

# **Отчёт по лабораторной работе 6**

**Задача об эпидемии**

Аристова Арина Олеговна

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>6</b>
2.1	Вариант 4 . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Теоретическое введение</b>	<b>7</b>
3.1	Справка о языках программирования . . . . .	7
3.2	Задача об эпидемии . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>10</b>
4.1	Выполнение на Julia . . . . .	10
4.2	Выполнение на Modelica . . . . .	14
<b>5</b>	<b>Анализ полученных результатов</b>	<b>17</b>
<b>6</b>	<b>Выводы</b>	<b>19</b>
	<b>Список литературы. Библиография</b>	<b>20</b>

## Список иллюстраций

4.1	Определение варианта. . . . .	10
4.2	Результат первой программы для случая $I(0) \leq I^*$ на Julia . . . .	12
4.3	Результат второй программы для случая $I(0) > I^*$ на Julia . . . .	14
4.4	Результат первой программы для случая $I(0) \leq I^*$ на Modelica . .	15
4.5	Результат второй программы для случая $I(0) > I^*$ на Modelica . .	16
5.1	Сравнение графиков для случая $I(0) \leq I^*$ . . . . .	17
5.2	Сравнение графиков для случая $I(0) > I^*$ . . . . .	18

## Список таблиц

# 1 Цель работы

Цель:

Рассмотреть простейшую модель эпидемии, построить ее для двух случаев на языках Julia и Modelica.

## 2 Задание

### 2.1 Вариант 4

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ( $N = 9000$ ) в момент начала эпидемии ( $t = 0$ ) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции)  $I(0) = 70$ , А число здоровых людей с иммунитетом к болезни  $R(0) = 10$ . Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени  $S(0) = N - I(0) - R(0)$ .

Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае:

1. если  $I(0) \leq I^*$
2. если  $I(0) > I^*$

## 3 Теоретическое введение

### 3.1 Справка о языках программирования

Julia – высокоуровневый язык, который разработан для научного программирования. Язык поддерживает широкий функционал для математических вычислений и работы с большими массивами данных[1].

OpenModelica — свободное открытое программное обеспечение для моделирования, симуляции, оптимизации и анализа сложных динамических систем. Основано на языке Modelica. Активно развивается Open Source Modelica Consortium, некоммерческой неправительственной организацией. Open Source Modelica Consortium является совместным проектом RISE SICS East AB и Линчёпингского университета. По своим возможностям приближается к таким вычислительным средам как Matlab Simulink, Scilab xCos, имея при этом значительно более удобное представление системы уравнений исследуемого блока [2].

### 3.2 Задача об эпидемии

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из  $N$  особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через  $S(t)$ . Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями ин-

фекции, обозначим их  $I(t)$ . А третья группа, обозначаемая через  $R(t)$  – это здоровые особи с иммунитетом к болезни[3,4].

До того, как число заболевших не превышает критического значения  $I^*$ , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда  $I(t) > I^*$ , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа  $S(t)$  меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S & , \text{если } I(t) > I^* \\ 0 & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} -\alpha S - \beta I & , \text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{dI}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности  $\alpha, \beta$ , - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени  $t = 0$  нет особей с иммунитетом к болезни  $R(0) = 0$ , а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей  $I(0)$  и  $S(0)$  соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо

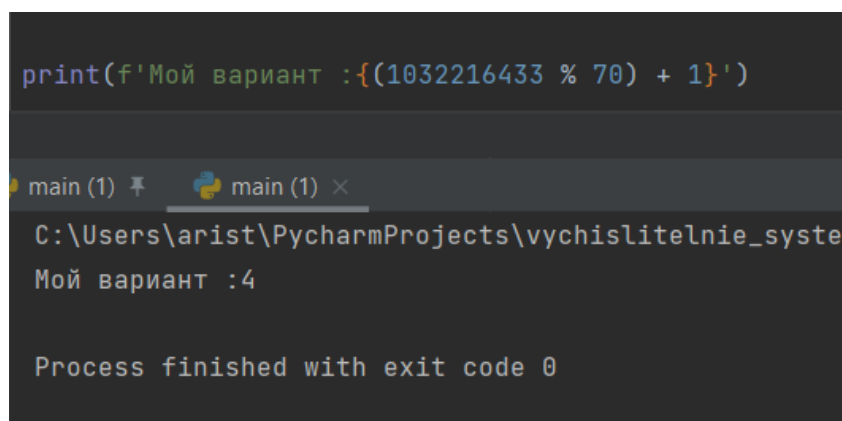


рассмотреть два случая:  $I(0) \leq I^*$  и  $I(0) > I^*$  [4]

## 4 Выполнение лабораторной работы

### 4.1 Выполнение на Julia

Мой вариант лабораторной работы: 4. Я получила его по заданной формуле:



```
print(f'Мой вариант :{(1032216433 % 70) + 1}')
```

main (1) main (1) ×

C:\Users\arist\PycharmProjects\vychislitelnie\_syste

Мой вариант :4

Process finished with exit code 0

Рис. 4.1: Определение варианта.

Затем я написала 2 программы для каждого из случаев на языке Julia:

Вот листинг первой программы для случая  $I(0) \leq I^*$ . Проблема заключается аналогично предыдущим лабораторным работам в решении одногодного дифференциального уравнения. Решение этой проблемы и отображается на графике.

```
using Plots
```

```
using DifferentialEquations
```

```
N = 9000 # проживающих на острове
```

```

I0 = 70      # число заболевших, являющихся распространителями инфекции
R0 = 10      # здоровых людей с иммунитетом к болезни
S0 = N - I0 - R0    # число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в на

a = 0.01     # коэффициент заболеваемости
b = 0.02     # коэффициент выздоровления

# I(0) <= I*

function func(du, u, p, t)
    S,I,R = u
    du[1] = 0
    du[2] = -b*u[2]
    du[3] = b*u[2]
end

v0 = [S0, I0, R0]
tspan = (0.0,55.0)
problem = ODEProblem(func, v0, tspan)
solution = solve(problem, dtmax=0.05)
S=[u[1] for u in solution.u]
I=[u[2] for u in solution.u]
R=[u[3] for u in solution.u]
T=[t for t in solution.t]

plt = plot(dpi=700, bg=:lightgrey, legend=true)
plot!(plt, title="Случай 1: I(0) <= I*", legend=:right)
plot!(plt, T, I, label="Распространители болезни", color=:red)
plot!(plt, T, S, label="Особь, восприимчивые к болезни", color=:blue)

```

```
plot!(plt, T, R, label="Особь с иммунитетом к болезни", color=:green)
```

```
savefig(plt, "lab6_1.png")
```

Полученный результат:

На графиках отражена зависимость трех групп: инфицированных особей, рискующих заразиться особей и имеющих иммунитет особей.

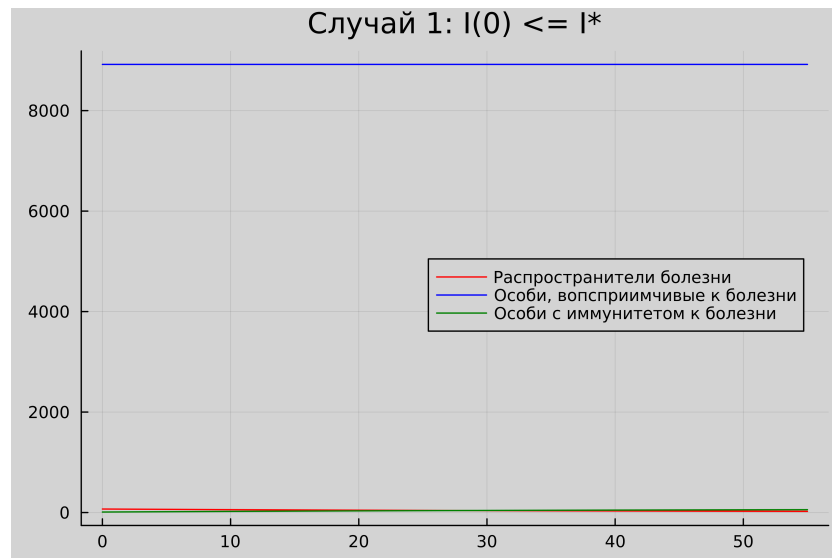


Рис. 4.2: Результат первой программы для случая  $I(0) \leq I^*$  на Julia

Вот листинг второй программы для случая  $I(0) > I^*$ .

```
using Plots
```

```
using DifferentialEquations
```

```
N = 9000 # проживающих на острове
```

```
I0 = 70 # число заболевших, являющихся распространителями инфекции
```

```
R0 = 10 # здоровых людей с иммунитетом к болезни
```

```
S0 = N - I0 - R0 # число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в на
```

```
a = 0.01 # коэффициент заболеваемости
```

```

b = 0.02      # коэффициент выздоровления

#  $I(0) > I^*$ 

function func(du, u, p, t)
    S,I,R = u
    du[1] = -a*u[1]
    du[2] = a*u[1]-b*u[2]
    du[3] = b*u[2]
end

v0 = [S0, I0, R0]
tspan = (0.0,55.0)
problem = ODEProblem(func, v0, tspan)
solution = solve(problem, dtmax=0.05)
S=[u[1] for u in solution.u]
I=[u[2] for u in solution.u]
R=[u[3] for u in solution.u]
T=[t for t in solution.t]

plt = plot(dpi=700, bg=:lightgrey, legend=true)
plot!(plt, title="Случай 2:  $I(0) > I^*$ ", legend=:best)
plot!(plt, T, I, label="Распространители болезни", color=:red)
plot!(plt, T, S, label="Особь, восприимчивые к болезни", color=:blue)
plot!(plt, T, R, label="Особь с иммунитетом к болезни", color=:green)

savefig(plt, "lab6_2.png")

```

Полученный результат:

На графиках отражена зависимость трех групп: инфицированных особей, рис-

кующих заразиться особей и имеющих иммунитет особей.

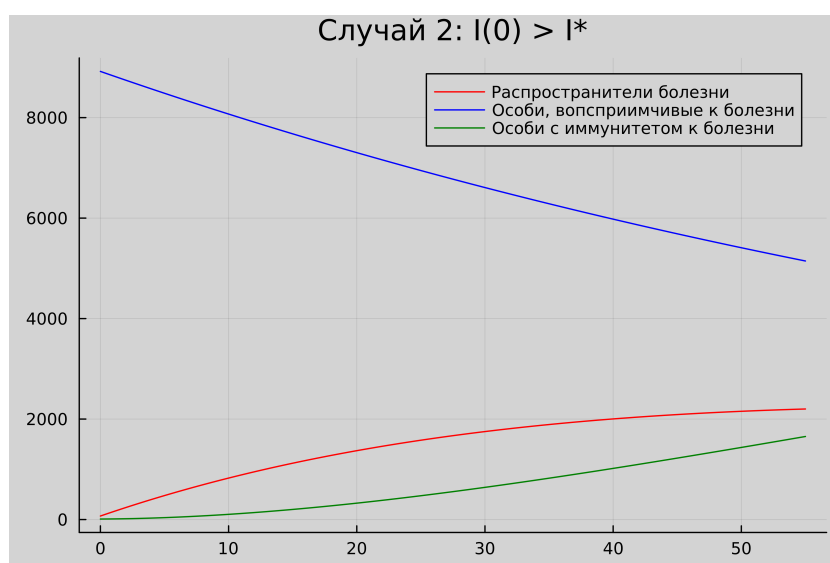


Рис. 4.3: Результат второй программы для случая  $I(0) > I^*$  на Julia

## 4.2 Выполнение на Modelica

Затем я написала необходимые программы для каждого из случаев для получения решений на языке Modelica в OpenModelica:

Вот листинг первой программы для случая  $I(0) \leq I^*$ . Проблема заключается аналогично предыдущим лабораторным работам в решении одногодного дифференциального уравнения. Решение этой проблемы и отображается на графике.

```
model lab6_1
Real N = 9000;
Real S;
Real I;
Real R;

Real a = 0.01;
```

```
Real b = 0.02;
```

```
initial equation
```

```
I = 70;
```

```
R = 10;
```

```
S = N - I - R;
```

```
equation
```

```
der(S) = 0;
```

```
der(I) = -b*I;
```

```
der(R) = b*I;
```

```
end lab6_1;
```

Полученный результат:

На графиках отражена зависимость трех групп: инфицированных особей, рискующих заразиться особей и имеющих иммунитет особей.

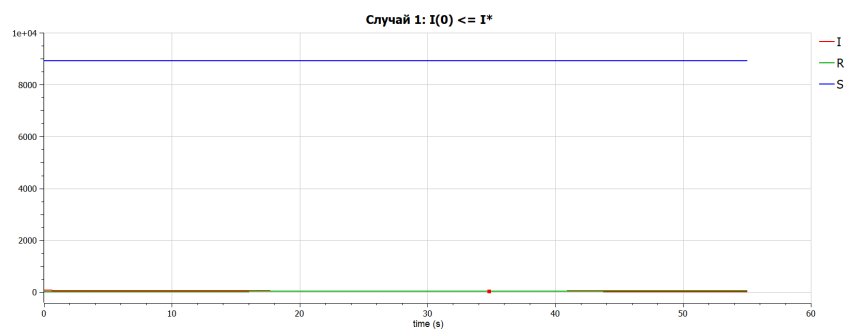


Рис. 4.4: Результат первой программы для случая  $I(0) \leq I^*$  на Modelica

Вот листинг второй программы для случая  $I(0) > I^*$ .

```
model lab6_2
```

```
Real N = 9000;
```

```
Real S;
```

```
Real I;
```

```

Real R;

Real a = 0.01;
Real b = 0.02;

initial equation
I = 70;
R = 10;
S = N - I - R;

equation
der(S) = -a*S;
der(I) = a*S-b*I;
der(R) = b*I;
end lab6_2;

```

Полученный результат:

На графиках отражена зависимость трех групп: инфицированных особей, рискующих заразиться особей и имеющих иммунитет особей.

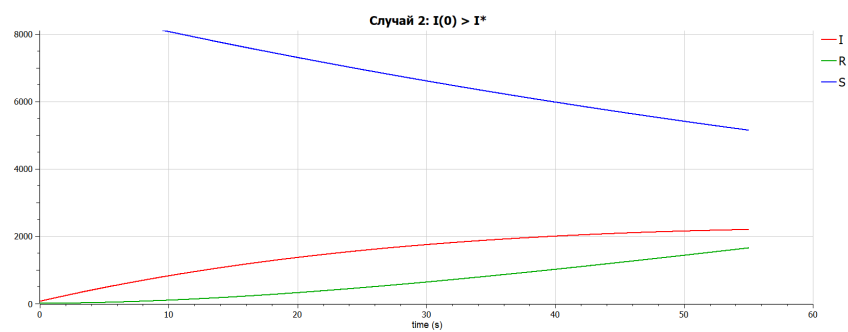


Рис. 4.5: Результат второй программы для случая  $I(0) > I^*$  на Modelica



## 5 Анализ полученных результатов

В результате проделанной мною работы, были получены графики моделей эпидемии для различных случаев, на графиках отражена зависимость трех групп: инфицированных особей, рискующих заразиться особей и имеющих иммунитет особей.

Если говорить о сравнении языков, то можно отметить, что построение модели эпидемии на Modelica требует использования меньшего количества строк, чем аналогичное построение на Julia. Это происходит потому, что построение на Modelica происходит как раз относительно времени, что и говорит нам о том, что Modelica именно предназначена для подобных задач.

Так же можно отметить, что построенные на двух языках графики получились аналогичными по содержанию, что сигнализирует о корректности исполнения.

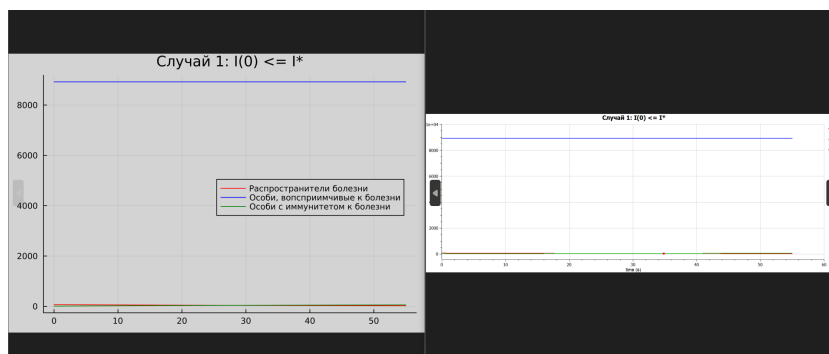


Рис. 5.1: Сравнение графиков для случая  $I(0) \leq I^*$ .

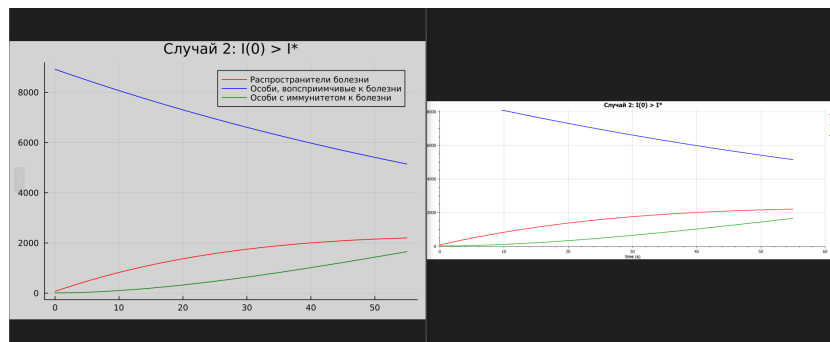


Рис. 5.2: Сравнение графиков для случая  $I(0) > I^*$ .

## 6 Выводы

В ходе и по результатам выполнения лабораторной работы мною была изучена и построена простейшая модель эпидемии на двух языках: Julia и Modelica.

## Список литературы. Библиография

- [1] Документация по Julia: <https://docs.julialang.org/en/v1/>
- [2] Документация по OpenModelica: <https://openmodelica.org/>
- [3] Простейшая модель эпидемии: <https://studfile.net/preview/5845326/page:13/>
- [4] Материалы к лабораторной работе