

Модуль 2 «Математические методы, модели и алгоритмы компьютерной геометрии».

Домашнее задание

к.ф.-м.н., доц. каф. ФН-11 Захаров Андрей Алексеевич,
ауд.: 930a(УЛК)
моб.: 8-910-461-70-04,
email: azaharov@bmstu.ru

22 ноября 2025 г.

Примечания к выполнению. Во всех заданиях обязательно использование библиотеки WebGL для вывода графики. Для формирования матриц геометрических преобразований и наблюдения использовать методы объекта `mat4` библиотеки `glMatrix`. Трёхмерные фигуры визуализировать либо в виде каркасной модели, либо тонированием с освещением, плоских заливок не использовать. В заданиях с геометрическими преобразованиями кроме конечного положения фигуры нужно обязательно визуализировать начальное и все промежуточные положения, а также точки или оси, относительно которых осуществляются преобразования.

По результатам выполнения домашнего задания необходимо написать отчёт и выслать его преподавателю. Отчёт обязательно должен содержать:

1. Формулировку задания.
2. Основные формулы, которые использовались для выполнения задания.
3. Картинки результатов работы программы с кратким комментарием, что на этих картинках изображено.
4. Часть кода программы, в которой выполняются основные построения.

Варианты заданий

Ан: Напишите программу визуализации поверхности Dini. Параметрические уравнения поверхности имеют вид:

$$\begin{aligned}x(u, v) &= 2 \cos u \sin v, \\y(u, v) &= 2 \sin u \sin v, \\z(u, v) &= 2 \left(\cos v + \ln \left(\tan \left(\frac{v}{2} \right) \right) + 0.4u \right),\end{aligned}$$

где $-2\pi \leq u \leq 2\pi$ и $0.1 \leq v \leq 2$. Визуализируйте каркасное и полигональное представление этой поверхности. Переключение между этими представлениями реализуйте с помощью интерфейса. Добавьте в пользовательский интерфейс возможность изменять размеров аппроксимационной сетки.

Версов: Напишите функцию построения матрицы поворота по заданным четырём компонентам кватерниона для представления поворота: s, a, b, c . Воспользуйтесь этой функцией для поворота цилиндра, ось которого параллельна вектору $(1, 1, 2)$ на угол $\pi/6$ вокруг оси $(-1, 2, 6)$. Проверьте правильность нахождения матрицы, воспользовавшись методами `quat.setAxisAngle` и `mat4.fromQuat`.

Грузберг: Напишите программу для имитации работы математического маятника, у которого период колебаний вычисляется по формуле:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

где l — длина маятника в метрах, $g = 9.8 \text{ м/с}^2$. Используйте временной интервал таймера для обновления угла поворота.

Дондуков: Напишите программу визуализации поверхности тора, задаваемой формулой, приведённой на стр. 107 книги [1]. Визуализируйте каркасное и полигональное представление этой фигуры. Переключение между этими представлениями реализуйте с помощью интерфейса. Добавьте в пользовательский интерфейс возможность изменять значения координат начальной точки, параметров тора и размеров аппроксимационной сетки.

Ершов: Напишите программу визуализации параболоида вращения, задаваемого формулой, приведённой на стр. 89 книги [2]. Визуализируйте каркасное и полигональное представление этой фигуры. Переключение между этими представлениями реализуйте с помощью пользовательского интерфейса. Добавьте в интерфейс возможность изменять размеров параболоида и аппроксимационной сетки.

Карпова: Напишите программу визуализации эллиптического цилиндра, задаваемой формулой, приведённой на стр. 152 книги [3]. Визуализируйте каркасное и полигональное представление этой фигуры. Переключение между этими представлениями реализуйте с помощью интерфейса. Добавьте в пользовательский интерфейс возможность изменять значения координат начальной точки, параметров эллиптического цилиндра и размеров аппроксимационной сетки.

Кочкина: Напишите программу визуализации двуполостного гиперболоида, задаваемого формулой, приведённой на стр. 110 книги [1]. Визуализируйте каркасное и полигональное представление этой фигуры. Переключение между этими представлениями реализуйте с помощью интерфейса. Добавьте в пользовательский интерфейс возможность изменять значения координат начальной точки, полуосей гиперболоида и размеров аппроксимационной сетки.

Лемешко: Постройте квадрат с вершинами $A = (2, 1)$, $B = (6, 1)$, $C = (6, 5)$ и $D = (2, 5)$. Выполните следующие операции:

1. Отрадите квадрат относительно прямой $y + x = 1$.
2. Переместите его на -1 и 2 вдоль осей x и y соответственно.
3. Поверните его вокруг точки $(2, 2)$ на угол 180° .

Рассчитайте матрицу преобразования для выполнения этих действий не используя методы формирования матриц геометрических преобразований объекта `mat4` и визуализируйте проведённые преобразования над фигурой. Получите аналогичный результат, формируя матрицы геометрических преобразований с помощью методов объекта `mat4`.

Маркарян: Напишите функцию формирования матрицы параллельной проекции для заданного вектора проецирования $\mathbf{V}_p = (V_{px}, V_{py}, V_{pz})$. Продемонстрируйте её работу, построив различные косоаксонометрические и кабинетные проекции куба.

Мартюшев: Напишите программу визуализации заданного суперэллипсоида с помощью построения сетки многоугольников. Геометрические размеры суперэллипсоида и размер аппроксимационной сетки должны задаваться в программе.

Пак: Напишите программу визуализации эллиптического параболоида, задаваемого формулой, приведённой на стр. 110 книги [1]. Визуализируйте каркасное и полигональное представление этой фигуры. Переключение между этими представлениями реализуйте с помощью интерфейса. Добавьте в пользовательский интерфейс возможность изменять значения координат начальной точки, полуосей параболоида и размеров аппроксимационной сетки.

Плешкова: Напишите программу визуализации гиперболического параболоида, задаваемого формулой, приведённой на стр. 111 книги [1]. Визуализируйте каркасное и полигональное представление этой фигуры. Переключение между этими представлениями реализуйте с помощью интерфейса. Добавьте в пользовательский интерфейс возможность изменять значения координат начальной точки, полуосей параболоида и размеров аппроксимационной сетки.

Тебелеус: Найдите кватернионы для поворота на угол $\pi/3$ вокруг осей $(2, 0, -2)$ и $(-3, 1, 1)$. Определите кватернион, представляющий их композицию. Найдите угол и ось результирующего вращения, не используя метод `quat.fromAxisAngle`. Сформируйте матрицы поворота для полученных кватернионов без использования метода `mat4.fromQuat`. С помощью найденных матриц выполните соответствующие повороты тетраэдра $ABCD$, где $A = (0, 0, 0)$, $B = (1, 0, 0)$, $C = (0, 1, 0)$ и $D = (0, 0, 1)$. Получите аналогичный результат с помощью метода `mat4.fromQuat`.

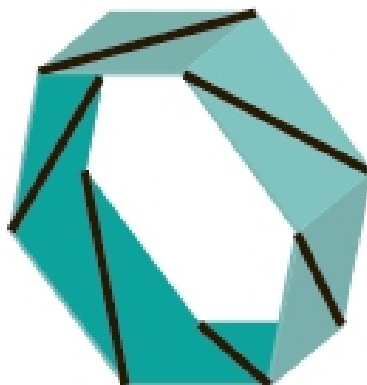


Рис. 1: Кольцо

Усачев: Нарисуйте кольцо с поперечным сечением в виде правильного (равностороннего) многоугольника, как на рис. 1. Добавьте в пользовательский интерфейс возможность изменять радиус и количество разбиений. Используйте перспективную проекцию и получите каркасный вид кольца.

Холматов: Напишите функцию формирования матрицы для преобразования масштабирования с коэффициентом s относительно прямой, заданной двумя точками (координаты точек известны) в трёхмерном пространстве. Продемонстрируйте её работу на примере масштабирования усеченного конуса относительно его оси. Геометрические размеры конуса и размер аппроксимационной сетки должны задаваться в программе.

Шевченко: Напишите функцию построения матрицы поворота по заданным четырём компонентам кватерниона для представления поворота: s, a, b, c . Продемонстрируйте её работоспособность на примере вращения тетраэдра $ABCD$, где $A = (0, 0, 0)$, $B = (1, 0, 0)$, $C = (0, 1, 0)$ и $D = (0, 0, 1)$ на угол 45° вокруг оси, проходящей через точку C и имеющую направление $(0, 1, 1)$.

Список литературы

- [1] Голованов Н.Н. Геометрическое моделирование.— М.: ДМК Пресс, 2024. — 408 с. <https://clck.ru/3QRzmf>
- [2] Фокс А., Пратт М. Вычислительная геометрия. Применение в проектировании и на производстве. М.: Мир, 1982. 304 с.
<https://dwg.ru/dn1/12197>
- [3] Голованов Н.Н. Геометрическое моделирование.— М.: Физматлит, 2002. — 472 с.