

Методические рекомендации по решению задач при подготовке к экзамену

Тема № 29 «Квантовая природа электромагнитного излучения»

Повторить теоретический материал:

БЭУ: п. 29.1-29.3

[1]: п. 197-201

Задача № 29.1.

Мощность излучения АЧТ равна 10 кВт. Определить площадь излучаемой поверхности тела, если известно, что длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности ее энергетической светимости, равна 700 нм.

| | |
|------------------------------------|-------------------------------|
| Дано: | СИ |
| $P = 10 \text{ кВт};$ | $10 \cdot 10^3 \text{ Вт}$ |
| $\lambda_{\max} = 700 \text{ нм.}$ | $700 \cdot 10^{-9} \text{ м}$ |

Решение:

Энергетическая светимость тела: $R = \frac{dW}{dt \cdot dS}$

Мощность: $P = \frac{dW}{dt}$

Закон Стефана-Больцмана: $R = \sigma T^4$

$$P = R \cdot S = \sigma T^4 S = \sigma \left(\frac{b}{\lambda_{\max}} \right)^4 S; \quad S = \frac{P \lambda^4}{\sigma b^4}.$$

S—?

Расчет:

$$S = \frac{10^4}{5,67 \cdot 10^{-8}} \left(\frac{7 \cdot 10^{-7}}{2,9 \cdot 10^{-3}} \right)^4 = 6 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Ответ: $S = 6 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$.

Задача № 29.2.

Спираль электрической лампы имеет диаметр 0,33 мм и длину 5 см. При включении лампы в цепь напряжением 127 В по спирали идет ток силой 0,31 А. Определить температуру спирали. Считать, что после установления равновесия все выделяющееся в нити тепло теряется в результате лучеиспускания. Отношение энергетических светимостей материала спирали и абсолютно черного тела для данной температуры 0,31.

| | |
|-----------------------|------------------------------|
| Дано: | СИ |
| $d = 0,33 \text{ мм}$ | $33 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ |
| $l = 5 \text{ см}$ | $5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ |
| $U = 127 \text{ В}$ | |
| $I = 0,31 \text{ А}$ | |
| $a = 0,31$ | |

Решение:

Энергия излучения тела: $W = U \cdot I \cdot t$

Закон Стефана-Больцмана: $R_{\text{АЧТ}} = \sigma T^4$

Энергетическая светимость серого тела: $R = \alpha R_{\text{АЧТ}}$

$$R = \frac{W}{St}; \quad W = UIt; \quad S = \pi dl;$$

$$R = a\sigma T^4;$$

$$\frac{UI}{\pi dl} = a\sigma T^4 \Rightarrow T = \left(\frac{UI}{\pi d l a \sigma} \right)^{\frac{1}{4}}.$$

T—?

Расчет:

$$T = \left(\frac{127 \cdot 0,31}{3,14 \cdot 33 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 0,31} \right)^{\frac{1}{4}} = 2500 \text{ К.}$$

Ответ: $T = 2500 \text{ К.}$

Повторить теоретический материал:

БЭУ: п. 29.4-29.5

[1]: п. 202-204

Задача № 29.3.

На поверхность лития падает монохроматический свет с длиной волны 310 нм. Определить работу выхода электрона из лития, если задерживающая разность потенциалов равна 1,7 В.

Дано:

$$\lambda = 310 \cdot 10^{-9} \text{ м};$$

$$U = 1,7 \text{ В.}$$

А—?

Решение:

Уравнение Эйнштейна: $\frac{hc}{\lambda} = A_{\text{вых}} + \frac{mv^2}{2}$

Связь работы эл. поля и энергии электрона: $eU = \frac{mv^2}{2} (v_0 = 0)$

$$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

$$\frac{hc}{\lambda} = A + eU, A = \frac{hc}{\lambda} - eU.$$

Расчет:

$$A = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 750 \cdot 10^{-9}} - 1,7 = 2,3 \text{ эВ.}$$

Ответ: $A = 2,3 \text{ эВ.}$

Задача № 29.4.

При освещении цезия светом с длиной волны 400 нм определить максимальную скорость электронов, вылетающих из цезия. Работа выхода электрона из цезия равна 1,81 эВ.

Дано:

$$\lambda = 400 \cdot 10^{-9} \text{ м};$$

$$A = 1,81 \text{ эВ.}$$

v_m —?

Решение:

Уравнение Эйнштейна: $\frac{hc}{\lambda} = A_{\text{вых}} + \frac{mv_{\text{max}}^2}{2}$

$$\frac{hc}{\lambda} = A + \frac{mv_{\text{max}}^2}{2}; v = \sqrt{\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right) \frac{2}{m}}; v = \sqrt{\frac{2}{m} \left(\frac{hc}{\lambda} - A\right)}.$$

Расчет:

$$v_m = \sqrt{\frac{2}{9,1 \cdot 10^{-31}} \left(\frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^{-7}} - 1,81 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \right)} = 6,5 \cdot 10^5 \text{ м/с.}$$

Ответ: $v_m = 6,5 \cdot 10^5 \text{ м/с.}$

Повторить теоретический материал:

БЭУ: п. 29.6-29.8

[1]: п. 205-207

Задача № 29.5.

При рассеянии рентгеновских лучей с длиной волны 10 пм комптоновское смещение оказалось равным 2,43 пм. Определить угол, под которым произошло рассеяние и энергию рассеянного излучения.

Дано:

$$\Delta\lambda = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м};$$

$$\lambda = 10 \cdot 10^{-12} \text{ м}.$$

Решение:

$$\text{Формула Комптона: } \Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_c (1 - \cos \varphi)$$

$$\text{Энергия фотона: } \varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\lambda' - \lambda = \Delta\lambda = \lambda_c (1 - \cos \varphi); \cos \varphi = 1 - \frac{\Delta\lambda}{\lambda_c};$$

$$\varepsilon' = \frac{hc}{\lambda'} = \frac{hc}{\lambda + \Delta\lambda}.$$

$\varphi - ?; \varepsilon' - ?$

Расчет:

$$\cos \varphi = 1 - \frac{2,43 \cdot 10^{-12}}{2,43 \cdot 10^{-12}} = 0; \varphi = \frac{\pi}{2};$$

$$\varepsilon' = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 12,43 \cdot 10^{-12}} = 0,998 \text{ МэВ}.$$

Ответ: $\varphi = \frac{\pi}{2}; \varepsilon' = 0,998 \text{ МэВ}.$

Задача № 29.6.

Длина волны рентгеновского излучения, падающего на вещество со свободными электронами $\lambda = 3 \text{ пм}$. Какую энергию W_e приобретает комптоновский электрон отдачи при рассеянии фотона под углом $\Theta = 60^\circ$?

Дано:

$$\lambda = 3 \cdot 10^{-12} \text{ м};$$

$$\Theta = 60^\circ$$

Решение:

Закон сохранения энергии для системы «фотон-электрон»:

$$W_f = W_f' + W_e,$$

где W_f – энергия налетающего фотона, W_f' – энергия рассеянного фотона, W_e – энергия электрона после рассеяния на нем фотона.

Распишем энергию фотона через его длину волны

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda'} + W_e \Rightarrow W_e = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = hc \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda \lambda'}$$

Длину волны рассеянного фотона найдем из формулы Комптона:

$$\lambda' - \lambda = \lambda_c (1 - \cos \Theta) \Rightarrow \lambda' = \lambda + \lambda_c (1 - \cos \Theta)$$

$\varphi - ?; \varepsilon' - ?$

Расчет:

$$\lambda' = 3 \cdot 10^{-12} + 2,43 \cdot 10^{-12} \cdot (1 - 0,5) = 4,2 \cdot 10^{-12} \text{ м}$$

$$W_e = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot (4,2 - 3) \cdot 10^{-12}}{3 \cdot 10^{-12} \cdot 4,2 \cdot 10^{-12}} = 1,9 \cdot 10^{-14} \text{ Дж} = 1,2 \cdot 10^5 \text{ эВ}$$

Ответ: $W_e = 1,2 \cdot 10^5 \text{ эВ}$

Задачи для самостоятельного решения

1. Определить силу тока, протекающего по вольфрамовой проволоке диаметром 0,8 мм, температура которой в вакууме поддерживается постоянной и равной 2800 °С. Поверхность проволоки считать серой с поглощательной способностью 0,343. Удельное сопротивление проволоки при данной температуре $0,92 \cdot 10^{-4}$ Ом·см. Температура окружающей среды 17 °С.
 Ответ: $I = 48,8$ А.

2. Температура абсолютно черного тела изменилась при нагревании от 1327 до 1727 °С. На сколько изменилась при этом длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости? Как изменилась при этом спектральная плотность энергетической светимости?

Ответ: $\lambda = 360$ нм; увеличилась в 3,1 раза.

3. Фотоэффект у некоторого металла начинается при частоте падающего света $6 \cdot 10^{14}$ Гц. Определить работу выхода для данного металла и частоту света, при которой фотоэлектроны полностью задерживаются разностью потенциалов 3 В.

Ответ: $A_{\text{вых}} = 4 \cdot 10^{-19}$ Дж; $\nu = 1,32 \cdot 10^{15}$ Гц.

4. Красная граница для цезия $6,6 \cdot 10^{-7}$ м. Определить работу выхода электронов из цезия и энергию электронов, вырываемых из цезия излучением с длиной волны 220 нм.

Ответ: $A_{\text{вых}} = 3 \cdot 10^{-19}$ Дж; $W_{\text{max}} = 6 \cdot 10^{-19}$ Дж.

5. Фотон с энергией 1 МэВ рассеялся на покоившемся свободном электроне. Найти кинетическую энергию электрона отдачи, если в результате рассеяния длина волны фотона изменилась на 25%.

Ответ: $W = 0,2$ МэВ.

6. Фотон с энергией 0,4 МэВ рассеялся на покоившемся свободном электроне, в результате чего его длина волны оказалась равной 6,21 пм. Определите угол рассеяния фотона.

Ответ: $\theta = 60^\circ$.

Методические рекомендации по решению задач при подготовке к экзамену

Тема № 30 «Элементы квантовой механики»

Повторить теоретический материал:

БЭУ: п. 30.1-30.3

[1]: п. 213-215

Задача № 30.1.

Найти длину волны де Бройля для электронов, прошедших разность потенциалов 100 В.

Дано:

$$U = 100 \text{ В.}$$

Решение:

Длина волны де Бройля $\lambda = \frac{h}{p}$

Связь работы эл. поля и энергии частицы $A = \Delta W_K$

$$\lambda = \frac{h}{p}; \quad eU = \frac{p^2}{2m}; \quad \lambda = \frac{h}{\sqrt{2emU}}.$$

$\lambda - ?$

Расчет:

$$\lambda = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^2}} = 123 \text{ пм.}$$

Ответ: $\lambda = 123 \text{ пм.}$

Задача № 30.2.

Какую энергию надо сообщить дополнительно электрону, чтобы его дебройлевская длина волны уменьшилась от 100 пм до 50 пм?

Дано:

$$\lambda_1 = 100 \cdot 10^{-12} \text{ м;}$$

$$\lambda_2 = 50 \cdot 10^{-12} \text{ м.}$$

Решение:

Длина волны де Бройля $\lambda = \frac{h}{p}$

$$\Delta W = W_2 - W_1 = \frac{p_2^2}{2m} - \frac{p_1^2}{2m}; \quad p = \frac{h}{\lambda};$$

$$\Delta W = \frac{h^2}{2m} \cdot \left(\frac{1}{\lambda_2^2} - \frac{1}{\lambda_1^2} \right).$$

$\Delta W - ?$

Расчет:

$$\Delta W = \frac{(6,62 \cdot 10^{-34})^2}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \left[\left(\frac{1}{0,5 \cdot 10^{-10}} \right)^2 - \left(\frac{1}{10^{-10}} \right)^2 \right] = 0,45 \text{ кэВ.}$$

Ответ: $\Delta W = 0,45 \text{ кэВ.}$

Задача № 30.3.

Длина волны де Бройля для протона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов, равна 0,7 пм. Найти эту ускоряющую разность потенциалов.

Дано:

$$m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг.};$$

$$\lambda = 0,7 \cdot 10^{-12} \text{ м.}$$

Решение:

Длина волны де Бройля $\lambda = \frac{h}{p}$

Связь работы электрического поля и энергии частицы $A = \Delta W_K$

$$eU = \frac{p^2}{2m}; \quad p = \frac{h}{\lambda}; \quad U = \frac{h^2}{2em\lambda^2}.$$

U—?

Расчет:

$$U = \frac{(6,62)^2 10^{-68}}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 0,7^2 \cdot 10^{-24}} = 1,67 \text{ кВ.}$$

Ответ: $U = 1,67 \text{ кВ.}$

Задача № 30.4.

Неопределенность координаты движущейся микрочастицы равна 50 длин волн де Бройля. Определить относительную неопределенность импульса этой микрочастицы.

Дано:

$$\Delta x = 50 \lambda.$$

Решение:

Длина волны де Бройля $\lambda = \frac{h}{p}$

Соотношение неопределенности Гейзенберга для координаты и проекции импульса частицы: $\Delta x \Delta p_x \geq h$

$$\Delta x \Delta p_x = h; \quad p = \frac{h}{\lambda}; \quad \frac{\Delta p_x}{p_x} = \frac{h\lambda}{\Delta x h} = \frac{\lambda}{\Delta x}.$$

$\frac{\Delta p_x}{p_x}$ —?

Расчет:

$$\frac{\Delta p_x}{p_x} = \frac{\lambda}{50\lambda} = 0,02.$$

Ответ: $\frac{\Delta p_x}{p_x} = 0,02.$

Повторить теоретический материал:
БЭУ: п. 30.4-30.6
[1]: п. 216-220

Задача № 30.5.

Микрочастица находится в бесконечно глубокой потенциальной яме. Найти отношение разности соседних энергетических уровней к энергии микрочастицы в случаях: 1) $n = 10$; 2) $n = 15$. Пояснить полученные результаты.

Дано:

$n = 10$;

$n = 15$.

Решение:

Энергия частицы, находящейся в потенциальной яме с бесконечной высокими стенками на уровне n : $W_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m\alpha^2} n^2$

$$W_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m\alpha^2} n^2; \Delta W_{n+1,n} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m\alpha^2} [(n+1)^2 - n^2];$$

$$\frac{\Delta W_{n+1,n}}{W_n} = \frac{2n+1}{n^2}.$$

$$\frac{\Delta W_{n+1,n}}{W_n} - ?$$

Расчет:

$$\frac{W_{11,10}}{W_{10}} = \frac{21}{100} = 0,21; \frac{W_{16,15}}{W_{15}} = \frac{31}{225} = 0,14.$$

Ответ: $\frac{\Delta W_{n+1,n}}{W_n} = 0,21; 0,14$.

Задачи для самостоятельного решения

1. Электрон, начальной скоростью которого можно пренебречь, прошел ускоряющую разность потенциалов U . Определить длину волны де Бройля для двух случаев: $U_1 = 51$ В; $U_2 = 510$ кВ.

Ответ: $\lambda_1 = 1,7 \cdot 10^{-10}$ м; $\lambda_2 = 1,4 \cdot 10^{-12}$ м.

2. Кинетическая энергия электрона в атоме водорода составляет 20 эВ. Используя соотношение неопределенностей, оценить минимальные линейные размеры атома d_{\min} .

Ответ: $d_{\min} = 8,7 \cdot 10^{-11}$ м.

3. Электрон находится в металлической пылинке диаметром 1 мкм. Относительная неопределенность скорости электрона равна 0,0062%. Определить кинетическую энергию электрона.

Ответ: $W = 10$ эВ.

4. Среднее время жизни атома в возбужденном состоянии составляет 10^{-8} с. При переходе атома в нормальное состояние испускается фотон, средняя длина волны которого равна 600 нм. Оценить ширину излучаемой спектральной линии, если не происходит ее уширение за счет других процессов.

Ответ: $\Delta \lambda = 7,22 \cdot 10^6$ м.

5. Электрон находится в одномерной бесконечно глубокой потенциальной яме шириной l нм. Вычислить (в электрон-вольтах) наименьшую разность энергий двух соседних уровней электрона.

Ответ: $\Delta W = 1,1$ эВ.

Методические рекомендации по решению задач при подготовке к экзамену

Тема № 31 «Физика и свойства атомов и молекул»

Повторить теоретический материал:

БЭУ: п. 31.1-31.4

[1]: п. 208-212

Задача № 31.1.

Вычислить частоту вращения электрона в атоме водорода на второй боровской орбите.

| | |
|--|--|
| <p><u>Дано:</u> $n = 2$. $r_1 = 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ м}$</p> | <p><u>Решение:</u> Циклическая частота $\omega = \frac{v}{r}$ Первый постулат Бора: $mv_n r_n = n\hbar$ Радиус n-й боровской орбиты: $r_n = r_1 \cdot n^2$ $\omega_n = \frac{v_n}{r_n}; v_n = \frac{n\hbar}{mr_n} \Rightarrow \omega_n = \frac{n\hbar}{mr_n^2} = \frac{n\hbar}{mr_1^2 \cdot n^4} = \frac{\hbar}{mr_1^2 \cdot n^3}.$</p> |
| <p>$\omega_2 = ?$</p> | <p><u>Расчет:</u> $\omega_n = \frac{1,05 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 0,53^2 \cdot 10^{-20} \cdot 2^3} = 5,13 \cdot 10^{15} \frac{\text{рад.}}{\text{с.}}$ <p>Ответ: $\omega_2 = 5,14 \cdot 10^{15} \frac{\text{рад.}}{\text{с.}}$</p></p> |

Задача № 31.2.

Определить третий потенциал возбуждения и потенциал ионизации атома водорода.

| | |
|--|---|
| <p><u>Дано:</u> $n = 1$.</p> | <p><u>Решение:</u> Работа по переводу электрона с уровня n на уровень k: $e\varphi = W_k - W_n$ Ионизация – перевод электрона на уровень с $n \rightarrow \infty$ Энергия электрона на уровне n: $W_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{ эВ}$ $e\varphi = W_k - W_n; \varphi = \frac{W_k - W_n}{e}.$</p> |
| <p>$\varphi_3 = ?; \varphi_i = ?$</p> | <p><u>Расчет:</u> $\varphi_3 = \frac{W_4 - W_1}{e} = \frac{[-0,85 - (-13,53)] \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 12,68 \text{ В};$ $\varphi_i = \frac{W_\infty - W_1}{e} = \frac{0 - (-13,53) \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 13,53 \text{ В}.$ <p>Ответ: $\varphi_3 = 12,68 \text{ В}; \varphi_i = 13,53 \text{ В}.$</p></p> |

Задача № 31.3.

Какие спектральные линии появятся при возбуждении атома водорода электронами с энергией 12,1 эВ?

Дано:

$$W = 12,1 \text{ эВ}.$$

Решение:

Энергия электрона на уровне n : $W_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{ эВ}$

Формула Ридберга: $\frac{c}{\lambda} = R \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$

$$\frac{c}{\lambda} = R \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right); \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{R}{c} \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right); \quad \lambda = \frac{c}{R \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)}.$$

λ_1 -?; λ_2 -?; λ_3 -?

Расчет:

$$W_n = W_1 + W = -13,6 + 12,1 = -1,5 \text{ эВ};$$

$$W_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{ эВ} \Rightarrow n = \sqrt{\frac{-13,6}{-1,5}} = 3$$

Электрон перейдет на третий уровень. Обратный переход возможен двумя путями: с уровня 3 на уровень 1 и с уровня 3 на уровень 2 и затем с уровня 2 на уровень 1. Следовательно, надо рассчитать длины волн трех линий:

$$\lambda_1 = \frac{3 \cdot 10^8}{3,29 \cdot 10^{15} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right)} = 121,5 \text{ нм};$$

$$\lambda_2 = \frac{3 \cdot 10^8}{3,29 \cdot 10^{15} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} \right)} = 102,4 \text{ нм};$$

$$\lambda_3 = \frac{3 \cdot 10^8}{3,29 \cdot 10^{15} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right)} = 656,5 \text{ нм}.$$

Ответ: $\lambda_1 = 121,5 \text{ нм}$; $\lambda_2 = 102,4 \text{ нм}$; $\lambda_3 = 656,5 \text{ нм}$.

Повторить теоретический материал:
БЭУ: п. 31.10
[1]: п. 229

Задача № 31.4.

Рентгеновская трубка работает под напряжением 50 кВ. Определить коротковолновую границу сплошного рентгеновского спектра.

Дано:

$$U = 50 \cdot 10^3 \text{ В.}$$

Решение:

Связь работы электрического поля и энергии частицы $A = \Delta W_K$
При торможении в антикатоде вся энергия электрона передается атому антикатада: $W_K = W_f$

Максимальная энергия излучаемого фотона: $W_f = \frac{hc}{\lambda_0}$

$$\frac{hc}{\lambda_0} = eU; \lambda_0 = \frac{hc}{e} \frac{1}{U}.$$

λ_0 -?

Расчет:

$$\lambda_0 = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 50 \cdot 10^3} = 24,8 \text{ пм.}$$

Ответ: $\lambda_0 = 24,8 \text{ пм.}$

Задача № 31.5.

Определить энергию фотона, соответствующего линии K_α в характеристическом спектре платины ($z = 78$).

Дано:

$$z = 78$$

Решение:

$$\text{Закон Мозли: } \frac{1}{\lambda} = R_\lambda (z - \sigma)^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

Здесь λ – длина волны излучаемого фотона; R_λ – постоянная

Ридберга для длины волны $R_\lambda = 1,1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$;

z – порядковый номер атома в таблице Менделеева;

σ – постоянная экранирования;

m – номер уровня, с которого осуществляется переход;

n – номер уровня, на который осуществляется переход.

Для линии K_α : $\sigma = 1, m = 2; n = 1$.

$$\text{Энергия фотона } E = \frac{hc}{\lambda}$$

E -?

Расчет:

$$\frac{1}{\lambda} = 1,1 \cdot 10^7 \cdot (78 - 1)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = 4,9 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$$

$$E = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 4,9 \cdot 10^{10} = 9,75 \cdot 10^{-15} \text{ Дж} = 6,1 \cdot 10^4 \text{ эВ}$$

Ответ: $\lambda_0 = 24,8 \text{ пм.}$

Задачи для самостоятельного решения

1. Вычислить энергию фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на первый.

Ответ: $W=12,1$ эВ.

2. Атомарный водород, возбужденный светом определенной длины волны, при переходе в основное состояние испускает только три спектральные линии. Определить длины волн этих линий и указать, каким сериям они принадлежат.

Ответ: $\lambda_1 = 121,6$ нм; $\lambda_2 = 102,6$ нм; $\lambda_3 = 656,3$ нм.

3. Определить энергию фотона, соответствующего линии K_{α} в характеристическом спектре марганца ($Z = 25$).

Ответ: $W = 9,4 \cdot 10^{-16}$ Дж.

4. Определить коротковолновую границу сплошного спектра рентгеновского излучения, если рентгеновская трубка работает под напряжением 30 В?

Ответ: $\lambda = 41$ пм.

Методические рекомендации по решению задач при подготовке к экзамену

Тема № 32 «Элементы квантовой статистики»

Повторить теоретический материал:

БЭУ: п. 32.1-32.2

[1]: п. 234-235

Задача № 32.1.

Определить вероятность того, что электрон в металле при температуре 390 К займет энергетическое состояние, находящееся на 0,05 эВ выше и на 0,05 эВ ниже уровня Ферми.

Дано:

$$W - W_F = 0,05 \text{ эВ};$$

$$W - W_F = -0,05 \text{ эВ};$$

$$T = 390 \text{ К}.$$

Решение:

Вероятность нахождения фермиона в состоянии с энергией W :

$$f(W) = \frac{1}{e^{\frac{W - W_F}{kT}} + 1}.$$

$$f_1(W) - ? \quad f_2(W) - ?$$

Расчет:

$$f_1(W) = \frac{1}{e^{\frac{0,05 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 390}} + 1} = 0,18;$$

$$f_2(W) = \frac{1}{e^{\frac{-0,05 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 390}} + 1} = 0,82.$$

Ответ: $f_1(W) = 0,18$; $f_2(W) = 0,82$.

Задача № 32.2.

Определить отношение концентраций свободных электронов при температуре 0 К в литии и цезии, если энергия Ферми для лития равна 3,72 эВ, а для цезия – 1,53 эВ.

Дано:

$$m_{Li}^* = 1,2 m_e;$$

$$m_{Cs}^* = 1,0 m_e;$$

$$W_{FLi} = 3,7 \text{ эВ};$$

$$W_{FCs} = 1,53 \text{ эВ}.$$

Решение:

Энергия Ферми $W_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3}$

$$n = \frac{8\pi(2m^*)^{3/2}W_F^{3/2}}{3h^3}; \quad \frac{n_{Li}}{n_{Cs}} = \left(\frac{m_{Li}^* W_{FLi}}{m_{Cs}^* W_{FCs}} \right)^{3/2}.$$

$$\frac{n_{Li}}{n_{Cs}} - ?$$

Расчет:

$$\frac{n_{Li}}{n_{Cs}} = \left(\frac{1,2 m_e \cdot 3,7 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,0 m_e \cdot 1,53 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \right)^{3/2} = 4,94.$$

Ответ: $\frac{n_{Li}}{n_{Cs}} = 4,94$.

Задачи для самостоятельного решения

1. Определить вероятность того, что электрон в металле займет энергетическое состояние, находящееся в интервале 0,05 эВ ниже и выше уровня Ферми, для двух температур: 1) $T_1 = 290 \text{ K}$; 2) $T_2 = 58 \text{ K}$.

Ответ: 1) 0,893 и 0,119; 2) 0,999955 и $4,5 \cdot 10^{-5}$.

2. Энергия Ферми при абсолютном нуле для натрия равна 3,15 эВ. Определить число свободных электронов, приходящихся на один атом натрия.

Ответ: $N = 1$.

Методические рекомендации по решению задач при подготовке к экзамену

Тема № 33 «Основы зонной теории твердого тела»

Повторить теоретический материал:

БЭУ: п. 33.6-33.7

[1]: п. 242-243

Задача № 33.1.

В германий одновременно введены сурьма с концентрацией $8,7 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}$ и галлий с концентрацией $4,7 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}$ при температуре 300 К. Определить электропроводность такого образца. Подвижность электронов $0,36 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$.

Дано:

$$n = 8,7 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3};$$

$$p = 4,7 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3};$$

$$T = 300 \text{ К};$$

$$\mu_n = 0,45 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с}).$$

$\delta - ?$

Решение:

Удельная проводимость собственных полупроводников:

$$\delta = e \cdot (n \cdot \mu_n + p \cdot \mu_p)$$

$$\delta = (n - p)e\mu_n.$$

Расчет:

$$\delta = (8,7 - 4,7)10^{20} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,45 = 28,8 \text{ Ом}^{-1} \text{ м}^{-1}.$$

Ответ: $\delta = 28,8 \text{ Ом}^{-1} \text{ м}^{-1}$.

Задача № 33.2.

Электропроводность кремния p – типа равна $112 \text{ Ом}^{-1} \text{ м}^{-1}$. Подвижность дырок (основных носителей): $0,04 \text{ м}^2 \text{ В}^{-1} \text{ с}^{-1}$. Определить концентрацию основных носителей.

Дано:

$$\delta = 112 \text{ Ом}^{-1} \text{ м}^{-1};$$

$$\mu_p = 0,04 \text{ м}^2 \text{ В}^{-1} \text{ с}^{-1}.$$

$p - ?$

Решение:

Удельная проводимость собственных полупроводников:

$$\delta = e \cdot (n \cdot \mu_n + p \cdot \mu_p)$$

$$\delta = p e \mu_p + n e \mu_n; \mu_p p \gg n; \delta = p e \mu_p; p = \frac{\delta}{e \mu_p}.$$

Расчет:

$$p = \frac{112}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,04} = 1,7 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}.$$

Ответ: $p = 1,7 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}$.

Задача № 33.3.

Кремниевый образец нагревают от 0 до 10°C. Во сколько раз возрастает его электропроводность? Ширина запрещенной зоны: $\Delta W = 1,1$ эВ.

Дано:

$$T_1 = 273 \text{ K};$$

$$T_2 = 283 \text{ K}$$

$$\Delta W = 1,1 \text{ эВ}$$

Решение:

Температурная зависимость удельной проводимости полупроводника:

$$\delta = \delta_0 e^{-\frac{\Delta W}{2kT}}$$

$$\frac{\delta_2}{\delta_1} = \frac{\delta_0 e^{-\frac{\Delta W}{2kT_2}}}{\delta_0 e^{-\frac{\Delta W}{2kT_1}}} = e^{\frac{\Delta W}{2kT_1} - \frac{\Delta W}{2kT_2}} = e^{\frac{\Delta W}{2k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)} = e^{\frac{\Delta W(T_2 - T_1)}{2kT_1 T_2}}$$

$$\frac{\delta_2}{\delta_1} = ?$$

Расчет:

$$\frac{\delta_2}{\delta_1} = \exp \left(\frac{1,1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10}{2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 273 \cdot 283} \right) = e^{0,825} = 2,3$$

Ответ: в 2,3 раза

Задачи для самостоятельного решения

1. Вычислить удельное сопротивление собственного германия при температуре 300 K, если известно, что концентрация электронов при этой температуре $2,2 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$. Подвижность электронов $3,8 \cdot 10^3 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$, дырок $1,8 \cdot 10^3 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$.

Ответ: $\rho = 0,51 \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

2. Определить минимальную энергию образования пары электрон-дырка в беспримесном полупроводнике, проводимость которого возрастает в 5 раз при увеличении температуры от 300 K до 400 K.

Ответ: $W = 0,33 \text{ эВ}$.

3. Определить во сколько раз изменится удельная проводимость собственного полупроводника с шириной запрещенной зоны 0,3 эВ при увеличении температуры от 27 до 37 °C.

Ответ: в 1,27 раза.

Методические рекомендации по решению задач при подготовке к экзамену

Тема № 35 «Атомное ядро. Радиоактивность»

Повторить теоретический материал:

БЭУ: п. 35.1-35.5

[1]: п. 251-252, 255-258

Задача № 35.1.

Определить постоянную распада радиоактивного изотопа кобальта, если известно, что число ядер этого изотопа уменьшится за час на 3,8%. Продукт распада нерадиоактивен.

Дано:

$$t = 1 \text{ ч};$$

$$N = 0,962N_0$$

λ—?

Решение:

Закон радиоактивного распада $N = N_0 e^{-\lambda t}$

N_0 – число частиц в момент времени $t = 0$

N – число нераспавшихся ядер в момент времени t

$$N = N_0 e^{-\lambda t}; \lambda = \frac{\ln \frac{N_0}{N}}{t}.$$

Расчет:

$$\lambda = \frac{\ln \frac{N_0}{0,962N_0}}{3600} = 1,08 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}.$$

Ответ: $\lambda = 1,08 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$.

Задача № 35.2.

Какой изотоп образуется из радиоактивного тория ${}_{90}^{232}\text{Th}$ в результате четырех α- и двух β-распадов?

Дано:

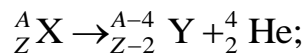


${}_Z^AY$ —?

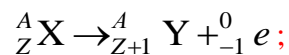
Решение:

Правила смещения:

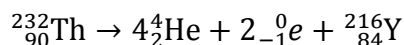
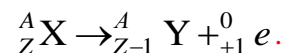
1) для α – распада



2) для β[−] – распада



3) для β⁺ – распада



Ответ: ${}_Z^AY = {}_{84}^{216}\text{Po}.$

Задача № 35.3.

За время 1 сутки активность изотопа уменьшилась от $a_1=118$ ГБк до $a_2=7,4$ ГБк. Определить период полураспада этого нуклида.

Дано:

$t = 1$ сутки
 $a_1 = 118$ ГБк
 $a_2 = 7,4$ ГБк

Решение:

Активность – число распадов в единицу времени:

$$a = \frac{dN}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = a_0 e^{-\lambda t}$$

$$a = \lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t}; \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{\lambda N_0 e^{-\lambda t}}{\lambda N_0 e^{-\lambda(t+\Delta t)}} = e^{\lambda \Delta t};$$

$$\ln \frac{a_1}{a_2} = \lambda \Delta t; \quad \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}; \quad \Rightarrow \ln \frac{a_1}{a_2} = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \Delta t$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\ln \frac{a_1}{a_2}} \Delta t$$

$T_{1/2} = ?$

Расчет:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2 \cdot 1}{\ln \frac{118}{7,4}} = 0,25 \text{ суток} = 6 \text{ ч.}$$

Ответ: $T_{1/2} = 6 \text{ ч.}$

Задачи для самостоятельного решения

1. Постоянная распада рубидия ^{89}Rb равна $0,00077 \text{ с}^{-1}$. Определить его период полураспада.

Ответ: $T_{1/2} = 12$ мин.

2. В ампулу помещен радон, активность которого $14,8 \cdot 10^9$ Бк. Через какое время после наполнения ампулы активность радона будет $2,22 \cdot 10^9$ Бк?

Ответ: $t = 10,4$ суток.

3. За время, равное 33,2 суток, распалось 80% начального количества ядер радиоактивного изотопа. Определить его период полураспада.

Ответ: $T_{1/2} = 14,3$ суток.

4. Определить массу полония ^{210}Po , активность которого $3,7 \cdot 10^{10}$ Бк.

Ответ:

$m = 0,22$ мг.

5. Вследствие радиоактивного распада изотоп урана $^{238}_{92}\text{U}$, превращается в свинец $^{206}_{82}\text{Pb}$. Сколько α - и β -распадов он при этом испытывает?

Ответ: 8 α -распадов и 6 β -распадов.

Методические рекомендации по решению задач при подготовке к экзамену

Тема № 36 «Ядерные реакции»

Повторить теоретический материал:

БЭУ: п. 36.1-36.2

[1]: п. 262, 265

Задача № 36.1.

При делении одного ядра урана $^{235}_{92}\text{U}$ выделяется энергия 200 МэВ. Определить, мощность атомной электростанции, расходующей 100 г урана в сутки, если КПД станции 16%.

Дано:

$$\begin{aligned}\eta &= 0,16; \\ W_1 &= 200 \text{ МэВ}; \\ \frac{m}{t} &= 100 \frac{\text{г}}{\text{сутки}}; \\ A &= 235 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}.\end{aligned}$$

Р – ?

Решение:

$$\text{КПД } \eta = \frac{W_{\text{полез}}}{W_{\text{затр}}}$$

$W_{\text{полез}}$ – энергия, вырабатываемая станцией, $W_{\text{полез}} = P \cdot t$

$W_{\text{затр}}$ – выделяемая во время реакции энергия, $W_{\text{затр}} = W_1 \cdot N$

$N = \frac{m}{A} N_A$ – число частиц в веществе массой m

$$P = \eta W_1 \frac{m}{At} N_A.$$

Расчет:

$$P = 0,16 \frac{200 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} \cdot 0,1 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{235 \cdot 10^{-3} \cdot 8,64 \cdot 10^4} = 15 \text{ МВт}.$$

Ответ: $P = 15 \text{ МВт}$.

Задача № 36.2.

Определить энергию реакции $^9_4\text{Be} + ^1_1\text{p} \rightarrow ^4_2\text{He} + ^6_3\text{He}$.

Дано:

$$\begin{aligned}m_{\text{Be}} &= 9,01219 \text{ а. е. м}; \\ m_{\text{p}} &= 1,00783 \text{ а. е. м}; \\ m_{\text{ne}} &= 4,00260 \text{ а. е. м}; \\ m_{\text{Li}} &= 6,01513 \text{ а. е. м}.\end{aligned}$$

Q – ?

Решение:

Энергетический выход реакции

$$Q = [(m_x + m_a) - (m_y + m_b)]c^2$$

Здесь Q в МэВ, массы в а.е.м., $c^2 = 931,5 \frac{\text{МэВ}}{\text{а.е.м.}}$

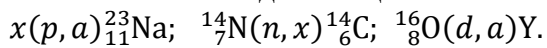
Расчет:

$$\begin{aligned}Q &= [(9,01219 + 1,00783) - (6,01513 + 4,00260)]931,5 \\ &= 2,13 \text{ МэВ};\end{aligned}$$

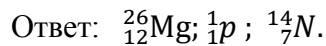
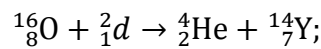
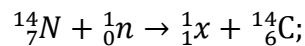
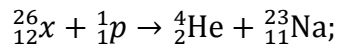
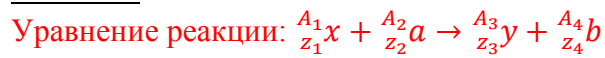
Ответ: $Q = 2,13 \text{ МэВ}$.

Задача № 36.3.

Написать недостающие обозначения в следующих ядерных реакциях:



Решение:

**Задачи для самостоятельного решения**

1. В результате захвата α -частицы ядром изотопа ${}_{7}^{14}\text{N}$ образуется дочернее ядро и протон. Записать реакцию и определить образовавшийся элемент.

2. Ядро лития ${}_3^7\text{Li}$, захватывая протон, распадается на две α -частицы. Записать ядерную реакцию и определить энергетический выход реакции.

Ответ:

$$Q8,14\text{МэВ}.$$

3. При расщеплении ядра урана выделяется энергия 200 МэВ. Какую энергию можно получить при расщеплении 1 г урана ${}_{92}^{235}\text{U}$?

Ответ:

$$W = 5,13 \cdot 10^{23} \text{ МэВ}.$$