

Презентация к лабораторной работе 6

Задача об эпидемии

Аристова А.О.

08 марта 2024

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

- Аристова Арина Олеговна
- студентка группы НФбд-01-21
- Российский университет дружбы народов
- 1032216433@rudn.ru
- <https://github.com/aoaristova>



Вводная часть

Рассмотреть простейшую модель эпидемии, построить ее для двух случаев на языках Julia и Modelica.

Вариант 4

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N = 9000$) в момент начала эпидемии ($t = 0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 70$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 10$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$.

Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае:

1. если $I(0) \leq I_*$
2. если $I(0) > I_*$

Теоретическое введение

Julia – высокоуровневый язык, который разработан для научного программирования. Язык поддерживает широкий функционал для математических вычислений и работы с большими массивами данных[1].

OpenModelica — свободное открытое программное обеспечение для моделирования, симуляции, оптимизации и анализа сложных динамических систем. Основано на языке Modelica. Активно развивается Open Source Modelica Consortium, некоммерческой неправительственной организацией. Open Source Modelica Consortium является совместным проектом RISE SICS East AB и Линчёпингского университета. По своим возможностям приближается к таким вычислительным средам как Matlab Simulink, Scilab xCos, имея при этом значительно более удобное представление системы уравнений исследуемого блока [2].

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначаемая через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни[3,4].

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S & , \text{если } I(t) > I^* \\ 0 & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} -\alpha S - \beta I & , \text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{dI}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α, β , - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0) = 0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \leq I^*$ и $I(0) > I^*$ [4]

Выполнение лабораторной работы

Определение варианта

Мой вариант лабораторной работы: 4. Я получила его по заданной формуле:

```
print(f'Мой вариант :{(1032216433 % 70) + 1}')
```



The screenshot shows a terminal window with two tabs: 'main (1)' and 'main (1) x'. The active tab 'main (1)' displays the output of a Python program. The program's output is 'Мой вариант :4', which is the result of the formula $(1032216433 \% 70) + 1$. Below the output, the terminal shows 'Process finished with exit code 0'.

```
C:\Users\arist\PycharmProjects\vychislitelnie_syste  
Мой вариант :4  
  
Process finished with exit code 0
```

Рис. 1: Определение варианта.

Затем я написала 2 программы для каждого из случаев на языке Julia:

Вот листинг первой программы для случая $I(0) \leq I^*$. Проблема заключается аналогично предыдущим лабораторным работам в решении одногодного дифференциального уравнения. Решение этой проблемы и отображается на графике.


```
using Plots
```

```
using DifferentialEquations
```

```
N = 9000    # проживающих на острове
```

```
I0 = 70     # число заболевших, являющихся распространителями инфекции
```

```
R0 = 10     # здоровых людей с иммунитетом к болезни
```

```
S0 = N - I0 - R0    # число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых,
```

```
a = 0.01    # коэффициент заболеваемости
```

```
b = 0.02    # коэффициент выздоровления
```

```
#  $I(0) \leq I^*$ 
```

```
function func(du, u, p, t)
```

```
    S, I, R = u
```

```
    du[1] = 0
```

```
    du[2] = -b*u[2]
```

```
    du[3] = b*u[2]
```

```
end
```

```
v0 = [S0, I0, R0]
tspan = (0.0, 55.0)
problem = ODEProblem(func, v0, tspan)
solution = solve(problem, dtmax=0.05)
S=[u[1] for u in solution.u]
I=[u[2] for u in solution.u]
R=[u[3] for u in solution.u]
T=[t for t in solution.t]
```

```
plt = plot(dpi=700, bg=:lightgrey, legend=true)
plot!(plt, title="Случай 1:  $I(0) \leq I^*$ ", legend=:right)
plot!(plt, T, I, label="Распространители болезни", color=:red)
plot!(plt, T, S, label="Особь, восприимчивые к болезни", color=:blue)
plot!(plt, T, R, label="Особь с иммунитетом к болезни", color=:green)

savefig(plt, "lab6_1.png")
```

Полученный результат:

На графиках отражена зависимость трех групп: инфицированных особей, рискующих заразиться особей и имеющих иммунитет особей.

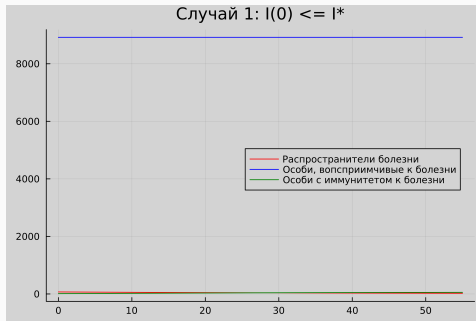


Рис. 2: Результат первой программы для случая $I(0) \leq I^*$ на Julia

Вот листинг второй программы для случая $I(0) > I^*$.

```
using Plots
```

```
using DifferentialEquations
```

```
N = 9000    # проживающих на острове
```

```
I0 = 70     # число заболевших, являющихся распространителями инфекции
```

```
R0 = 10     # здоровых людей с иммунитетом к болезни
```

```
S0 = N - I0 - R0    # число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых,
```

```
a = 0.01    # коэффициент заболеваемости
```

```
b = 0.02    # коэффициент выздоровления
```

```
#  $I(0) > I^*$   
function func(du, u, p, t)  
    S,I,R = u  
    du[1] = -a*u[1]  
    du[2] = a*u[1]-b*u[2]  
    du[3] = b*u[2]  
end
```

```
v0 = [S0, I0, R0]
tspan = (0.0, 55.0)
problem = ODEProblem(func, v0, tspan)
solution = solve(problem, dtmax=0.05)
S=[u[1] for u in solution.u]
I=[u[2] for u in solution.u]
R=[u[3] for u in solution.u]
T=[t for t in solution.t]
```



```
plt = plot(dpi=700, bg=:lightgrey, legend=true)
plot!(plt, title="Случай 2:  $I(0) > I^*$ ", legend=:best)
plot!(plt, T, I, label="Распространители болезни", color=:red)
plot!(plt, T, S, label="Особь, восприимчивые к болезни", color=:blue)
plot!(plt, T, R, label="Особь с иммунитетом к болезни", color=:green)

savefig(plt, "lab6_2.png")
```

Полученный результат:

На графиках отражена зависимость трех групп: инфицированных особей, рискующих заразиться особей и имеющих иммунитет особей.

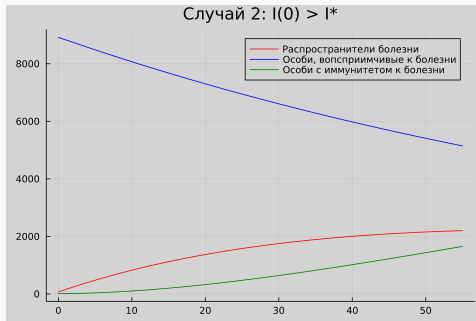


Рис. 3: результат второй программы для случая $I(0) > I^*$ на Julia

Затем я написала необходимые программы для каждого из случаев для получения решений на языке Modelica в OpenModelica:

Вот листинг первой программы для случая $I(0) \leq I^*$. Проблема заключается аналогично предыдущим лабораторным работам в решении одногодного дифференциального уравнения. Решение этой проблемы и отображается на графике.

```
model lab6_1
  Real N = 9000;
  Real S;
  Real I;
  Real R;

  Real a = 0.01;
  Real b = 0.02;
```

initial equation

$I = 70;$

$R = 10;$

$S = N - I - R;$

equation

$\text{der}(S) = 0;$

$\text{der}(I) = -b*I;$

$\text{der}(R) = b*I;$

end lab6_1;

Полученный результат:

На графиках отражена зависимость трех групп: инфицированных особей, рискующих заразиться особей и имеющих иммунитет особей.

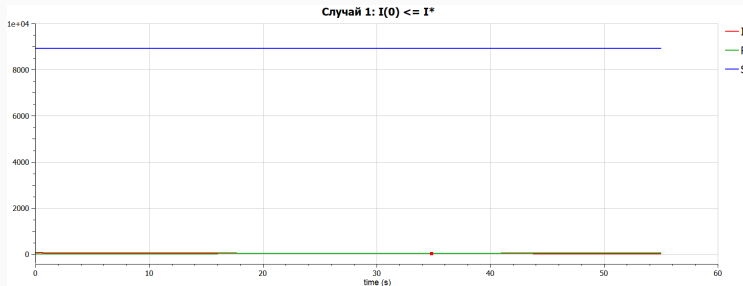


Рис. 4: Результат первой программы для случая $I(0) \leq I^*$ на Modelica

Полученный результат:

На графиках отражена зависимость трех групп: инфицированных особей, рискующих заразиться особей и имеющих иммунитет особей.

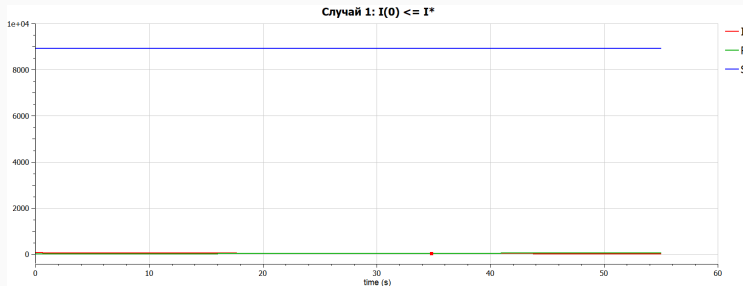


Рис. 5: Листинг первой программы для случая $I(0) \leq I^*$ на Modelica

Вот листинг второй программы для случая $I(0) > I^*$.

```
model lab6_2
  Real N = 9000;
  Real S;
  Real I;
  Real R;

  Real a = 0.01;
  Real b = 0.02;
```


initial equation

$I = 70;$

$R = 10;$

$S = N - I - R;$

equation

$\text{der}(S) = -a*S;$

$\text{der}(I) = a*S - b*I;$

$\text{der}(R) = b*I;$

end lab6_2;

Полученный результат:

На графиках отражена зависимость трех групп: инфицированных особей, рискующих заразиться особей и имеющих иммунитет особей.

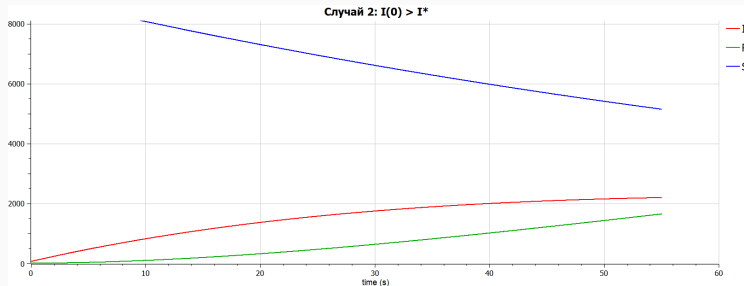


Рис. 6: Листинг второй программы для случая $I(0) > I^*$ на Modelica

Выводы

В результате проделанной мною работы, были получены графики моделей эпидемии для различных случаев, на графиках отражена зависимость трех групп: инфицированных особей, рискующих заразиться особей и имеющих иммунитет особей.

Если говорить о сравнении языков, то можно отметить, что построение модели эпидемии на Modelica требует использования меньшего количества строк, чем аналогичное построение на Julia. Это происходит потому, что построение на Modelica происходит как раз относительно времени, что и говорит нам о том, что Modelica именно предназначена для подобных задач.

Так же можно отметить, что построенные на двух языках графики получились аналогичными по содержанию, что сигнализирует о корректности исполнения.

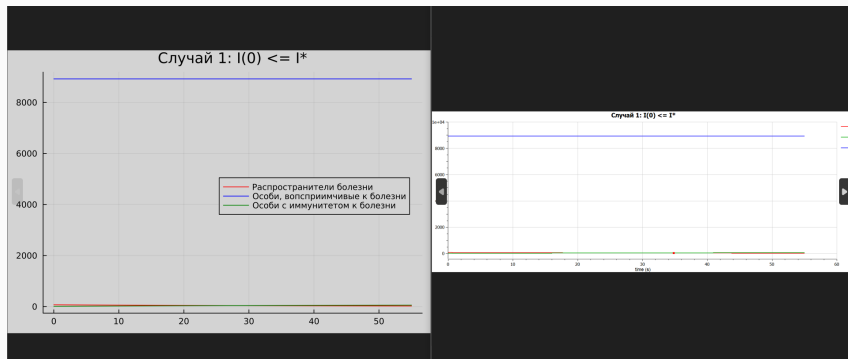


Рис. 7: Сравнение графиков для случая $I(0) \leq I^*$.

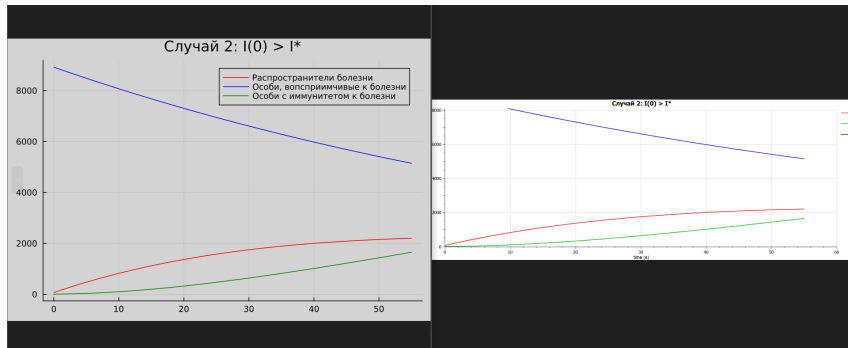


Рис. 8: Сравнение графиков для случая $I(0) > I^*$.

В ходе и по результатам выполнения лабораторной работы мною была изучена и построена простейшая модель эпидемии на двух языках: Julia и Modelica.

- [1] Документация по Julia: <https://docs.julialang.org/en/v1/>
- [2] Документация по OpenModelica: <https://openmodelica.org/>
- [3] Простейшая модель эпидемии: <https://studfile.net/preview/5845326/page:13/>
- [4] Материалы к лабораторной работе