

Домашнее задание №1 «Математические модели геометрических объектов»

к.ф.-м.н., доц. каф. ФН-11, Захаров Андрей Алексеевич,
ауд.: 930а(УЛК)
моб.: 8-910-461-70-04,
email: azaharov@bmstu.ru

25 марта 2024 г.

1 Описание.

Во всех заданиях обязательно использование библиотеки `canvas` для вывода графики. Результатом работы программ должен являться вывод заданного количества точек сплайна.

По результатам выполнения домашнего задания необходимо написать отчёт и выслать его преподавателю. Отчёт обязательно должен содержать:

1. Формулировку задания.
2. Основные формулы, которые использовались для выполнения задания.
3. Рисунки с результатами работы программы и кратким комментарием, что на них изображено.
4. Часть кода программы, в которой выполняются основные построения.

2 Задания

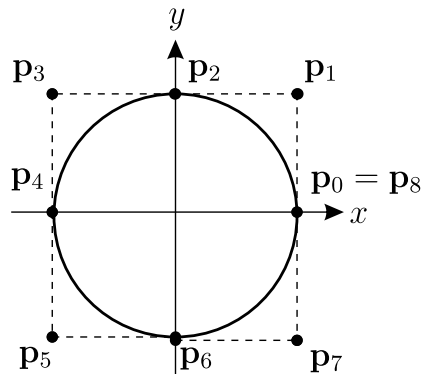


Рис. 1: NURBS-окружность, построенная на базе 9 контрольных точек, расположенных на границе описанного квадрата

Алымова: Напишите программу для построения окружности с помощью NURBS-кривой на базе девяти контрольных точек, лежащих на границе описанного квадрата (рис. 1). Узловой вектор имеет следующий вид: $\{0, 0, 0, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \pi, \pi, \frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, 2\pi, 2\pi, 2\pi\}$. Веса контрольных точек равны $h_i = 1$, если i — чётное и $h_i = \frac{\sqrt{2}}{2}$, если i — нечётное. Используйте программу `circle.zip`.

Буданов: Напишите программу построения естественного кубического сплайна замкнутой кривой с ациклическими краевыми условиями. Используйте программу л.р. № 1.

Будин: Напишите программу построения естественного кубического сплайна замкнутой кривой с циклическими краевыми условиями. Используйте программу л.р. № 1.

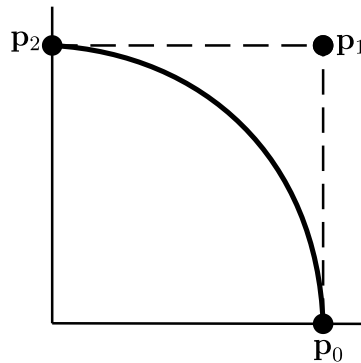


Рис. 2: Четверть окружности, построенная с помощью рациональной кривой Безье

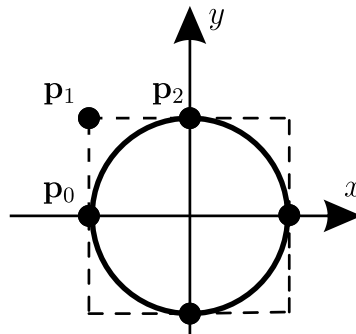


Рис. 3: Окружность, построенная с помощью рациональной кривой Безье

Вяленко: Напишите программу для построения четверти единичной окружности с помощью рациональной кривой Безье с центром в начале координат (рис. 2) на базе точек с однородными координатами $\mathbf{p}_0 = (2, 0, 2)$, $\mathbf{p}_1 = (1, 1, 1)$, $\mathbf{p}_2 = (0, 1, 1)$. Используйте программу `unitCircle.zip`.

Григорян: На рис 3 приведена окружность, вписанная в квадрат. Одну четверть этой окружности можно нарисовать с помощью рационального сплайна Безье на базе точек \mathbf{p}_0 , \mathbf{p}_1 , \mathbf{p}_2 и весов: $h_0 = h_2 = 1$, $h_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Тогда окружность целиком может быть нарисована как совокупность четырёх дуг, причём каждая из них базируется на трёх точках. Для заданного положения центра окружности и её радиуса рассчитайте координаты контрольных точек и нарисуйте эту окружность с помощью рациональных сплайнов Безье. Используйте программу `circle.zip`.

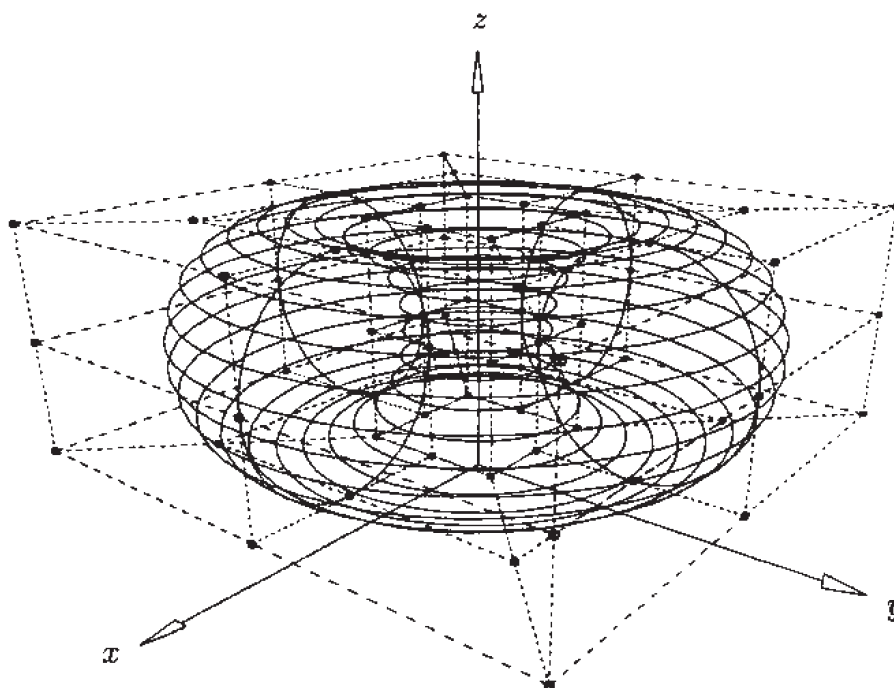


Рис. 4: Тороидальная NURBS-поверхность

Дубровский: Постройте и визуализируйте геометрию поверхности горения твердотопливного заряда.

Каширин: Используя любой из способов построения окружности с помощью NURBS-кривых, описанных в вариантах у студентов Алымовой, Саяпина, или Степанова, напишите программу построения NURBS-поверхности тора, ось вращения которого параллельна одной из координатных осей и сечение которого имеет заданный радиус. На рис. 4 показан один из вариантов задания контрольных точек и контрольного полиэдра для построения этой поверхности. Используйте программу л.р. № 2 (Примечание: координаты контрольных точек задаются в функции `generateControlPoints`).

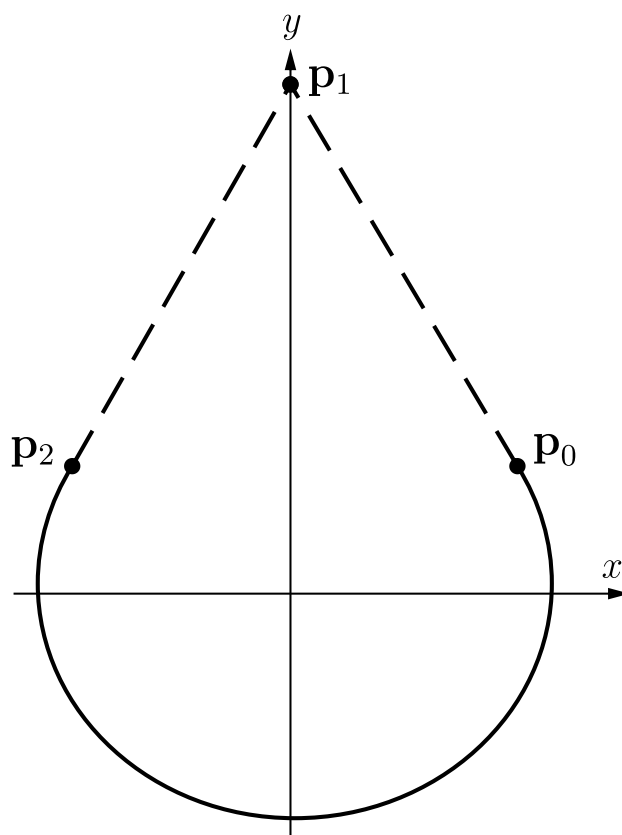


Рис. 5: Дуга единичной окружности размером 240° , построенная с помощью NURBS-кривой с отрицательным значением веса

Попереков: Напишите программу для построения дуги единичной окружности размером 240° с помощью NURBS-кривой с центром в начале координат (рис. 5) на базе точек $\mathbf{p}_0 = (a, \frac{1}{2})$, $\mathbf{p}_1 = (0, 2)$, $\mathbf{p}_2 = (-a, \frac{1}{2})$, где $a = \cos 30^\circ$, и весов: $h_0 = h_2 = 1$, $h_1 = -\frac{1}{2}$. Узловой вектор имеет следующий вид: $\{0, 0, 0, 1, 1, 1\}$. Используйте программу `unitCircle.zip`.

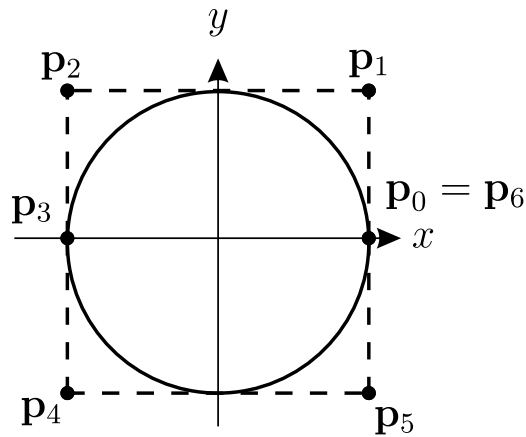


Рис. 6: NURBS-окружность, построенная на базе 7 контрольных точек, расположенных на границе описанного квадрата

Саяпин: Напишите программу построения окружности с помощью NURBS-кривой на базе семи контрольных точек, лежащих на границе описанного квадрата (рис. 6). Узловой вектор имеет следующий вид: $[0, 0, 0, 1, 2, 2, 3, 4, 4, 4]$. Контрольных точки имеют веса: $h_0 = h_3 = h_6 = 1$, $h_1 = h_2 = h_4 = h_5 = \frac{1}{2}$. Используйте программу `circle.zip`.

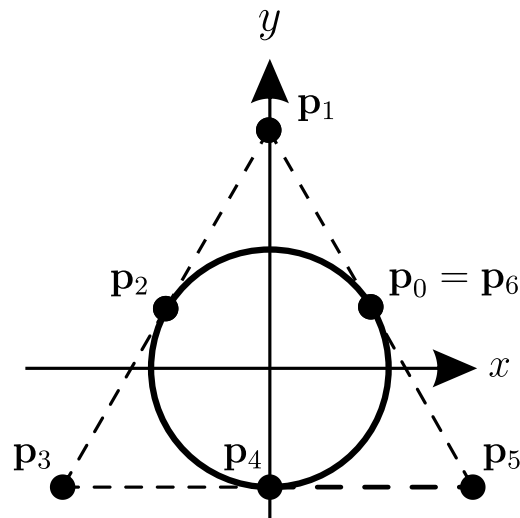


Рис. 7: NURBS-окружность, построенная на базе 7 контрольных точек, расположенных на границе описанного треугольника

Степанов: Напишите программу для построения окружности с помощью NURBS-кривой на базе семи контрольных точек, лежащих на границе описанного треугольника (рис. 7). Узловой вектор имеет следующий вид: $[0, 0, 0, \frac{2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, 2\pi, 2\pi, 2\pi]$. Веса контрольных точек $h_i = 1$, если i — чётное и $h_i = \frac{1}{2}$, если i — нечётное. Используйте программу `circle.zip`.

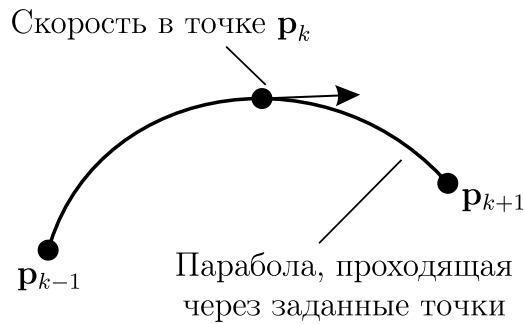


Рис. 8: Задание касательного вектора с помощью параболы, проходящей через три соседние контрольные точки

Удовиченко: Напишите программу построения эрмитового кубического сплайна кривой для случая, когда касательные вектора во внутренних контрольных точках \mathbf{p}_k рассчитываются с помощью построения единственной параболы, проходящей через три точки \mathbf{p}_{k-1} , \mathbf{p}_k , \mathbf{p}_{k+1} (рис. 8). А касательные вектора на краях сплайна получаются из условия, что в этих точках третьи производные радиус-вектора обращаются в нуль:

$$\begin{aligned}\mathbf{p}'_0 &= 2(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0) - \mathbf{p}'_1, \\ \mathbf{p}'_n &= 2(\mathbf{p}_n - \mathbf{p}_{n-1}) - \mathbf{p}'_{n-1}.\end{aligned}$$

Используйте программу л.р. № 1.

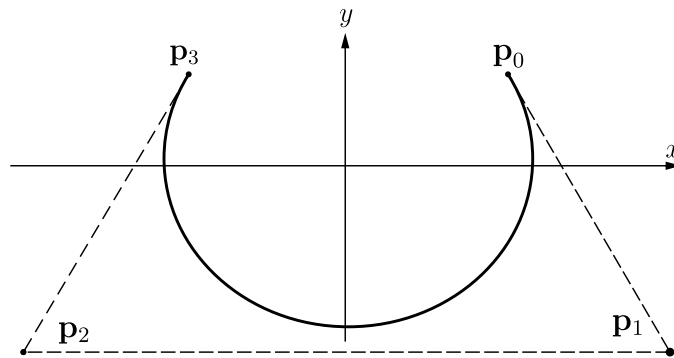


Рис. 9: Дуга единичной окружности размером 240° , построенная с помощью NURBS-кривой с положительными весами

Яковлев: Напишите программу для построения дуги окружности размером 240° с помощью NURBS-кривой с центром в начале координат (рис. 9) на базе точек $\mathbf{p}_0 = (0, -1)$, $\mathbf{p}_1 = (4, -1)$, $\mathbf{p}_2 = (2, 3)$, $\mathbf{p}_3 = (-2, 3)$, $\mathbf{p}_4 = (-4, -1)$, $\mathbf{p}_5 = (0, -1)$ и весов: $h_0 = h_5 = 5$, $h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = 1$. Используйте программу `unitCircle.zip`.