

Доклад

Протокол Диффи–Хеллмана для обмена ключами по открытому каналу связи.
Аналог, использующий группу общего вида

Аристова Арина Олеговна

05 декабря 2025

Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы, Москва, Россия

- Аристова Арина Олеговна
- студентка группы НФИмд-01-25
- Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы
- 1032259382@rudn.ru
- <https://github.com/aoaristova>



Почему проблема важна:

- Современные сети являются открытыми для перехвата.
- Секретный ключ нельзя передать напрямую по открытому каналу.
- До 1976 года не существовало практического решения задачи согласования ключей.

Цель: безопасно сформировать общий секретный ключ между двумя сторонами в условиях полностью наблюдаемого канала.

1976 год — прорыв в криптографии:

- У. Диффи и М. Хеллман публикуют концепцию криптографии с открытым ключом.
- Предлагается первый практический алгоритм согласования ключей.
- Появляется возможность защищённого канала обмена без предварительного общего секрета.

Основные элементы классического DH:

- Простое число p
- Генератор мультипликативной группы g
- Операция: возведение в степень по модулю p
- Односторонняя функция: $g^a \bmod p$ трудно обратить (дискретный логарифм).
- Ключевое свойство: $g^{ab} \bmod p$.

1. Общие параметры: p, g
2. Первая сторона выбирает секрет a и вычисляет $A = g^a \bmod p$
3. Вторая сторона выбирает секрет b и вычисляет $B = g^b \bmod p$
4. Обмен: $A \leftrightarrow B$
5. Общий ключ:
 - Первая сторона: $K = B^a = g^{ab} \bmod p$
 - Вторая сторона: $K = A^b = g^{ab} \bmod p$

Результат: общий секретный ключ ни разу не передается по сети.

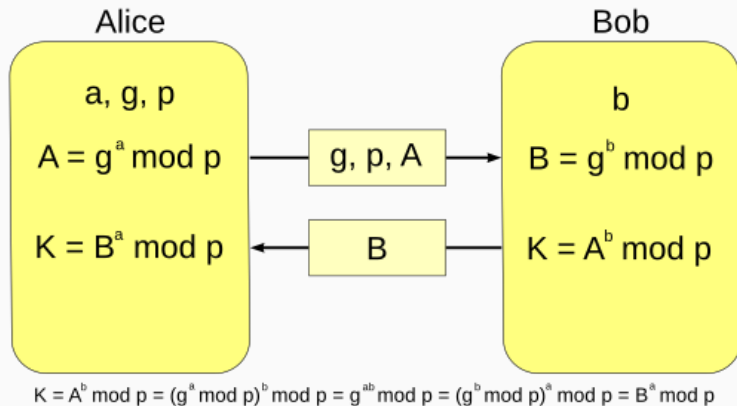


Рис. 1: Схема работы протокола Диффи-Хеллмана

Стойкость основана на:

- Сложности дискретного логарифмирования.
- Неэффективности вычисления a по g и g^a

Уязвимость:

- Протокол не обеспечивает аутентификации.
- Возможна атака «человек посередине» (MITM).

Решение: использование цифровых подписей и сертификатов.

DH используется в:

- TLS, HTTPS (включая DHE, ECDHE).
- IPsec.
- Защищённых мессенджерах (Signal, WhatsApp).
- Системах генерации симметричных ключей.

Преимущество: отсутствие необходимости предварительного обмена секретами.

Общая идея:

- Операция возведения в степень заменяется повторным применением групповой операции.
- Протокол сохраняет структуру, если выполнено свойство: $(g^a)^b = (g^b)^a$

Требования:

- Эффективность прямой операции.
- Трудность обратной задачи.

Пример: использование произвольной абелевой группы.

- Протокол Диффи–Хеллмана является фундаментальным механизмом формирования общего ключа.
- Его стойкость основана на вычислительной трудности дискретного логарифма.
- Обобщение на группы общего вида расширяет область применения и повышает эффективность.
- Эллиптические кривые являются основным современным вариантом протокола.
- Новые структуры исследуются в рамках постквантовой криптографии.