

# Модуль 2 «Математические методы, модели и алгоритмы компьютерной геометрии».

## Домашнее задание

к.ф.-м.н., доц. каф. ФН-11 Захаров Андрей Алексеевич,  
ауд.: 930а(УЛК)  
моб.: 8-910-461-70-04,  
email: azaharov@bmstu.ru

26 ноября 2025 г.

**Примечания к выполнению.** Во всех заданиях обязательно использование библиотеки WebGL для вывода графики. Для формирования матриц геометрических преобразований и наблюдения использовать методы объекта `mat4` библиотеки `glMatrix`. Трёхмерные фигуры визуализировать либо в виде каркасной модели, либо тонированием с освещением, плоских заливок не использовать. В заданиях с геометрическими преобразованиями кроме начального положения фигуры нужно обязательно визуализировать начальное и все промежуточные положения, а также точки или оси, относительно которых осуществляются преобразования.

По результатам выполнения домашнего задания необходимо написать отчёт и выслать его преподавателю. Отчёт обязательно должен содержать:

1. Формулировку задания.
2. Основные формулы, которые использовались для выполнения задания.
3. Картинки результатов работы программы с кратким комментарием, что на этих картинках изображено.
4. Часть кода программы, в которой выполняются основные построения.

## Варианты заданий

**Белова:** Напишите программу визуализации однополостного гиперболоида, задаваемого формулой, приведённой в Experiment 10.10. на стр. 306 книги [1]. Визуализируйте каркасное и полигональное представление этой фигуры. Переключение между этими представлениями реализуйте с помощью интерфейса. Добавьте в пользовательский интерфейс возможность изменять размеры аппроксимационной сетки.

**Бутрова:** Напишите программу визуализации изосферы.

**Ваулин:** Вычислите результирующую матрицу для следующей последовательности 3D-преобразований:

1. Перемещение на вектор  $(3, 2, 4)$ ;
2. Поворот вокруг оси  $x$  на  $60^\circ$ ;
3. Масштабирование на вектор  $(1.5, -2.2)$ ;
4. Поворот вокруг оси  $y$  на  $25^\circ$ .

Матрицы геометрических преобразований нужно формировать не используя методы формирования матриц геометрических преобразований объекта `mat4`. Продемонстрируйте работу сформированной матрицы на примере тетраэдра  $ABCD$ , где  $A = (0, 0, 0)$ ,  $B = (1, 0, 0)$ ,  $C = (0, 1, 0)$  и  $D = (0, 0, 1)$ . Получите аналогичный результат с помощью методов формирования матриц геометрических преобразований объекта `mat4`.

**Данчиковский:** Напишите программу, обеспечивающую воспроизведение движения планет вокруг Солнца в трёхмерном пространстве подобно той, что описана на стр. 135–138 книги [2]. Задайте угловую скорость вращения каждой планеты. Наклоните оси планет. Добавьте к паре планет их спутники (например, Луну для Земли и Фобос и Деймос для Марса).

**Дмитрова:** Нарисуйте треугольник, который имеет вершины  $A = (1, 1)$ ,  $B = (2, 2)$ , и  $C = (4, -1)$ . Выполните преобразование сдвига (shear) вдоль оси, наклонённой под углом  $\theta$  (задаётся в программе) по отношению к оси  $x$  не используя методы формирования матриц геометрических преобразований объекта `mat4`. Получите аналогичный результат с использованием методов формирования матриц геометрических преобразований объекта `mat4`.

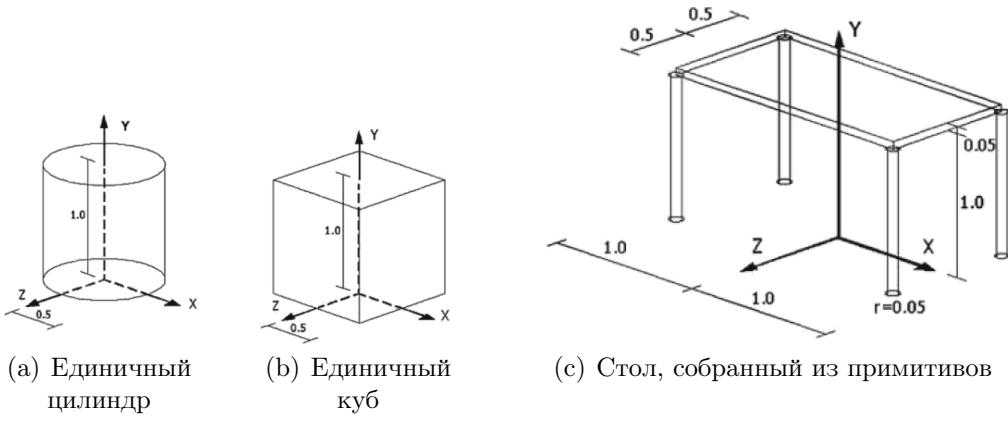


Рис. 1:

**Конопелько:** Создайте функции, рисующие два типа примитивов: цилиндры и кубики. Каждый экземпляр примитива изначально создаётся в своей локальной системе координат, как показано на рис. 1-а, 1-б. Используйте эти примитивы для построения 3D-модели стола, как показано на рис. 1-с.

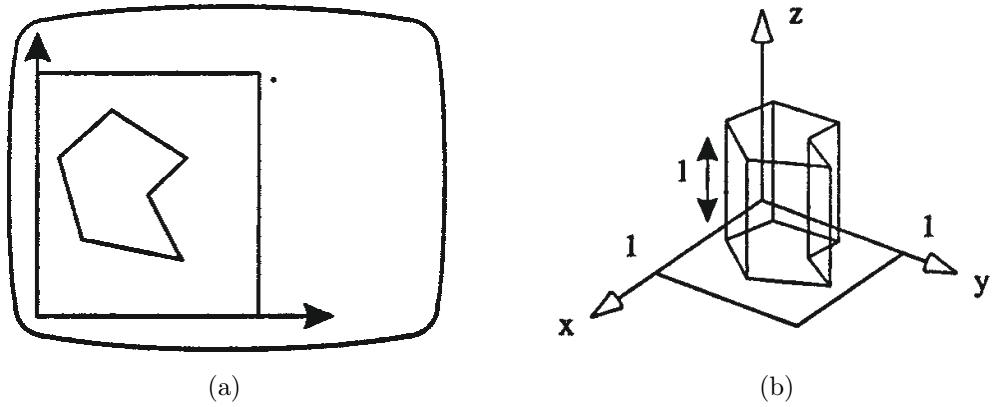


Рис. 2: Разработка и построение сетки для призмы

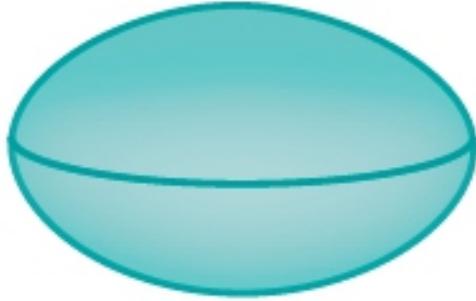


Рис. 3: Регбийный мяч

**Красносельский:** Напишите приложение, позволяющее пользователю задавать полигональное основание призмы с помощью мыши. Затем эта программа должна создавать списки вершин, нормалей и граней для этой призмы и отображать последнюю на дисплее.

На рис. 2 показана «область рисования» пользователя. Пользователь задаёт мышью последовательность точек, формирующих полигон основания. Призма представляет собой полигон основания, протянутый (экструдированный) на единичное расстояние вдоль оси  $z$ . Убедитесь, что ваша реализация рисует невыпуклые полигоны основания.

**Лунов:** Нарисуйте мяч для регби, имеющий форму эллипсоида и показанный на рис. 3.

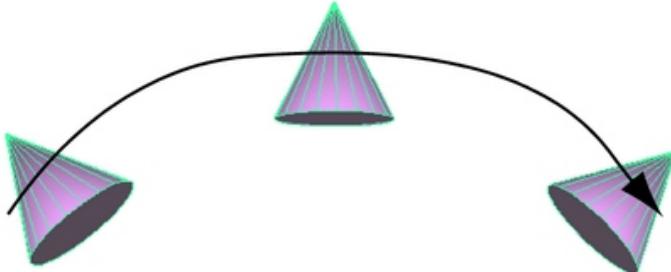


Рис. 4: Перехода конуса от одной пространственной ориентации к другой

**Мускафиди:** Сформируйте кватернион, который осуществляет поворот единичного куба с одним углом в точке  $(0, 0, 0)$  и противоположным углом в точке  $(1, 1, 1)$  на  $60^\circ$  вокруг главной диагонали (от точки  $(0, 0, 0)$  до точки  $(1, 1, 1)$ ) в направлении против часовой стрелки, если смотреть по диагонали в направлении начала координат. Визуализируйте полученный результат.

**Ныркова:** С помощью сферической интерполяции кватернионов (`slerp`) создать анимацию перехода конуса от одной пространственной ориентации к другой (см. рис. 4). Начальная и конечная ориентации определяются вектором, задающим направление оси конуса. Геометрические размеры конуса и размер аппроксимационной сетки должны задаваться в программе. Получите аналогичный результат, формируя кватернионы с помощью метода `quat.slerp`.

**Семакин:** Напишите программу визуализации конической поверхности, задаваемой формулой, приведённой на стр. 107 книги [3]. Визуализируйте каркасное и полигональное представление этой фигуры. Переключение между этими представлениями реализуйте с помощью интерфейса. Добавьте в пользовательский интерфейс возможность изменять значения координат начальной точки, параметров конуса и размеров аппроксимационной сетки.

**Струк:** Напишите программу визуализации поверхности эллипсоида, задаваемой формулой, приведённой на стр. 109 книги [3]. Визуализируйте каркасное и полигональное представление этой фигуры. Переключение между этими представлениями реализуйте с помощью интерфейса. Добавьте в пользовательский интерфейс возможность изменять значения координат начальной точки, полуосей эллипсоида и размеров аппроксимационной сетки.

$$(x = R \cos t, y = R \sin t, z = t)$$

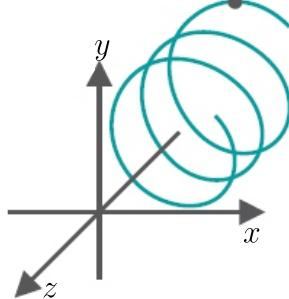


Рис. 5: Спираль

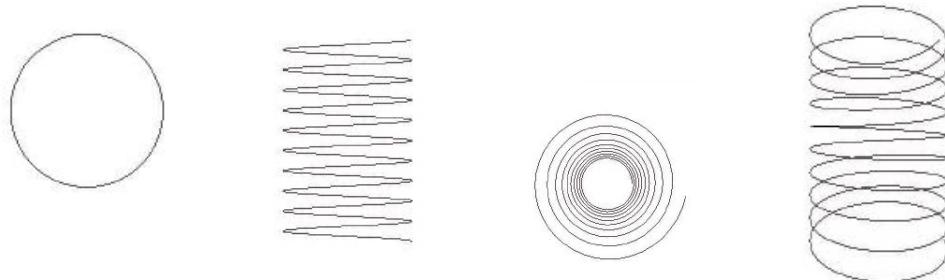


Рис. 6: Различные виды спирали

**Тимченко:** Напишите программу визуализации спирали (см. рис. 5).

Параметрические уравнения спирали имеют вид:

$$x = R \cos t; \quad y = R \sin t; \quad z = t, \quad -10\pi \leq t \leq 10\pi.$$

Получите различные виды спирали как на рис. 6

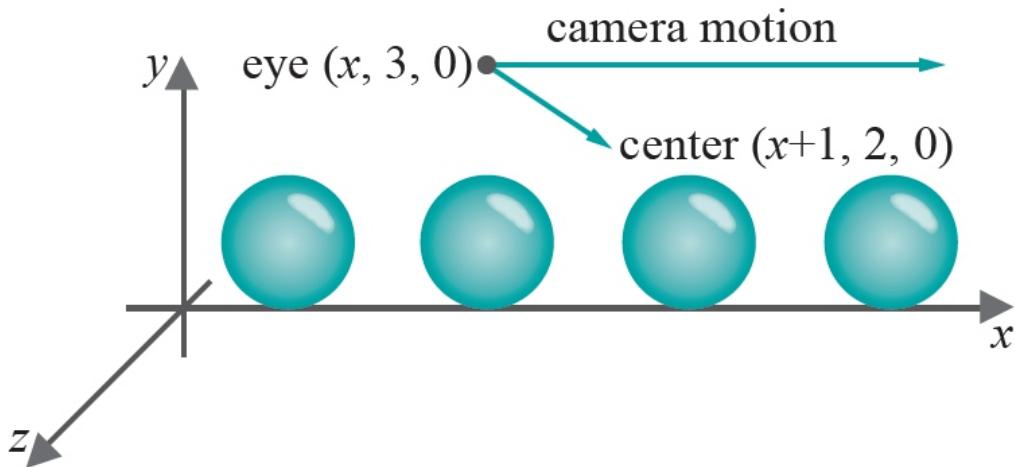


Рис. 7: Камера, пролетающая над мячами

**Хмура:** Покажите, что следующие последовательности операций в трёхмерном пространстве коммутативны:

- поворот и равномерное масштабирование;
- два поворота вокруг одной и той же оси;
- два перемещения.

Напишите функции формирования матриц для данных операций не используя методы формирования матриц геометрических преобразований объекта `mat4`. Продемонстрируйте их работу на примере тетраэдра  $ABCD$ , где  $A = (0, 0, 0)$ ,  $B = (1, 0, 0)$ ,  $C = (0, 1, 0)$  и  $D = (0, 0, 1)$ . Получите аналогичный результат с помощью методов формирования матриц геометрических преобразований объекта `mat4`.

**Шатских:** Запрограммируйте камеру, пролетающую на высоте 3 единицы над последовательностью мячей, расположенных вдоль оси  $x$ , которая направлена вперед и вниз на мячи (см. рис 7). *Подсказка:* на рисунке показаны координаты камеры и точки взгляда.

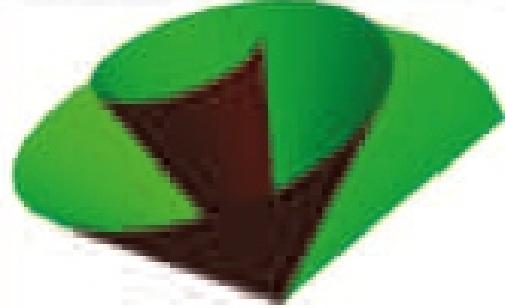


Рис. 8: Конический завиток

**Шведова:** Напишите программу визуализации конического завитка (рис. 8), задаваемого формулой, приведённой на стр. 376 книги [1]. Визуализируйте каркасное и полигональное представление этой фигуры. Переключение между этими представлениями реализуйте с помощью интерфейса. Добавьте в пользовательский интерфейс возможность изменять размеры аппроксимационной сетки.

**Шишков:** Напишите программу визуализации седловой поверхности. Параметрические уравнения поверхности имеют вид:

$$\begin{aligned}x(u, v) &= u, \\y(u, v) &= v, \\z(u, v) &= u^2 - v^2,\end{aligned}$$

где  $-1 \leq u \leq 1$  и  $-\frac{\pi}{3} \leq v \leq \frac{\pi}{3}$ . Визуализируйте каркасное и полигональное представление этой поверхности. Переключение между этими представлениями реализуйте с помощью интерфейса. Добавьте в пользовательский интерфейс возможность изменять размеры аппроксимационной сетки.

## **Список литературы**

- [1] Sumanta Guha. Computer graphics through OpenGL. CRC Press, 4th edition, 2023. <https://clck.ru/3QS45i>
- [2] Ву М., Девис Т., Нейдер Дж., Шрайнер Д. OpenGL. Руководство по программированию. СПб: Питер, 2006. 624 с.  
[http://www.cosmic-rays.ru/books61/M\\_Vu\\_OpenGL.pdf](http://www.cosmic-rays.ru/books61/M_Vu_OpenGL.pdf)
- [3] Голованов Н.Н. Геометрическое моделирование.— М.: ДМК Пресс, 2024. – 408 с. <https://clck.ru/3QRzmf>