

Модуль 2 «Математические методы, модели и алгоритмы компьютерной геометрии».

Домашнее задание

к.ф.-м.н., доц. каф. ФН-11 Захаров Андрей Алексеевич,
ауд.: 930a(УЛК)
моб.: 8-910-461-70-04,
email: azaharov@bmstu.ru

10 ноября 2024 г.

Примечания к выполнению. Во всех заданиях обязательно использование библиотеки WebGL для вывода графики. Для формирования матриц геометрических преобразований и наблюдения использовать методы объекта `mat4` библиотеки `glMatrix`. Трёхмерные фигуры визуализировать либо в виде каркасной модели, либо тонированием с освещением, плоских заливок не использовать. В заданиях с геометрическими преобразованиями кроме конечного положения фигуры нужно обязательно визуализировать начальное и все промежуточные положения, а также точки или оси, относительно которых осуществляются преобразования.

По результатам выполнения домашнего задания необходимо написать отчёт и выслать его преподавателю. Отчёт обязательно должен содержать:

1. Формулировку задания.
2. Основные формулы, которые использовались для выполнения задания.
3. Картинки результатов работы программы с кратким комментарием, что на этих картинках изображено.
4. Часть кода программы, в которой выполняются основные построения.

Варианты заданий

Ваулин: Вычислите результирующую матрицу для следующей последовательности 3D-преобразований:

1. Перемещение на вектор $(3, 2, 4)$;
2. Поворот вокруг оси x на 60° ;
3. Масштабирование на вектор $(1.5, -2, 2)$;
4. Поворот вокруг оси y на 25° .

Матрицы геометрических преобразований нужно формировать не используя методы формирования матриц геометрических преобразований объекта `mat4`. Продемонстрируйте работу сформированной матрицы на примере тетраэдра $ABCD$, где $A = (0, 0, 0)$, $B = (1, 0, 0)$, $C = (0, 1, 0)$ и $D = (0, 0, 1)$. Получите аналогичный результат с помощью методов формирования матриц геометрических преобразований объекта `mat4`.

Гладков: Найдите кватернионы для поворота на угол $\pi/3$ вокруг осей $(2, 0, -2)$ и $(-3, 1, 1)$. Определите кватернион, представляющий их композицию. Найдите угол и ось результирующего вращения, не используя метод `quat.fromAxisAngle`. Сформируйте матрицы поворота для полученных кватернионов без использования метода `mat4.fromQuat`. С помощью найденных матриц выполните соответствующие повороты тетраэдра $ABCD$, где $A = (0, 0, 0)$, $B = (1, 0, 0)$, $C = (0, 1, 0)$ и $D = (0, 0, 1)$. Получите аналогичный результат с помощью метода `mat4.fromQuat`.

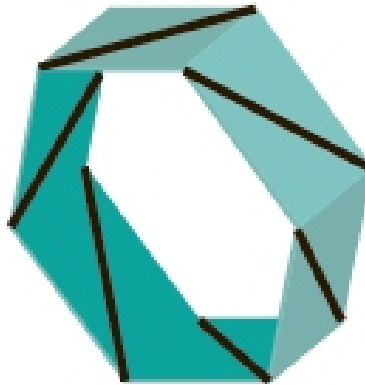


Рис. 1: Кольцо

Гузун: Нарисуйте кольцо с поперечным сечением в виде правильного (равностороннего) многоугольника, как на рис. 1. Добавьте в пользовательский интерфейс возможность изменять радиус и количество разбиений. Используйте перспективную проекцию и получите каркасный вид кольца.

Звонарев: Покажите, что следующие последовательности операций в трёхмерном пространстве коммутативны:

- поворот и равномерное масштабирование;
- два поворота вокруг одной и той же оси;
- два перемещения.

Напишите функции формирования матриц для данных операций не используя методы формирования матриц геометрических преобразований объекта `mat4`. Продемонстрируйте их работу на примере тетраэдра $ABCD$, где $A = (0, 0, 0)$, $B = (1, 0, 0)$, $C = (0, 1, 0)$ и $D = (0, 0, 1)$. Получите аналогичный результат с помощью методов формирования матриц геометрических преобразований объекта `mat4`.

Изрипов: Найдите матрицу двумерного преобразования, которое выполняет сначала отражение относительно оси x , а затем отражение относительно линии, проходящей через начало координат и точку $(3, 4)$, не используя методы формирования матриц геометрических преобразований объекта `mat4`. Продемонстрируйте её работу на примере треугольника с вершинами $A = (1, 0)$, $B = (0, 1)$ и $C = (-1, 0)$. Покажите, что данная совокупность преобразований эквивалентна преобразованию вращения, найдите его центр и угол поворота. Выполните построение всех найденных матриц используя методы формирования матриц геометрических преобразований объекта `mat4`.

Кузьмина: Не используя методы формирования матриц геометрических преобразований объекта `mat4`, сформируйте матрицы поворота вокруг осей, параллельных оси y декартовой системы координат. Примените полученные матрицы для вращения куба вокруг одного из его ребер, параллельных оси y и не лежащих на ней. Получите аналогичный результат, формируя матрицы геометрических преобразований с помощью методов объекта `mat4`.

Леднева: Напишите функции:

```
function acc_translate(tmatrix, tx, ty, tz);  
function acc_rotate(tmatrix, rx, ry, rz, theta);  
function acc_scale(tmatrix, sx, sy, sz);
```

которые возвращают результат умножения матрицы `tmatrix` на матрицы соответствующих трёхмерных геометрических преобразований. Матрицы геометрических преобразований нужно формировать **не** используя методы формирования матриц геометрических преобразований объекта `mat4`.

Пусть задан тетраэдр $ABCD$, где $A = (0, 0, 0)$, $B = (1, 0, 0)$, $C = (0, 1, 0)$ и $D = (0, 0, 1)$. С помощью написанных функций поверните тетраэдр $ABCD$ на угол 45° вокруг его ребра BC , а затем масштабируйте его так, чтобы удвоился первоначальный размер и вершина B осталась на том же месте. Получите аналогичный результат с помощью методов формирования матриц геометрических преобразований объекта `mat4`.

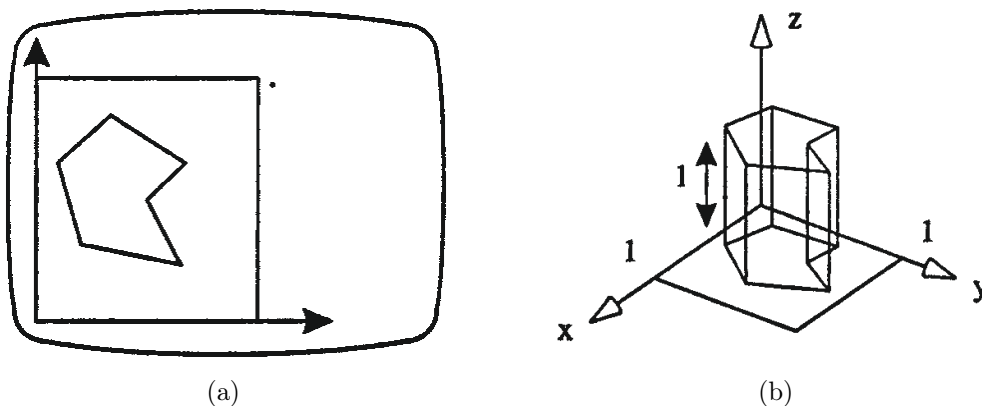


Рис. 2: Разработка и построение сетки для призмы

Максимов: Напишите программу для имитации работы математического маятника, где период колебаний вычисляется по формуле:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

где l — длина маятника в метрах, $g = 9.8 \text{ м/с}^2$. Используйте временной интервал таймера для обновления угла поворота.

Петруша: Напишите приложение, позволяющее пользователю задавать полигональное основание призмы с помощью мыши. Затем эта программа должна создавать списки вершин, нормалей и граней для этой призмы и отображать последнюю на дисплее.

На рис. 2 показана «область рисования» пользователя. Пользователь задаёт мышью последовательность точек, формирующих полигон основания. Призма представляет собой полигон основания, протянутый (экструдированный) на единичное расстояние вдоль оси z . Убедитесь, что ваша реализация рисует невыпуклые полигоны основания.

Проскурин: Напишите программу, которая создаёт руку робота, состоящую из плеча, предплечья и пальцев. Пример её описания приведен на стр. 138–141 и во второй части упражнения на стр. 141 книги [1].



Рис. 3: Конический абажур

Семенихина: Нарисуйте усечённый конус. Напишите программу визуализации усеченного конуса, показанного на рис. 3, с помощью примитивов `gl.TRIANGLE_STRIP` и `gl.TRIANGLE_FAN`. Параметры усеченного конуса (радиусы верхнего и нижнего оснований, высота), а также размер сетки может настраиваться пользователем.

Сергеев: Сформируйте кватернион, который осуществляет поворот единичного куба с одним углом в точке $(0, 0, 0)$ и противоположным углом в точке $(1, 1, 1)$ на 60° вокруг главной диагонали (от точки $(0, 0, 0)$ до точки $(1, 1, 1)$) в направлении против часовой стрелки, если смотреть по диагонали в направлении начала координат. Визуализируйте полученный результат.

Умарова: Напишите программу визуализации заданного суперэллипсоида с помощью построения сетки многоугольников. Геометрические размеры суперэллипсоида и размер аппроксимационной сетки должны задаваться в программе.

Фазлов: Напишите программу, обеспечивающую воспроизведение движения планет вокруг Солнца в трёхмерном пространстве подобно той, что описана на стр. 135–138 книги [1]. Задайте угловую скорость вращения каждой планеты. Наклоните оси планет. Добавьте к паре планет их спутники (например, Луну для Земли и Фобос и Деймос для Марса).

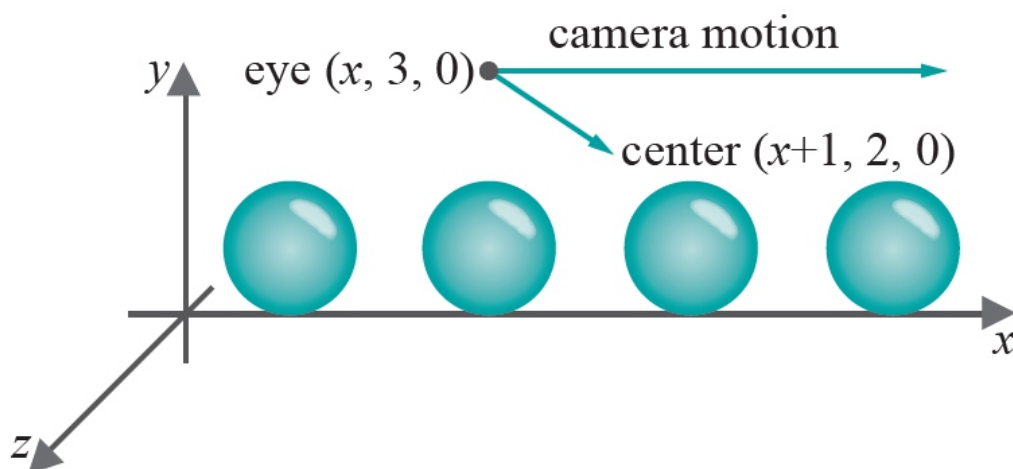


Рис. 4: Камера, пролетающая над мячами

Хоменков: Напишите функцию построения матрицы поворота по заданным четырём компонентам кватерниона для представления поворота: s , a , b , c . Воспользуйтесь этой функцией для поворота цилиндра, ось которого параллельна вектору $(1, 1, 2)$ на угол $\pi/6$ вокруг оси $(-1, 2, 6)$. Проверьте правильность нахождения матрицы, воспользовавшись методами `quat.setAxisAngle` и `mat4.fromQuat`.

Шатских: Запрограммируйте камеру, пролетающую на высоте 3 единицы над последовательностью мячей, расположенных вдоль оси x , которая направлена вперед и вниз на мячи (см. рис 4). *Подсказка:* на рисунке показаны координаты камеры и точки взгляда.

Штенцов: Напишите программу визуализации параболоида вращения, задаваемого формулой, приведённой на стр. 89 книги [2]. Визуализируйте каркасное и полигональное представление этой фигуры. Переключение между этими представлениями реализуйте с помощью пользовательского интерфейса. Добавьте в интерфейс возможность изменять размеры параболоида и аппроксимационной сетки.

Шутенко: Нарисуйте треугольник, который имеет вершины $A = (1, 1)$, $B = (2, 2)$, и $C = (4, -1)$. Выполните преобразование сдвига (shear) вдоль оси, наклонённой под углом θ (задаётся в программе) по отношению к оси x не используя методы формирования матриц геометрических преобразований объекта `mat4`. Получите аналогичный результат с использованием методов формирования матриц геометрических преобразований объекта `mat4`.

Список литературы

- [1] Ву М., Девис Т., Нейдер Дж., Шрайнер Д. OpenGL. Руководство по программированию. СПб: Питер, 2006. 624 с.
http://www.cosmic-rays.ru/books61/M_Vu_OpenGL.pdf
- [2] Фокс А., Пратт М. Вычислительная геометрия. Применение в проектировании и на производстве. М.: Мир, 1982. 304 с.
<https://dwg.ru/dnl/12197>