

Рассчётная работа

Дождиков Александр, гр. 421702

Декабрь 2024

1 Введение

В моём варианте расчётной работы нужно было найти Минимальное и среднее расстояние между периферийными вершинами неориентированного графа.

Для того, чтобы реализовать данную задачу я использовал матрицу смежности и алгоритм Флойда-Уоршелла.

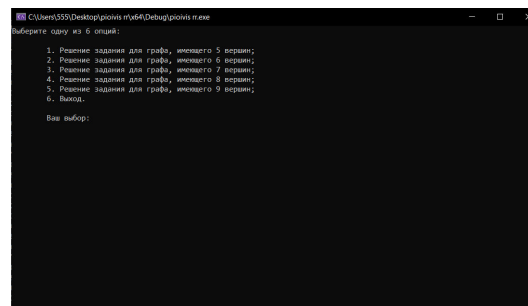
2 Определения

- Граф — математическая абстракция реальной системы любой природы, объекты которой обладают парными связями. Граф как математический объект есть совокупность двух множеств — множества самих объектов, называемого множеством вершин, и множества их парных связей, называемого множеством рёбер.
- Ориентированный граф - граф, рёбрам которого присвоено направление. Направленные рёбра именуются также дугами, а в некоторых источниках и просто рёбрами.
- Неориентированный граф - граф, в котором рёбра не указывают направление. Это значит, что из любой вершины можно попасть в любую точку графа.
- Связный граф — граф, в котором существует путь между любой парой вершин. Из каждой вершины по рёбрам можно добраться до любой другой вершины. В связном графе нет изолированных вершин или групп, которые не связаны с остальными частями графа.
- Взвешенный граф — граф, в котором каждому ребру присвоено числовое значение — вес. Это может быть расстояние, время, стоимость, мощность или другая характеристика, связанная с соединением вершин.

3 Алгоритм

Мой код реализует данный алгоритм:

- В консоль выводится 6 вариантов опций. Пользователь может выбрать одно из пяти решений, либо завершить выполнение программы, выбрав 6 опцию:



```
MS-DOS [C:\Users\3333\Desktop\project\graph\Debug\project.exe]
Выберите одну из 6 опций:

1. Решение задачи для графа, имеющего 5 вершин;
2. Решение задачи для графа, имеющего 6 вершин;
3. Решение задачи для графа, имеющего 7 вершин;
4. Решение задачи для графа, имеющего 8 вершин;
5. Решение задачи для графа, имеющего 9 вершин;
6. Выход.

Ваш выбор:
```

- Далее, при выборе одного из решений, через отдельную функцию абсолютно случайно формируется матрица смежности для выбранного графа:

```
vector<vector<int>> matrix(int n, vector<vector<int>>& arr)
{
    int t;
    arr.resize(n, vector<int>(n));

    for (int i = 0; i < arr.size(); i++) {
        for (int j = 0; j < arr.size(); j++) {
            t = rand() % 2;
            arr[i][j] = t;
        }
        cout << endl;
    }

    sort(arr);
    return arr;
}
```

Матрица смежности размером 9x9 (для графа, имеющего 9 вершин):

```
0 1 1 0 1 0 1 0 1
1 0 1 0 1 1 1 1 1
1 1 0 1 1 1 0 1 1
0 0 1 0 1 1 0 1 0
1 1 1 1 0 1 1 0 1
0 1 1 1 1 0 0 1 0
1 1 0 0 1 0 0 1 1
0 1 1 1 0 1 1 0 1
1 1 1 0 1 0 1 1 0
```

- Далее, посредством алгоритма Флойда-Уоршелла, формируется матрица кратчайших путей, для нахождения минимального и среднего расстояния:

```
vector<vector<int>> path(vector<vector<int>>& arr)
{
    sort_after1(arr);

    for (int k = 0; k < arr.size(); k++) {
        for (int i = 0; i < arr.size(); i++) {
            for (int j = 0; j < arr.size(); j++) {
                if (arr[i][j] > arr[i][k] + arr[k][j]) {
                    arr[i][j] = arr[i][k] + arr[k][j];
                }
            }
        }
    }

    sort_after2(arr);
    return arr;
}
```

Матрица кратчайших путей после применения алгоритма Флойда-Уоршелла для данного графа:

```
0 1 1 2 1 2 1 2 1
1 0 1 2 1 1 1 1 1
1 1 0 1 1 1 2 1 1
2 2 1 0 1 1 2 1 2
1 1 1 1 0 1 1 2 1
2 1 1 1 1 0 2 1 2
1 1 2 2 1 2 0 1 1
2 1 1 1 2 1 1 0 1
1 1 1 2 1 2 1 1 0
```

- Далее, используя несколько сортировок, я находил минимальное и среднее расстояние между периферийными вершинами графа:

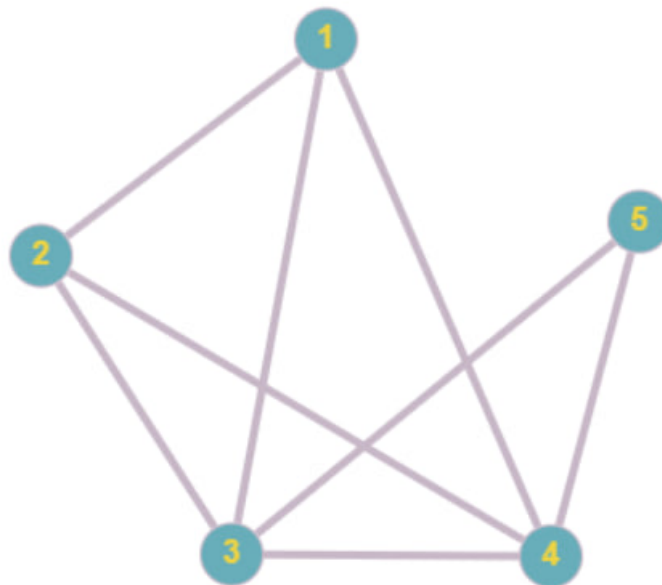
```
Минимальное расстояние между периферийными вершинами данного графа = 1;
Среднее расстояние между периферийными вершинами данного графа = 1.47222;
```

4 Пример работы программы

1.(Основной пример) Пользователь выбирает первую опцию, которая даёт решение задания для графа, имеющего 5 вершин:

```
Выберите одну из 6 опций:  
  
1. Решение задания для графа, имеющего 5 вершин;  
2. Решение задания для графа, имеющего 6 вершин;  
3. Решение задания для графа, имеющего 7 вершин;  
4. Решение задания для графа, имеющего 8 вершин;  
5. Решение задания для графа, имеющего 9 вершин;  
6. Выход.  
  
Ваш выбор: 1
```

Данный граф выглядит таким образом:



После выбора первой опции, пользователь получает решение задания для данного графа:

```
Матрица смежности размером 5x5 (для графа, имеющего 5 вершин):  
0 1 1 1 0  
1 0 1 1 0  
1 1 0 1 1  
1 1 1 0 1  
0 0 1 1 0  
  
Матрица кратчайших путей после применения алгоритма Флойда-Уоршелла для данного графа:  
0 1 1 1 2  
1 0 1 1 2  
1 1 0 1 1  
1 1 1 0 1  
2 2 1 1 0  
  
Минимальное расстояние между периферийными вершинами данного графа = 1;  
Среднее расстояние между периферийными вершинами данного графа = 1.66667;
```

2. Пример для графа, имеющего 6 вершин:

```
Матрица смежности размером 6x6 (для графа, имеющего 6 вершин):  
0 1 1 0 0 1  
1 0 1 1 1 0  
1 1 0 0 0 0  
0 1 0 0 0 1  
0 1 0 0 0 1  
1 0 0 1 1 0  
  
Матрица кратчайших путей после применения алгоритма Флойда-Уоршелла для данного графа:  
0 1 1 2 2 1  
1 0 1 1 1 2  
1 1 0 2 2 2  
2 1 2 0 2 1  
2 1 2 2 0 1  
1 2 2 1 1 0  
  
Минимальное расстояние между периферийными вершинами данного графа = 1;  
Среднее расстояние между периферийными вершинами данного графа = 1.46667;
```

3. Пример для графа, имеющего 7 вершин:

```
Матрица смежности размером 7x7 (для графа, имеющего 7 вершин):  
0 1 0 1 0 0 1  
1 0 1 0 0 1 1  
0 1 0 1 1 0 0  
1 0 1 0 0 1 1  
0 0 1 0 0 0 1  
0 1 0 1 0 0 0  
1 1 0 1 1 0 0  
  
Матрица кратчайших путей после применения алгоритма Флойда-Уоршелла для данного графа:  
0 1 2 1 2 2 1  
1 0 1 2 2 1 1  
2 1 0 1 1 2 2  
1 2 1 0 2 1 1  
2 2 1 2 0 3 1  
2 1 2 1 3 0 2  
1 1 2 1 1 2 0  
  
Минимальное расстояние между периферийными вершинами данного графа = 3;  
Среднее расстояние между периферийными вершинами данного графа = 3;
```

4. Пример для графа, имеющего 8 вершин:

```
Матрица смежности размером 8x8 (для графа, имеющего 8 вершин):  
  
0 1 0 0 1 1 0 0  
1 0 1 1 1 0 0 1  
0 1 0 1 1 0 0 1  
0 1 1 0 0 0 0 0  
1 1 1 0 0 1 1 1  
1 0 0 0 1 0 1 0  
0 0 0 0 1 1 0 0  
0 1 1 0 1 0 0 0  
  
Матрица кратчайших путей после применения алгоритма Флойда-Уоршелла для данного графа:  
  
0 1 2 2 1 1 2 2  
1 0 1 1 1 2 2 1  
2 1 0 1 1 2 2 1  
2 1 1 0 2 3 3 2  
1 1 1 2 0 1 1 1  
1 2 2 3 1 0 1 2  
2 2 2 3 1 1 0 2  
2 1 1 2 1 2 2 0  
  
Минимальное расстояние между периферийными вершинами данного графа = 1;  
Среднее расстояние между периферийными вершинами данного графа = 2.33333;
```

5. Пример для графа, имеющего 9 вершин:

```
Матрица смежности размером 9x9 (для графа, имеющего 9 вершин):  
  
0 1 0 1 1 1 0 1 1  
1 0 1 1 1 1 0 0 1  
0 1 0 1 1 1 0 1 1  
1 1 1 0 0 0 1 0 0  
1 1 1 0 0 0 0 0 1  
1 1 1 0 0 0 1 1 1  
0 0 0 1 0 1 0 1 1  
1 0 1 0 0 1 1 0 0  
1 1 1 0 1 1 1 0 0  
  
Матрица кратчайших путей после применения алгоритма Флойда-Уоршелла для данного графа:  
  
0 1 2 1 1 1 2 1 1  
1 0 1 1 1 1 2 2 1  
2 1 0 1 1 1 2 1 1  
1 1 1 0 2 2 1 2 2  
1 1 1 2 0 2 2 2 1  
1 1 1 2 2 0 1 1 1  
2 2 2 1 2 1 0 1 1  
1 2 1 2 2 1 1 0 2  
1 1 1 2 1 1 1 2 0  
  
Минимальное расстояние между периферийными вершинами данного графа = 1;  
Среднее расстояние между периферийными вершинами данного графа = 1.36111;
```

5 Вывод

Во время выполнения расчетной работы я ознакомился с понятием графов. Изучил, какие виды графов бывают (ориентированные/неориентированные, взвешенные/ невзвешенные). Ознакомился с таким способом представления графов в памяти компьютера, как список смежности. Также в ходе выполнения расчетной работы реализовал алгоритм Флойда-Уоршелла на языке C++, проверил его работу.

6 Источники

1. Алгоритм Флойда-Уоршелла: <https://ru.wikipedia.org/wiki>
2. Граф: <https://ru.wikipedia.org/wiki>
3. Реализация алгоритма Флойда-Уоршелла на практике:
<https://rutube.ru/video/ffc617166c6d4cea7ec84699c263fd5b/>