

Домашнее задание №1 «Математические модели геометрических объектов»

к.ф.-м.н., доц. каф. ФН-11, Захаров Андрей Алексеевич,
ауд.: 930а(УЛК)
моб.: 8-910-461-70-04,
email: azaharov@bmstu.ru

31 марта 2025 г.

1 Описание.

Во всех заданиях обязательно использование библиотеки **WebGL** для вывода графики. Результатом работы программ должен являться вывод заданного количества точек сплайна. Теория и формулы для построения сплайнов содержатся в лекциях.

По результатам выполнения домашнего задания необходимо написать отчёт и выслать его преподавателю. Отчёт обязательно должен содержать:

1. Формулировку задания.
2. Основные формулы, которые использовались для выполнения задания.
3. Рисунки с результатами работы программы и кратким комментарием, что на них изображено.
4. Часть кода программы, в которой выполняются основные построения.

2 Задания

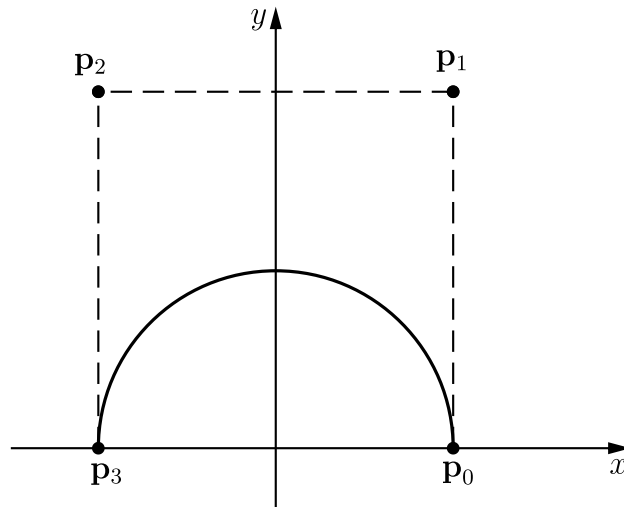


Рис. 1: Полуокружность, построенная с помощью NURBS-кривой

Гладков: Напишите программу для построения полуокружности с помощью NURBS-кривой с центром в начале координат (рис. 1) на базе точек $\mathbf{p}_0 = (r, 0)$, $\mathbf{p}_1 = (r, 2r)$, $\mathbf{p}_2 = (-r, 2r)$, $\mathbf{p}_3 = (-r, 0)$ и весов: $h_0 = h_3 = 1$, $h_1 = h_2 = \frac{1}{3}$. Узловой вектор имеет следующий вид: $\{0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1\}$. Используйте программу `circle.zip`. Значение параметра r определяется с помощью заданного в интерфейсе радиуса окружности.

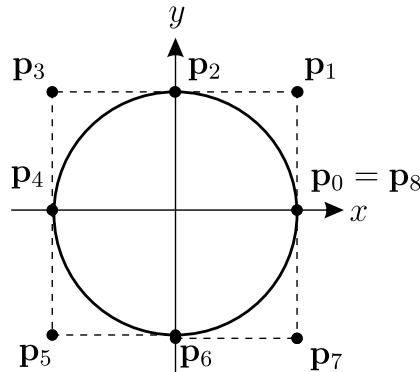


Рис. 2: NURBS-окружность, построенная на базе 9 контрольных точек, расположенных на границе описанного квадрата

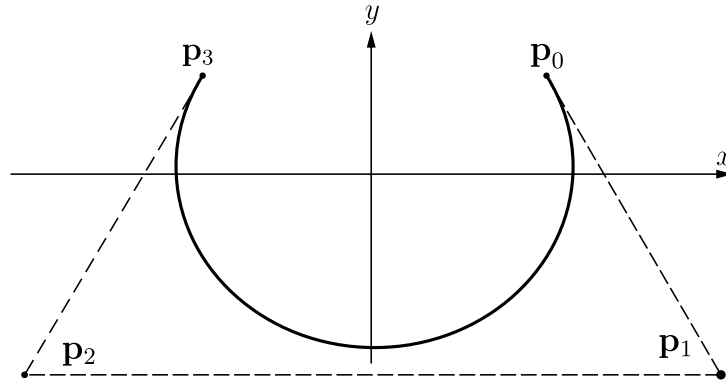


Рис. 3: Дуга единичной окружности размером 240° , построенная с помощью NURBS-кривой с положительными весами

Гузун: Напишите программу для построения окружности с помощью NURBS-кривой на базе девяти контрольных точек, лежащих на границе описанного квадрата (рис. 2). Узловой вектор имеет следующий вид: $\{0, 0, 0, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \pi, \pi, \frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, 2\pi, 2\pi, 2\pi\}$. Веса контрольных точек равны $h_i = 1$, если i — чётное и $h_i = \frac{\sqrt{2}}{2}$, если i — нечётное. Используйте программу `circle.zip`.

Изрипов: Напишите программу для построения дуги единичной окружности размером 240° с помощью рациональной кривой Безье с центром в начале координат (рис. 3). Однородные координаты контрольных точек равны: $\mathbf{p}_0 = (a, \frac{1}{2}, 1)$, $\mathbf{p}_1 = (\frac{1}{3}a, -\frac{1}{2}, 0)$, $\mathbf{p}_2 = (-\frac{1}{3}a, -\frac{1}{2}, 0)$, $\mathbf{p}_3 = (-a, \frac{1}{2}, 1)$, где $a = \cos 30^\circ$. Используйте программу `unitCircle.zip`.

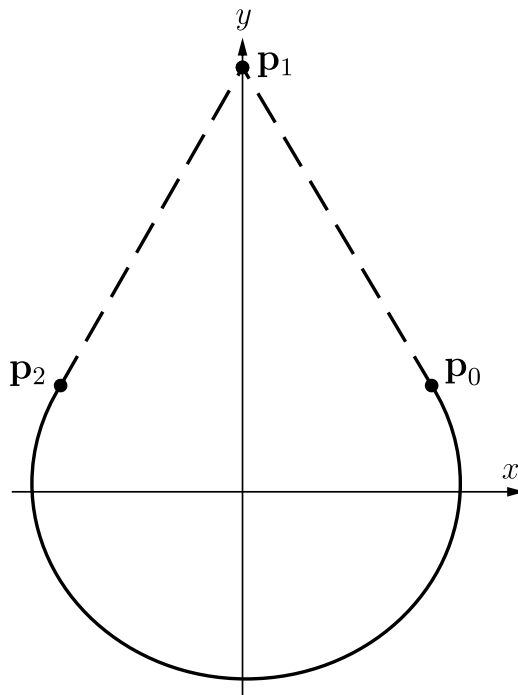


Рис. 4: Дуга единичной окружности размером 240° , построенная с помощью рациональной кривой Безье с отрицательным значением веса

Кузьмина: Напишите программу для построения дуги единичной окружности размером 240° с помощью рациональной кривой Безье с центром в начале координат (рис. 4) на базе точек $\mathbf{p}_0 = (a, \frac{1}{2})$, $\mathbf{p}_1 = (0, 2)$, $\mathbf{p}_2 = (-a, \frac{1}{2})$, где $a = \cos 30^\circ$, и весов: $h_0 = h_2 = 1$, $h_1 = -\frac{1}{2}$. Используйте программу `unitCircle.zip`.

Леднева: Напишите программу построения эрмитового кубического сплайна кривой для случая, когда касательные вектора во внутренних контрольных точках \mathbf{p}_k рассчитываются по формуле:

$$\mathbf{p}'_k = \frac{1}{2} (1 - t) [(1 + b) (1 - c) (\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_{k-1}) + (1 - b) (1 + c) (\mathbf{p}_{k+1} - \mathbf{p}_k)] .$$

Предусмотрите возможность изменения параметров t, b, c в интерфейсе. Они могут принимать как положительные, так и отрицательные значения. Касательные вектора на краях сплайна получаются из условия, что в этих точках третьи производные радиус-вектора обращаются в нуль:

$$\begin{aligned} \mathbf{p}'_0 &= 2 (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0) - \mathbf{p}'_1, \\ \mathbf{p}'_n &= 2 (\mathbf{p}_n - \mathbf{p}_{n-1}) - \mathbf{p}'_{n-1}. \end{aligned}$$

Используйте программу л.р. № 1.

Максимов: Напишите программу для построения единичной полуокружности с помощью рациональной кривой Безье с центром в начале координат на базе точек с однородными координатами $\mathbf{p}_0 = (2, 0, 2)$, $\mathbf{p}_1 = (0, 2, 0)$, $\mathbf{p}_2 = (-2, 0, 2)$. Используйте программу `unitCircle.zip`.

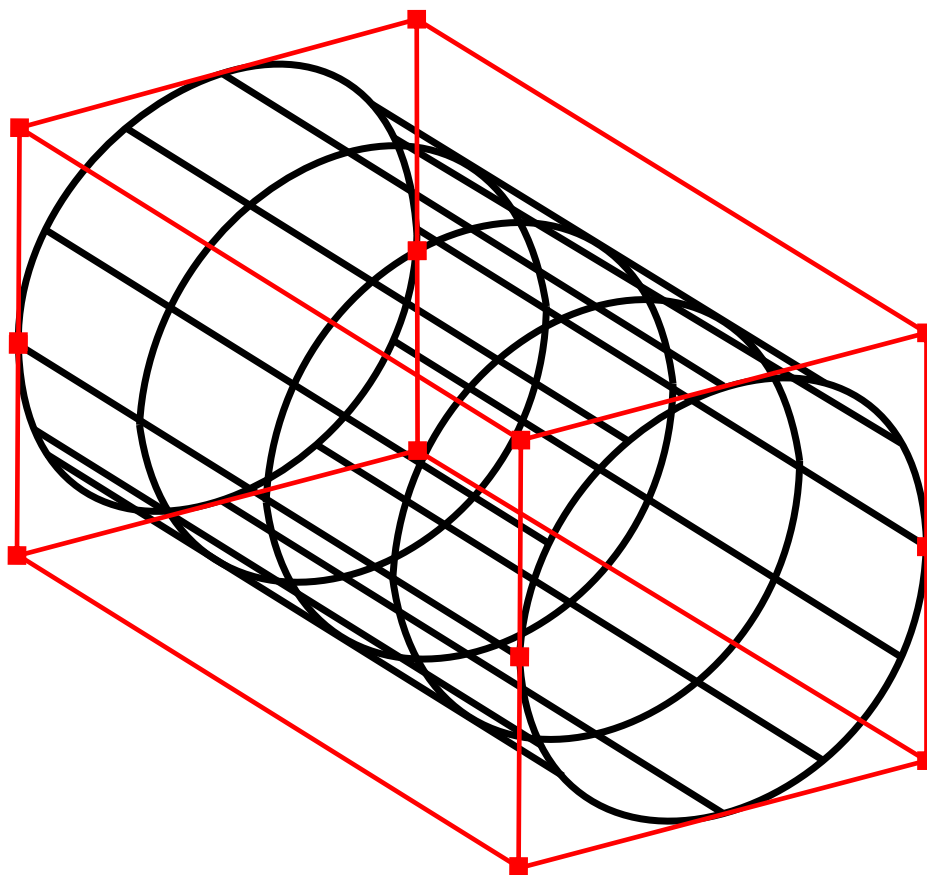


Рис. 5: Цилиндрическая NURBS-поверхность

Петруша: Воспользовавшись любым способом построения окружности с помощью NURBS-кривых, описанных в вариантах у Гузун, Узденова (группа ФН11-62Б) или Шукаева (группа ФН11-62Б), напишите программу построения NURBS-поверхности цилиндра, ось которого параллельна одной из координатных осей. Координаты центра основания, радиус и высота цилиндра должны задаваться как параметры в программе. На рис. 5 показан один из вариантов задания контрольных точек и контрольного полиэдра для построения этой поверхности. Для построения этой NURBS-поверхности, вдоль осевого направления цилиндра используйте В-сплайн первой степени и вектор узлов $[0, 0, 1, 1]$. Воспользуйтесь программой л.р. № 2 (Примечание: координаты контрольных точек задаются в функции `generateControlPoints`).

(x, y, z, h)	(x, y, z, h)	(x, y, z, h)
$(-2, -1, 0, 1)$	$(0, 0, 2, 0)$	$(2, -1, 0, 1)$
$(-3, 0, 0, 1)$	$(0, 0, 3, 0)$	$(3, 0, 0, 1)$
$(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, 0, 1)$	$(0, 0, \frac{3}{2}, 0)$	$(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, 0, 1)$
$(-2, 1, 0, 1)$	$(0, 0, 2, 0)$	$(2, 1, 0, 1)$

Таблица 1: Данные для построения поверхности вращения (передняя половина)

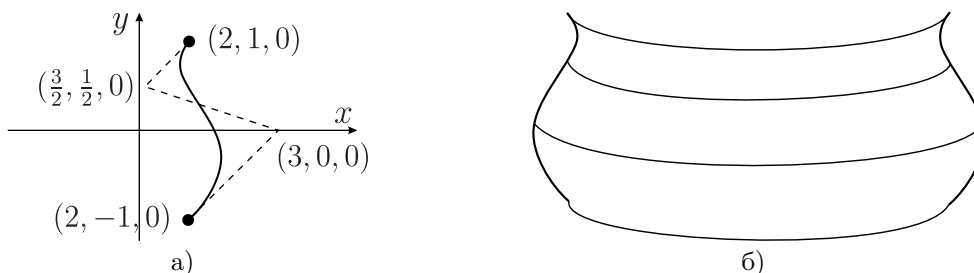


Рис. 6: Поверхность вращения: а) образующий профиль и (x, y, z) -координаты его контрольных точек; б) передняя половина поверхности

Проскурин: Напишите программу для построения поверхности вращения, профиль которой определяется кривой Безье в плоскости xy на базе 4-х точек (см. рис. 6), а сама поверхность формируется вращением профиля вокруг оси y . Половину этой поверхности, точки которой имеют положительные координаты z , можно построить с помощью рациональной поверхности Безье по контрольным точкам, однородные координаты которых приведены в табл. 1. Вторую половину постройте аналогичным способом, отразив контрольные точки относительно плоскости xy . Используйте шаблон программы л.р. № 2 (Примечание: координаты контрольных точек задаются в функции `generateControlPoints`).

Семенихина: Напишите программу построения естественного кубического сплайна замкнутой кривой с циклическими краевыми условиями. Используйте программу л.р. № 1.

Умарова: Напишите программу построения естественного кубического сплайна замкнутой кривой с ациклическими краевыми условиями. Используйте программу л.р. № 1.

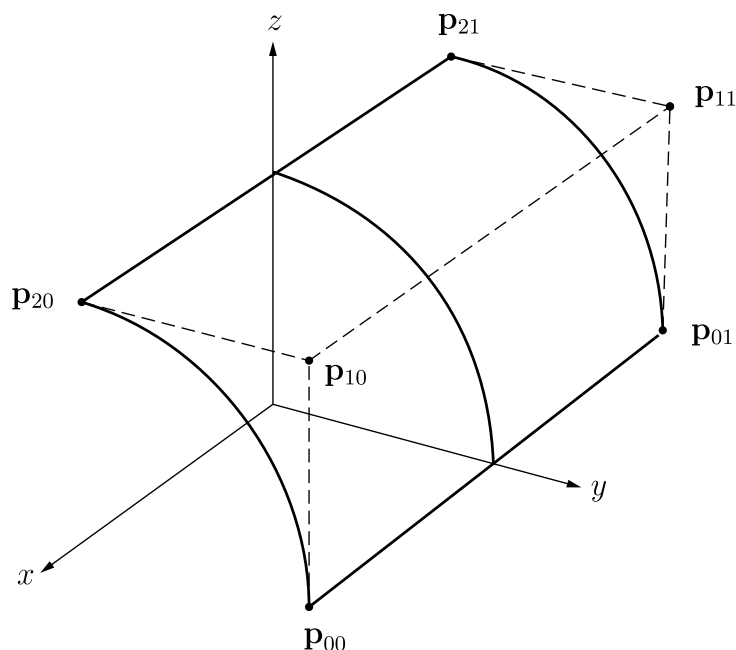


Рис. 7: Четверть поверхности цилиндра, построенная с помощью рациональной поверхности Безье

Фазлов: Используя любой способ построения окружности с помощью NURBS-кривых, описанных в вариантах у Гузун, Узденова (группа ФН11-62Б) или Шукаева (группа ФН11-62Б), создайте NURBS-поверхность усеченного конуса, ось которого параллельна одной из координатных осей. Координаты центра основания, радиусы и высота задаются как параметры в программе. На рис. 5 показан один из вариантов задания контрольных точек и характеристического многогранника для построения поверхности цилиндра. Для построения NURBS-поверхности, вдоль осевого направления усеченного конуса используйте В-сплайн первой степени и вектор узлов $[0, 0, 1, 1]$. Используйте программу л.р. № 2 (Примечание: координаты контрольных точек задаются в функции `generateControlPoints`).

Хоменков: Напишите программу, которая строит четверть поверхности цилиндра с помощью рациональной поверхности Безье (рис. 7). Рациональная поверхность Безье строится на базе точек, имеющих однородные координаты $\mathbf{p}_{00} = (1, 1, 0, 1)$, $\mathbf{p}_{10} = (1, 1, 1, 1)$, $\mathbf{p}_{20} = (2, 0, 2, 2)$, $\mathbf{p}_{01} = (-1, 1, 0, 1)$, $\mathbf{p}_{11} = (-1, 1, 1, 1)$, $\mathbf{p}_{21} = (-2, 0, 2, 2)$. Воспользуйтесь программой л.р. № 2 (Примечание: координаты контрольных точек задаются в функции `generateControlPoints`).

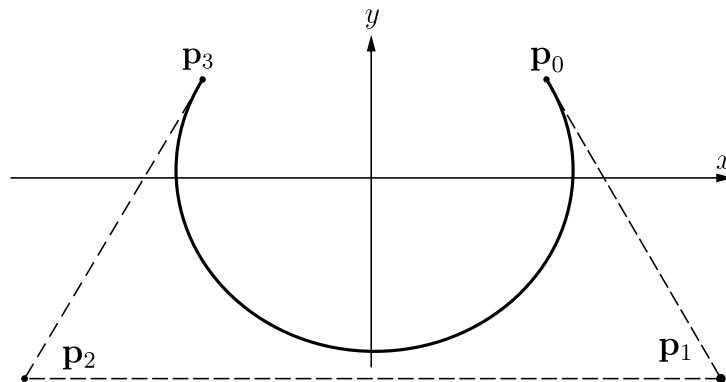


Рис. 8: Дуга единичной окружности размером 240° , построенная с помощью NURBS-кривой с положительными весами

Штенцов: Напишите программу для построения дуги единичной окружности размером 240° с помощью NURBS-кривой с центром в начале координат (рис. 3). Однородные координаты контрольных точек равны: $\mathbf{p}_0 = (a, \frac{1}{2}, 1)$, $\mathbf{p}_1 = (\frac{1}{3}a, -\frac{1}{2}, 0)$, $\mathbf{p}_2 = (-\frac{1}{3}a, -\frac{1}{2}, 0)$, $\mathbf{p}_3 = (-a, \frac{1}{2}, 1)$, где $a = \cos 30^\circ$. Узловой вектор имеет следующий вид: $\{0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1\}$. Используйте программу `unitCircle.zip`.