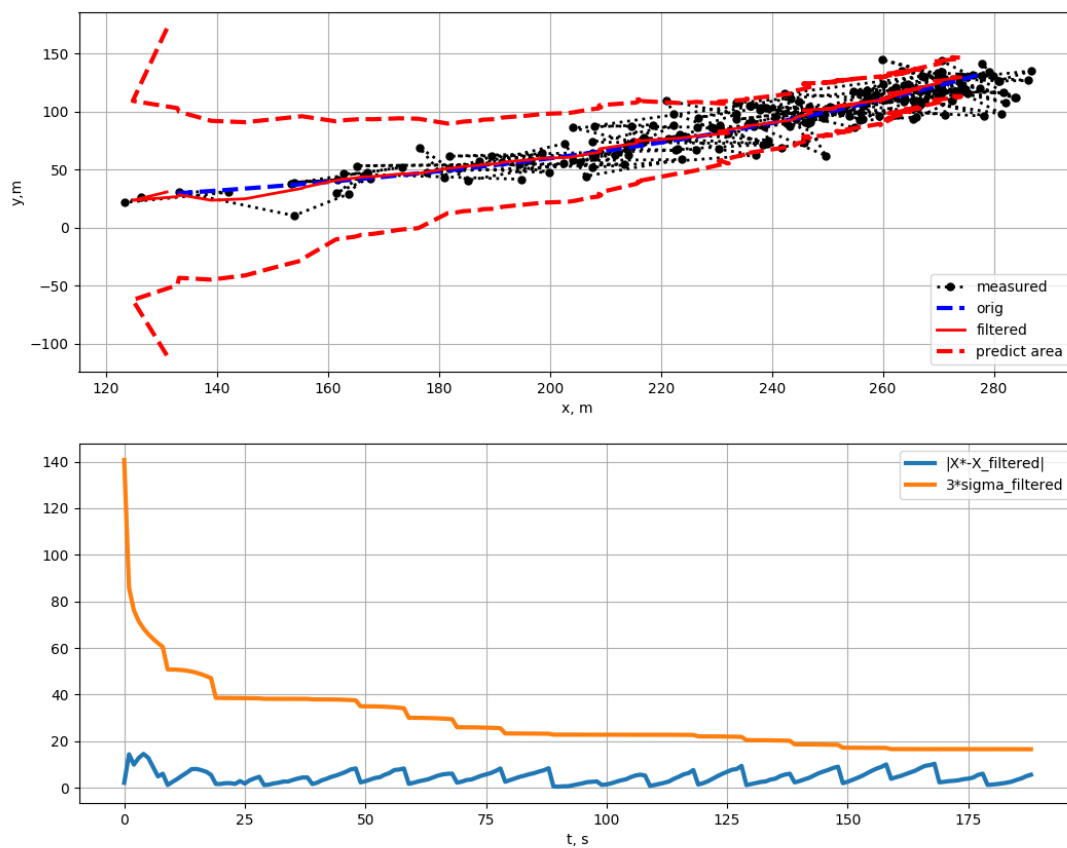


Рис.1. Координаты объекта (выше) и график отклонения (ниже).

Использованы оба сенсора.

Если будет использован только более точный сенсор, при этом время между измерениями будет составлять ту же 1 секунду, график движения будет выглядеть так, как представлено на рис. 2.

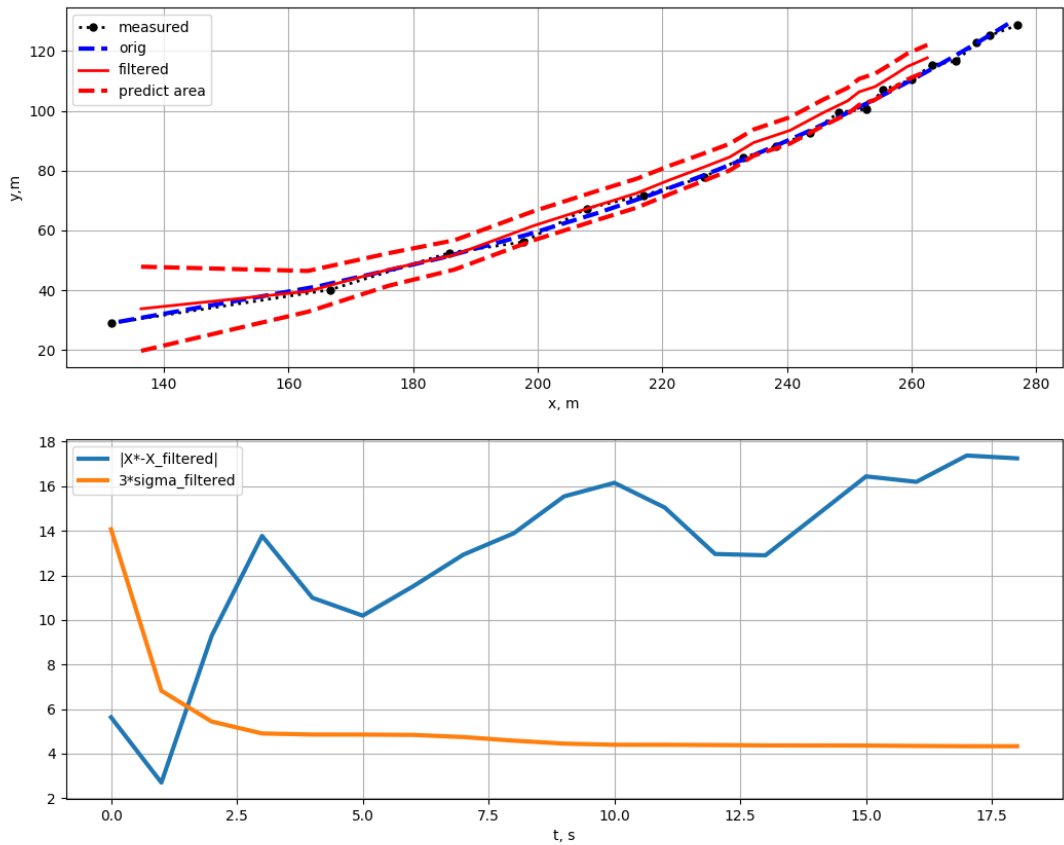
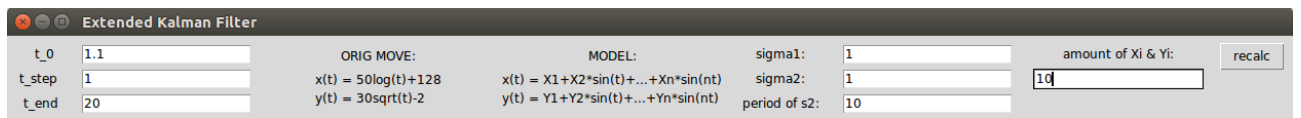


Рис. 2. Координаты объекта (выше) и график отклонения (ниже).

Использован только более точный сенсор.

Несмотря на то, что предсказывается ошибка, выраженная пунктирной линией на верхнем графике или светлой линией на нижнем графике оказалась ниже, чем на рис.1, фактическое значение ошибки оказалось больше где-то в два раза.

Если же будет использован только менее точный сенсор, при этом время между измерениями также, как и в первом случае составит 0.1с, график движения будет таким, какой представлен на рис.3.

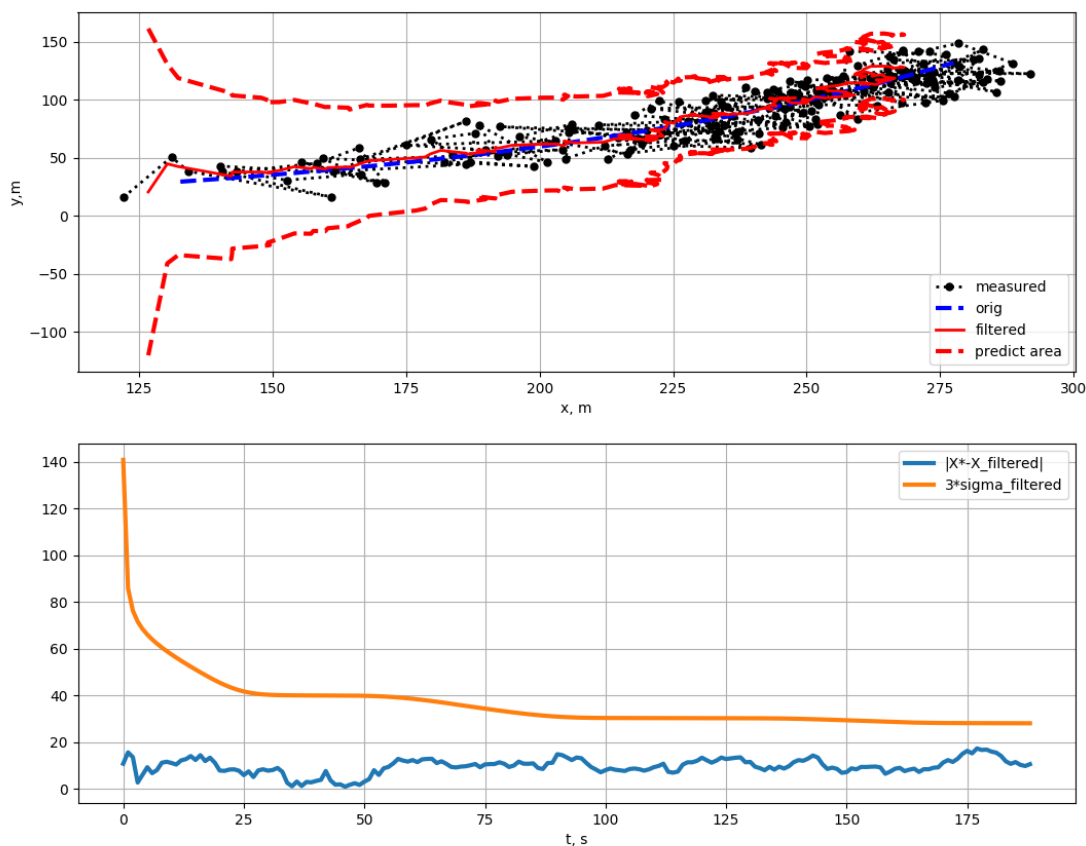
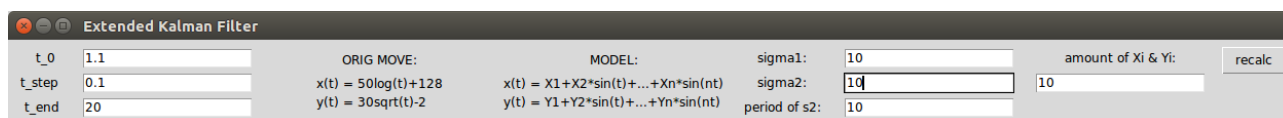


Рис.3. Координаты объекта (выше) и график отклонения (ниже).

Использован только менее точный сенсор.

По сравнению с рис.1 увеличился доверительный интервал, а также можно говорить о незначительном увеличении абсолютной ошибки между отфильтрованным и истинным значением координат.

Таким образом, идея объединения сенсоров с целью увеличения точности была продемонстрирована также и на практике.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе работы была реализована модель обработки данных с помощью фильтра Калмана. Подтверждалось утверждение об улучшении результатов при использовании сенсоров различной точности. Были получены практические результаты, подтверждающие, что использование комбинации точного, но редко снимающего измерения, сенсора с неточным, но снимающим измерения часто, приводит к лучшим результатам, чем использование этих сенсоров по отдельности. Эти результаты предварительно были пояснены и с теоретической точки зрения, где на примере одномерной фильтрации было показано, как именно точность сенсора влияет на процесс фильтрации.

Для демонстрации практических результатов был запрограммирован модуль, где можно провести различные эксперименты, варьируя различные параметры: откалибровать сенсоры или обновить вид модели движения.

В дальнейшем предполагается, что полученные результаты будут использованы для коррекции положения мобильного объекта, передвигающегося из одной точки в другую.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Берсенева Т. П. Синергия: сущностные характеристики и формы проявления // Исторические, философские, политические и юридические науки, культурология и искусствоведение. Вопросы теории и практики. Тамбов: Грамота, 2016. № 2 (64). С. 48-52.
2. Elmenreich W. An Introduction to Sensor Fusion. Vienna.: Vienna University of Technology, 2002. № 47. С. 216-268.
3. Kalman, R.E. A new approach to linear filtering and prediction problems. Journal of Basic Engineering, 1960/ 82 (1). С. 35—45