Algoritmo para solucionar las "Torres de Hanoi"*

Leonardo Flórez-Valencia[a]

[a] *Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá, Colombia*

Abstract

En este documento se presenta la escritura formal del problema "calcular la secuencia de pasos para resolver el juego de las Torres de Hanoi", junto con un algoritmo de solución.

Keywords: algoritmo, escritura formal, Torres de Hanoi.

---

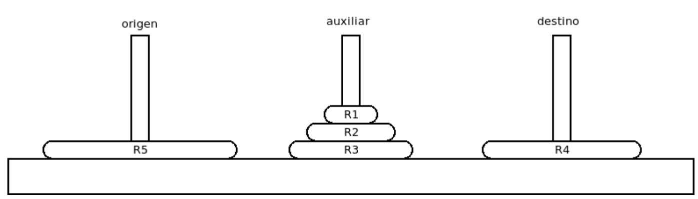
1. Análisis del problema

Se desea escribir un algoritmo informar la secuencia de pasos que resuelven el juego de las torres de Hanoi. Antes de proponer dicha solución algorítmica, primero es importante describir el juego.

Definición 1. Las Torres de Hanoi es un rompecabezas o juego matemático inventado en 1883 por el matemático francés Édouard Lucas. Es un juego de un jugador que consiste en un número de discos perforados de radio creciente que se apilan insertándose en uno de las tres torres fijadas a un tablero. El objetivo del juego es trasladar la pila a otro de los postes siguiendo las reglas:

1. solo se puede mover un disco a la vez y
2. no se puede colocar un disco más grande encima de un disco más pequeño

Un esquema de un estado del juego se presenta a continuación:



De esta descripción del juego se puede concluir:

1. La cantidad de discos es finita y contable, entonces es un número natural $n \in \mathbb{N}$.

---

*Este documento presenta la escritura formal de un algoritmo que soluciona el juego de las Torres de Hanoi.

Email address: `florez-l@javeriana.edu.co` (Leonardo Flórez-Valencia)

2. El radio exacto de cada disco es irrelevante, lo único relevante es un dato que permita ordenar los discos, entonces el radio de cada disco se puede representar con un número natural $r \in \mathbb{N}$.

2. Diseño del problema

El análisis anterior nos permite diseñar el problema: definir las entradas y salidas de un posible algoritmo de solución, que aún no está definido.

1. *Entradas*:
   a) $n \in \mathbb{N}$, la cantidad de discos.
   b) (o, d, a), una tripleta con los identificadores de las torres: ***o***rigen, ***d***estino y ***a***uxiliar.
2. *Salidas*: $S = \langle (i, j)\,; i, j \in \{o, d, a\} \rangle$ la secuencia de pasos para solucionar el juego.

3. Algoritmo de solución

El algoritmo de solución se basa en una estrategia de solución recurrente, donde se busca mover todos los discos superiores a la torre auxiliar, para luego mover el disco más grande al destino.

Algorithm 1 Solucionador de las Torres de Hanoi

Require: $n \in \mathbb{N}$, the number of disks to move
Require: $t \equiv (o, d, a)$, a tuple with the three towers (***o***rigin, ***d***estination and ***a***uxiliary)
procedure SolveTowersOfHanoi($n, t \equiv (o, d, a)$)
  if $n = 1$ **then**
    return $\langle t \rangle$
  else
    $M \leftarrow \emptyset$
    $M \leftarrow M \bigcup$ SolveTowersOfHanoi($n - 1, (o, a, d)$)
    $M \leftarrow M \bigcup$ SolveTowersOfHanoi($1, (o, d, a)$)
    $M \leftarrow M \bigcup$ SolveTowersOfHanoi($n - 1, (a, d, o)$)
    return M
  end if
end procedure

3.1. Invariante

La secuencia de movimientos se actualiza respetando las reglas del juego.

3.2. Análisis de complejidad

El algoritmo exhibe una complejidad $O\left(2^n\right)$.

3.3. Notas de implementación

La secuencia de retorno M debe ser implementada con una estructura lineal estilo "lista de tuplas". Los identificadores de las torres deben ser representados por valores finitos contables (números naturales o enteros o cadenas de caracteres).