

# Домашнее задание №1 «Математические модели геометрических объектов»

к.ф.-м.н., доц. каф. ФН-11, Захаров Андрей Алексеевич,  
ауд.: 930а(УЛК)  
моб.: 8-910-461-70-04,  
email: azaharov@bmstu.ru

25 марта 2024 г.

## 1 Описание.

Во всех заданиях обязательно использование библиотеки **WebGL** для вывода графики. Результатом работы программ должен являться вывод заданного количества точек сплайна. Теория и формулы для построения сплайнов содержатся в лекциях.

По результатам выполнения домашнего задания необходимо написать отчёт и выслать его преподавателю. Отчёт обязательно должен содержать:

1. Формулировку задания.
2. Основные формулы, которые использовались для выполнения задания.
3. Рисунки с результатами работы программы и кратким комментарием, что на них изображено.
4. Часть кода программы, в которой выполняются основные построения.

## 2 Задание.

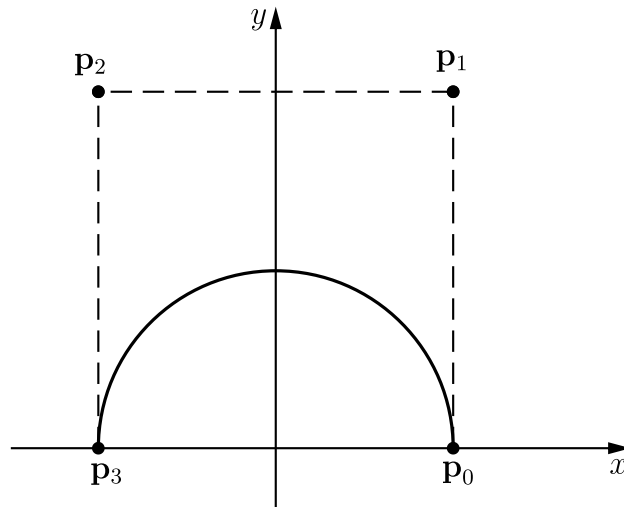


Рис. 1: Полуокружность, построенная с помощью NURBS-кривой

**Ванюшкин:** Напишите программу для построения полуокружности с помощью NURBS-кривой с центром в начале координат (рис. 1) на базе точек  $\mathbf{p}_0 = (r, 0)$ ,  $\mathbf{p}_1 = (r, 2r)$ ,  $\mathbf{p}_2 = (-r, 2r)$ ,  $\mathbf{p}_3 = (-r, 0)$  и весов:  $h_0 = h_3 = 1$ ,  $h_1 = h_2 = \frac{1}{3}$ . Узловой вектор имеет следующий вид:  $\{0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1\}$ . Используйте программу `circle.zip`. Значение параметра  $r$  определяется с помощью заданного в интерфейсе радиуса окружности.

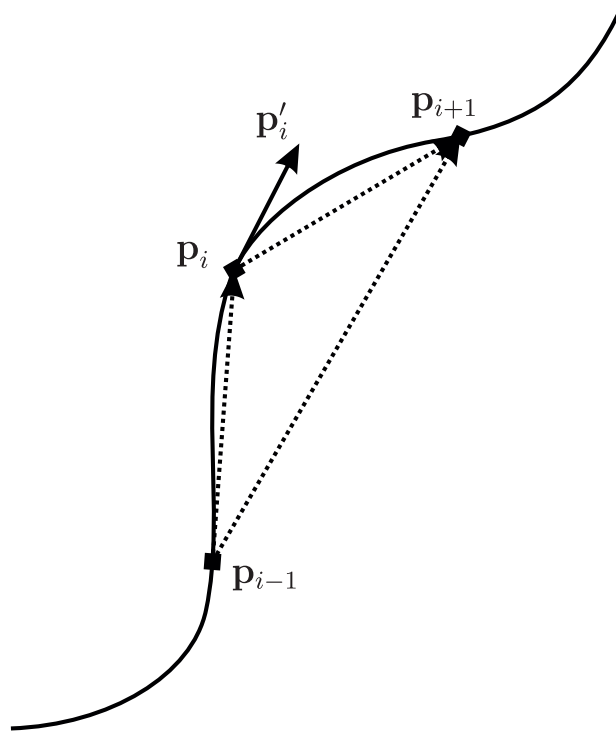


Рис. 2: Задание касательных векторов на основе значений соседних контрольных точек

**Дустов:** Напишите программу построения эрмитового кубического сплайна на кривой для случая, когда касательные вектора во внутренних точках рассчитываются по формулам:

$$\mathbf{p}'_i = s_{i+1} \frac{\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{i-1}}{s_i + s_{i+1}} + s_i \frac{\mathbf{p}_{i+1} - \mathbf{p}_i}{s_i + s_{i+1}}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1,$$

где  $s_i = |\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{i-1}|$ ,  $s_{i+1} = |\mathbf{p}_{i+1} - \mathbf{p}_i|$  — расстояния между соседними точками (рис. 2). А касательные вектора на краях сплайна получаются из условия, что в этих точках третьи производные радиус-вектора обращаются в нуль:

$$\begin{aligned} \mathbf{p}'_0 &= 2(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0) - \mathbf{p}'_1, \\ \mathbf{p}'_n &= 2(\mathbf{p}_n - \mathbf{p}_{n-1}) - \mathbf{p}'_{n-1}. \end{aligned}$$

Используйте программу л.р. № 1.

**Ефремов:** Напишите программу построения естественного кубического сплайна кривой. Используйте краевые условия второго типа и программу `curve.zip`.

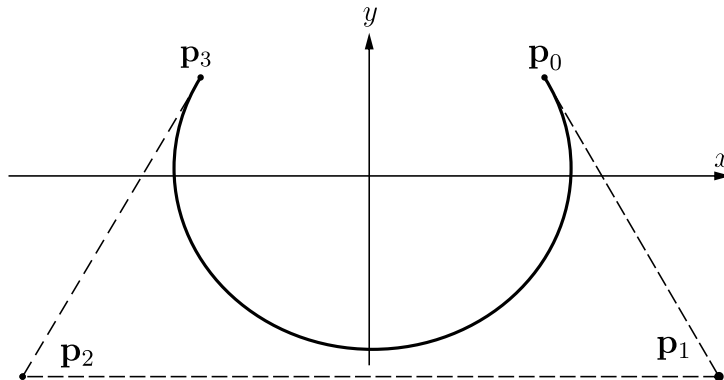


Рис. 3: Дуга единичной окружности размером  $240^\circ$ , построенная с помощью NURBS-кривой с положительными весами

**Колесников:** Напишите программу построения естественного кубического сплайна кривой. Используйте краевые условия первого типа и программу `curve.zip`.

**Лобачев:** Напишите программу для построения единичной полуокружности с помощью рациональной кривой Безье с центром в начале координат (рис. 1) на базе точек с однородными координатами  $\mathbf{p}_0 = (2, 0, 2)$ ,  $\mathbf{p}_1 = (0, 2, 0)$ ,  $\mathbf{p}_2 = (0, 2, 0)$ ,  $\mathbf{p}_3 = (-2, 0, 2)$ . Используйте программу `unitCircle.zip`.

**Решетникова:** Напишите программу для построения дуги единичной окружности размером  $240^\circ$  с помощью NURBS-кривой с центром в начале координат (рис. 3). Однородные координаты контрольных точек равны:  $\mathbf{p}_0 = (a, \frac{1}{2}, 1)$ ,  $\mathbf{p}_1 = (\frac{1}{3}a, -\frac{1}{2}, 0)$ ,  $\mathbf{p}_2 = (-\frac{1}{3}a, -\frac{1}{2}, 0)$ ,  $\mathbf{p}_3 = (-a, \frac{1}{2}, 1)$ , где  $a = \cos 30^\circ$ . Узловой вектор имеет следующий вид:  $\{0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1\}$ . Используйте программу `unitCircle.zip`.

**Симонов:** Напишите программу построения эрмитового кубического сплайна на кривой для случая, когда касательные вектора во внутренних контрольных точках  $\mathbf{p}_k$  рассчитываются по формуле:

$$\mathbf{p}'_k = \frac{1}{2} (1 - t) [(1 + b) (1 - c) (\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_{k-1}) + (1 - b) (1 + c) (\mathbf{p}_{k+1} - \mathbf{p}_k)] .$$

Предусмотрите возможность изменения параметров  $t, b, c$  в интерфейсе. Они могут принимать как положительные, так и отрицательные значения. Касательные вектора на краях сплайна получаются из условия, что в этих точках третьи производные радиус-вектора обращаются в нуль:

$$\begin{aligned} \mathbf{p}'_0 &= 2 (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0) - \mathbf{p}'_1, \\ \mathbf{p}'_n &= 2 (\mathbf{p}_n - \mathbf{p}_{n-1}) - \mathbf{p}'_{n-1}. \end{aligned}$$

Используйте программу л.р. № 1.

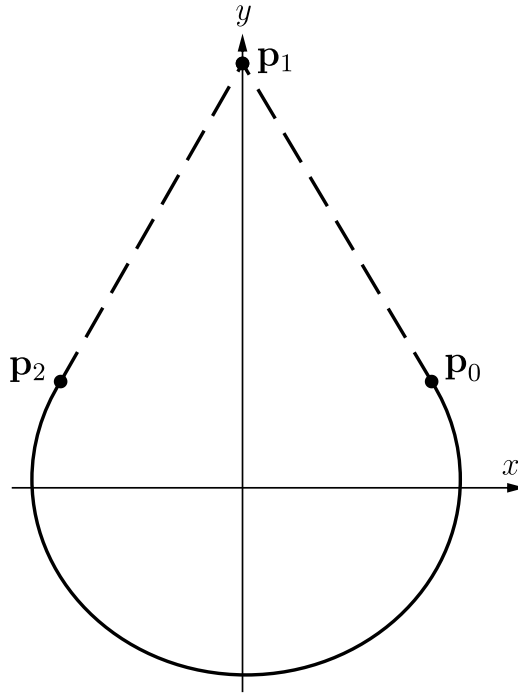


Рис. 4: Дуга единичной окружности размером  $240^\circ$ , построенная с помощью рациональной кривой Безье с отрицательным значением веса

**Хамнуев:** Напишите программу для построения дуги единичной окружности размером  $240^\circ$  с помощью рациональной кривой Безье с центром в начале координат (рис. 4) на базе точек  $\mathbf{p}_0 = (a, \frac{1}{2})$ ,  $\mathbf{p}_1 = (0, 2)$ ,  $\mathbf{p}_2 = (-a, \frac{1}{2})$ , где  $a = \cos 30^\circ$ , и весов:  $h_0 = h_2 = 1$ ,  $h_1 = -\frac{1}{2}$ . Используйте программу `unitCircle.zip`.

**Шерман:** Напишите программу для построения дуги единичной окружности размером  $240^\circ$  с помощью рациональной кривой Безье с центром в начале координат (рис. 3). Однородные координаты контрольных точек равны:  $\mathbf{p}_0 = (a, \frac{1}{2}, 1)$ ,  $\mathbf{p}_1 = (\frac{1}{3}a, -\frac{1}{2}, 0)$ ,  $\mathbf{p}_2 = (-\frac{1}{3}a, -\frac{1}{2}, 0)$ ,  $\mathbf{p}_3 = (-a, \frac{1}{2}, 1)$ , где  $a = \cos 30^\circ$ . Используйте программу `unitCircle.zip`.