

# Домашнее задание №1 «Математические модели геометрических объектов»

к.ф.-м.н., доц. каф. ФН-11, Захаров Андрей Алексеевич,  
ауд.: 930а(УЛК)  
моб.: 8-910-461-70-04,  
email: azaharov@bmstu.ru

31 марта 2025 г.

## 1 Описание.

Во всех заданиях обязательно использование библиотеки **WebGL** для вывода графики. Результатом работы программ должен являться вывод заданного количества точек сплайна. Теория и формулы для построения сплайнов содержатся в лекциях.

По результатам выполнения домашнего задания необходимо написать отчёт и выслать его преподавателю. Отчёт обязательно должен содержать:

1. Формулировку задания.
2. Основные формулы, которые использовались для выполнения задания.
3. Рисунки с результатами работы программы и кратким комментарием, что на них изображено.
4. Часть кода программы, в которой выполняются основные построения.

## 2 Задание.

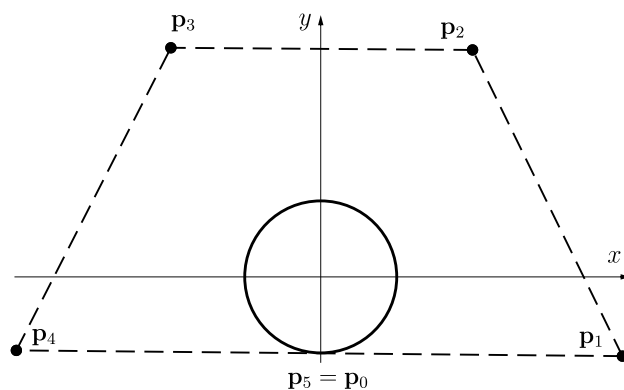


Рис. 1: Окружность, построенная с помощью рациональной кривой Безье

**Афанасьев:** Напишите программу для построения единичной окружности с помощью рациональной кривой Безье с центром в начале координат (рис. 1) на базе точек  $\mathbf{p}_0 = (0, -1)$ ,  $\mathbf{p}_1 = (4, -1)$ ,  $\mathbf{p}_2 = (2, 3)$ ,  $\mathbf{p}_3 = (-2, 3)$ ,  $\mathbf{p}_4 = (-4, -1)$ ,  $\mathbf{p}_5 = (0, -1)$  и весов:  $h_0 = h_5 = 5$ ,  $h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = 1$ . Используйте программу `unitCircle.zip`.

$k$	$x$	$z$
0	0	3
1	0.8	3
2	0	2.7
3	0.2	2.55
4	0.4	2.4
5	1.3	2.4
6	1.3	2.25

Таблица 1: Данные для профиля крышки чайника

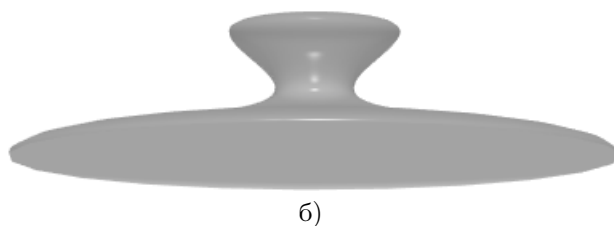
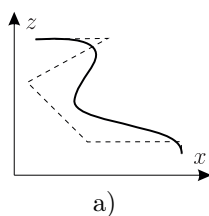


Рис. 2: Крышка чайника: а) кривая профиля крышки; б) визуализированная крышка

**Ворошнина:** Напишите программу, рисующую поверхность крышки чайника. Крышка — это поверхность вращения, которая описывается двумя кубическими кривыми Безье (рис. 2) в плоскости  $xz$ , данные для их построения приведены в табл. 1. Используйте шаблон программы л.р. № 2 (Примечание: координаты контрольных точек задаются в функции `generateControlPoints`).

$(x, y, z)$	$(x, y, z)$	$(x, y, z)$	$(x, y, z)$
$(-1.6, 0.0, 1.875)$	$(-1.6, 0.3, 1.875)$	$(-1.5, 0.3, 2.1)$	$(-1.5, 0.0, 2.1)$
$(-2.3, 0.0, 1.875)$	$(-2.3, 0.3, 1.875)$	$(-2.5, 0.3, 2.1)$	$(-2.5, 0.0, 2.1)$
$(-2.7, 0.0, 1.875)$	$(-2.7, 0.3, 1.875)$	$(-3.0, 0.3, 2.1)$	$(-3.0, 0.0, 2.1)$
$(-2.7, 0.0, 1.65)$	$(-2.7, 0.3, 1.65)$	$(-3.0, 0.3, 1.65)$	$(-3.0, 0.0, 1.65)$

Таблица 2: Данные для профиля ручки чайника (верхняя часть)

$(x, y, z)$	$(x, y, z)$	$(x, y, z)$	$(x, y, z)$
$(-2.7, 0.0, 1.65)$	$(-2.7, 0.3, 1.65)$	$(-3.0, 0.3, 1.65)$	$(-3.0, 0.0, 1.65)$
$(-2.7, 0.0, 1.425)$	$(-2.7, 0.3, 1.425)$	$(-3.0, 0.3, 1.2)$	$(-3.0, 0.0, 1.2)$
$(-2.5, 0.0, 0.975)$	$(-2.5, 0.3, 0.975)$	$(-2.65, 0.3, 0.7875)$	$(-2.65, 0.0, 0.7875)$
$(-2.0, 0.0, 0.75)$	$(-2.0, 0.3, 0.75)$	$(-1.9, 0.3, 0.45)$	$(-1.9, 0.0, 0.45)$

Таблица 3: Данные для профиля ручки чайника (нижняя часть)

**Дружаев:** Напишите программу, рисующую поверхность ручки чайника (рис. 3). Ручка состоит из четырёх лоскутов Безье. Поверхность ручки симметрична относительно плоскости  $xz$ . Верхний и нижний лоскуты находятся на  $y$ -положительной стороне относительно плоскости  $xz$ , а зеркальные отражения верхнего и нижнего лоскутов расположены на  $y$ -отрицательной стороне. Весь верхний  $y$ -положительный лоскут содержит 16 контрольных точек, координаты которых приведены в табл. 2. Нижний  $y$ -положительный лоскут также содержит 16 контрольных точек, координаты которых приведены в табл. 3. Используйте шаблон программы л.р. № 2 (Примечание: координаты контрольных точек задаются в функции `generateControlPoints`).

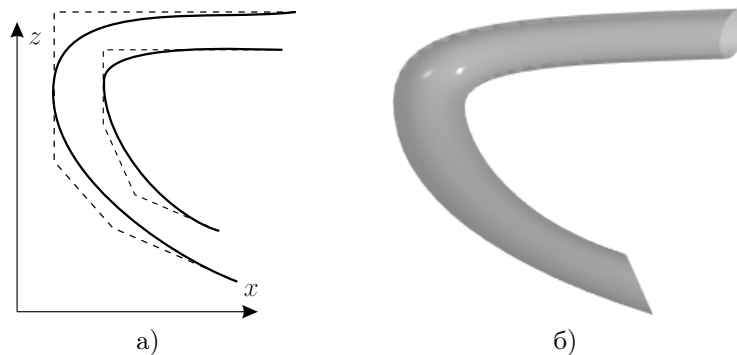


Рис. 3: Ручка чайника: а) сечение ручки и её контрольного полиэдра; б) визуализированная поверхность

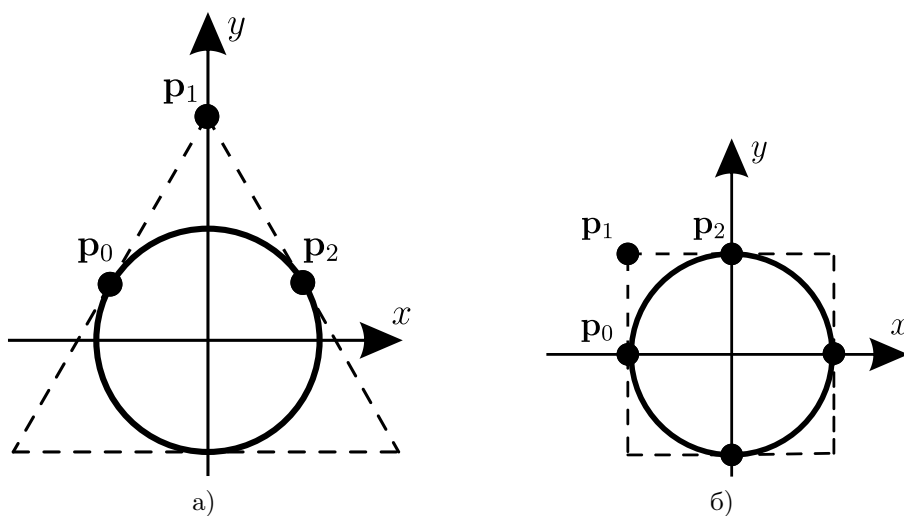


Рис. 4: Окружность, рассматриваемая как совокупность трёх или четырёх дуг

**Зезаев:** На рис 4а приведена окружность, вписанная в равносторонний треугольник. Одну треть этой окружности можно нарисовать с помощью рационального сплайна Безье на базе точек  $p_0$ ,  $p_1$ ,  $p_2$  и весов:  $h_0 = h_2 = 1$ ,  $h_1 = \frac{1}{2}$ . Тогда окружность целиком может быть нарисована как совокупность трёх дуг, причём каждая из них базируется на трёх точках. Для заданного положения центра окружности и её радиуса рассчитайте координаты контрольных точек и нарисуйте эту окружность с помощью рациональных сплайнов Безье. Используйте программу `circle.zip`.

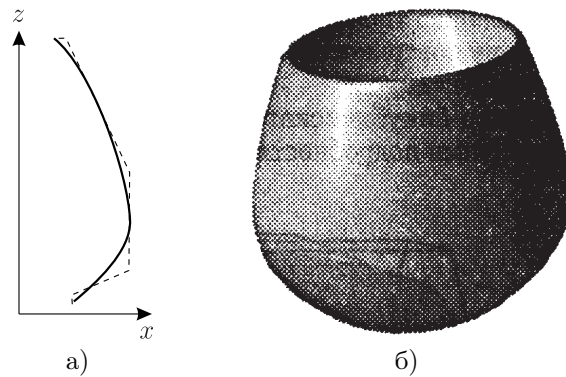


Рис. 5: Корпус чайника: а) профиль корпуса; б) визуализированная поверхность

$k$	$x$	$z$
0	1.4	2.25
1	1.3375	2.38125
2	1.4375	2.38125
3	1.5	2.25
4	1.75	1.725
5	2	1.2
6	2	0.75
7	2	0.3
8	1.5	0.075
9	1.5	0

Таблица 4: Данные для профиля корпуса чайника

**Кобец:** Напишите программу, рисующую поверхность корпуса чайника (рис. 5). Корпус является поверхностью вращения, профиль которого состоит из трёх кривых Безье в плоскости  $xz$  на базе 10 контрольных точек, представленных в табл. 4. Первая кривая Безье определяется контрольными точками 0, 1, 2, 3; вторая — точками 3, 4, 5, 6, а третья — точками 6, 7, 8, 9. Для построения поверхности вращения этого профиля вокруг оси  $z$  можно использовать рациональные поверхности Безье. В табл. 5 приводятся однородные координаты контрольных точек для построения половины поверхности вращения ( $y$ -положительная). Вторую половину постройте аналогичным образом, отразив контрольные точки относительно плоскости  $xz$ . Используйте шаблон программы л.р. № 2 (Примечание: координаты контрольных точек задаются в функции `generateControlPoints`).

$k$	$(x, y, z, h)$	$(x, y, z, h)$	$(x, y, z, h)$
0	(1.4, 0, 2.25, 1)	(0, 1.4, 0, 0)	(-1.4, 0, 2.25, 1)
1	(1.3375, 0, 2.38125, 1)	(0, 1.3375, 0, 0)	(-1.3375, 0, 2.38125, 1)
2	(1.4375, 0, 2.38125, 1)	(0, 1.4375, 0, 0)	(-1.4375, 0, 2.38125, 1)
3	(1.5, 0, 2.25, 1)	(0, 1.5, 0, 0)	(-1.5, 0, 2.25, 1)
4	(1.75, 0, 1.725, 1)	(0, 1.75, 0, 0)	(-1.75, 0, 1.725, 1)
5	(2, 0, 1.2, 1)	(0, 2, 0, 0)	(-2, 0, 1.2, 1)
6	(2, 0, 0.75, 1)	(0, 2, 0, 0)	(-2, 0, 0.75, 1)
7	(2, 0, 0.3, 1)	(0, 2, 0, 0)	(-2, 0, 0.3, 1)
8	(1.5, 0, 0.075, 1)	(0, 1.5, 0, 0)	(-1.5, 0, 0.075, 1)
9	(1.5, 0, 0, 1)	(0, 1.5, 0, 0)	(-1.5, 0, 0, 1)

Таблица 5: Данные для построения поверхности вращения ( $y$ -положительная половина)

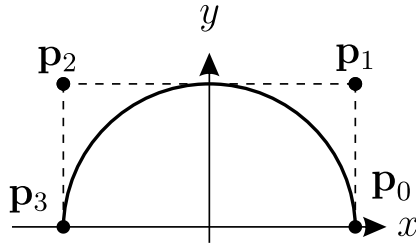


Рис. 6: NURBS-полуокружность, построенная на базе 4 контрольных точек, расположенных на границе описанного квадрата

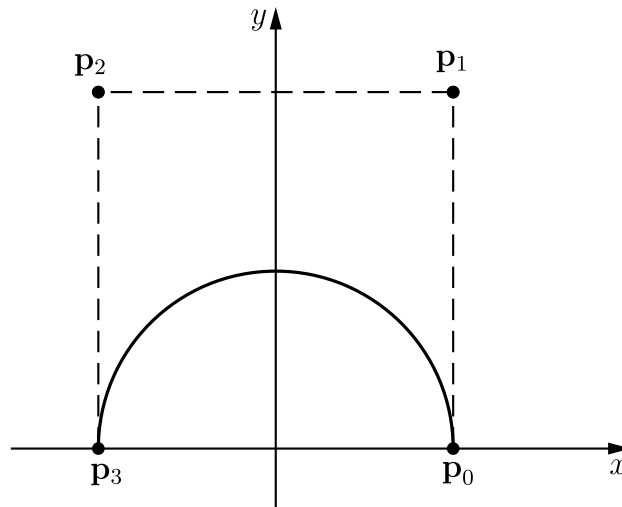


Рис. 7: Полуокружность, построенная с помощью рациональной кривой Безье

**Кривенков:** Напишите программу построения полуокружности с помощью NURBS-кривой на базе четырёх контрольных точек, лежащих на границе описанного квадрата (рис. 6). Веса контрольных точек равны  $h_0 = h_3 = 1$ ,  $h_1 = h_2 = \frac{1}{2}$ . Узловой вектор имеет вид:  $\left\{0, 0, 0, \frac{1}{2}, 1, 1, 1\right\}$ . Используйте программу `circle.zip`.

**Москалик:** Напишите программу для построения полуокружности с помощью рациональной кривой Безье с центром в начале координат (рис. 7) на базе точек  $p_0 = (r, 0)$ ,  $p_1 = (r, 2r)$ ,  $p_2 = (-r, 2r)$ ,  $p_3 = (-r, 0)$  и весов:  $h_0 = h_3 = 1$ ,  $h_1 = h_2 = \frac{1}{3}$ . Используйте программу `circle.zip`. Значение параметра  $r$  определяется с помощью заданного в программе радиуса окружности.



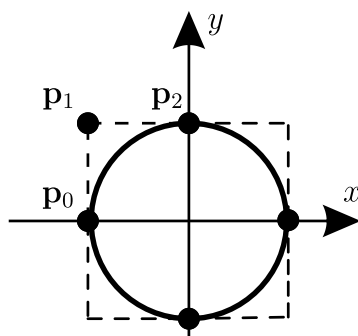


Рис. 8: Окружность, построенная с помощью рациональной кривой Безье

**Покорский:** На рис 8 приведена окружность, вписанная в квадрат. Одну четверть этой окружности можно нарисовать с помощью рационального сплайна Безье на базе точек  $\mathbf{p}_0$ ,  $\mathbf{p}_1$ ,  $\mathbf{p}_2$  и весов:  $h_0 = h_2 = 1$ ,  $h_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ . Тогда окружность целиком может быть нарисована как совокупность четырёх дуг, причём каждая из них базируется на трёх точках. Для заданного положения центра окружности и её радиуса рассчитайте координаты контрольных точек и нарисуйте эту окружность с помощью рациональных сплайнов Безье. Используйте программу `circle.zip`.

$(x, y, z)$	$(x, y, z)$	$(x, y, z)$	$(x, y, z)$
(1.7, 0.0, 0.45)	(1.7, 0.66, 0.45)	(1.7, 0.66, 1.275)	(1.7, 0.0, 1.275)
(3.1, 0.0, 0.675)	(3.1, 0.66, 0.675)	(2.6, 0.66, 1.275)	(2.6, 0.0, 1.275)
(2.4, 0.0, 1.875)	(2.4, 0.25, 1.875)	(2.3, 0.25, 1.95)	(2.3, 0.0, 1.95)
(3.3, 0.0, 2.25)	(3.3, 0.25, 2.25)	(2.7, 0.25, 2.25)	(2.7, 0.0, 2.25)

Таблица 6: Данные для профиля носика чайника (верхняя часть)

$(x, y, z)$	$(x, y, z)$	$(x, y, z)$	$(x, y, z)$
(3.3, 0.0, 2.25)	(3.3, 0.25, 2.25)	(2.7, 0.25, 2.25)	(2.7, 0.0, 2.25)
(3.525, 0.0, 2.34375)	(3.525, 0.25, 2.34375)	(2.8, 0.25, 2.325)	(2.8, 0.0, 2.325)
(3.45, 0.0, 2.3625)	(3.45, 0.1, 2.3625)	(2.9, 0.1, 2.325)	(2.9, 0.0, 2.325)
(3.2, 0.0, 2.25)	(3.2, 0.15, 2.25)	(2.8, 0.15, 2.25)	(2.8, 0.0, 2.25)

Таблица 7: Данные для профиля носика чайника (нижняя часть)

**Терехова:** Напишите программу, рисующую поверхность носика чайника (рис. 9). Носик состоит из четырёх кубических лоскутов Безье. Поверхность носика симметрична относительно плоскости  $xz$ . Весь верхний  $y$ -положительный лоскут содержит 16 контрольных точек, координаты которых приведены в табл. 6. Нижний  $y$ -положительный лоскут также содержит 16 контрольных точек, координаты которых приведены в табл. 7. Используйте шаблон программы л.р. № 2 (Примечание: координаты контрольных точек задаются в функции `generateControlPoints`).

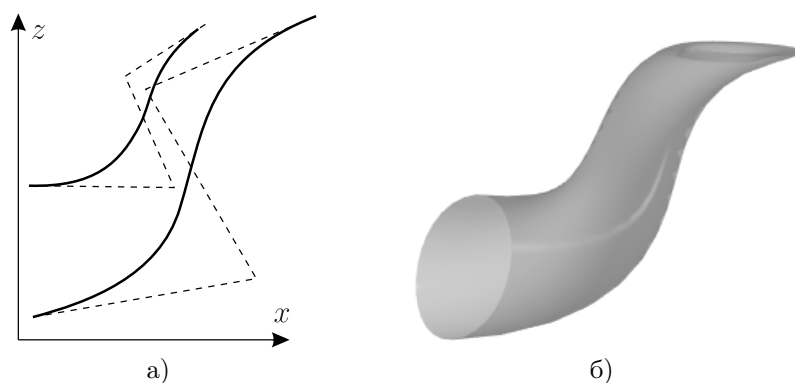


Рис. 9: Носик чайника: а) носик в разрезе; б) визуализированная поверхность