

Формальные языки

домашнее задание до 23:59 14.05

2) $S \rightarrow aSbbbb \mid aaaSbb \mid c$

Эта грамматика задает язык $L = \{a^{n+3m}cb^{4n+2m}\}$

Заметим, что порядок применения правил не важен. Тогда можем сделать эквивалентную грамматику, в которой будем сначала применять первое правило n раз, а потом второе m раз.

$$S_1 \rightarrow aS_1bbbb \mid S_2$$

$$S_2 \rightarrow aaaS_2bb \mid c$$

Заметим, это - то что нам нужно. Докажем, что можем однозначно восстановить.

Последнее правилом было $S_2 \rightarrow c$. Пусть у нас C_a букв 'a' и C_b букв 'b'. Тогда, мы можем найти n и m , решив систему:

$$\begin{cases} n + 3m = C_a \\ 4n + 2m = C_b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10m = 4C_a - C_b \\ 20n = 6C_b - 4C_a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{4C_a - C_b}{10} \\ n = \frac{3C_b - 2C_a}{10} \end{cases}$$

Можем однозначно восстановить n и m , значит можем грамматика однозначная.

3) $F \rightarrow \varepsilon \mid aFaFbF$

Назовем это ПСП'

Это очень похоже на обычное ПСП, только вместо одной '(' - у нас будет стоять две и между этими двумя скобками можно записать такое же ПСП'.

Условия принадлежности слова языку:

ka_s - количество букв 'a' в s , kb_s - количество букв 'b' в s

1) $ka_s - 2kb_s = 0$

2) \forall префикса p выполняется, что $ka_p - 2kb_p \geq 0$

4) Пусть L_1 - язык, порожденной F , а L_2 - язык, порожденный L_2 . Сразу заметим, что слова из L_2 - слова нечетной длины, в которых на нечетных местах 'a' | 'c', а на четных 'a' | 'b'

Посмотрим какие слова из L_1 принадлежат пересечению. При выводе этих слов, мы не можем 2 раза подряд юзать правила 2 и 3, потому что тогда слова не будут принадлежать языку, порожденного второй грамматикой.

Слова пересечения будут принадлежать такой грамматике L :

$$A \rightarrow a \mid cDD \mid cCA$$

$$B \rightarrow cDA$$

$$C \rightarrow a \mid bB$$

$$D \rightarrow bA$$

Что это вообще за штука?

A - начинается с 'a' или 'c', нечетной длины.

B - начинается с 'a' или 'c', четной длины.

C - начинается с 'a' или 'b', нечетной длины.

D - начинается с 'a' или 'b', четной длины.

Слова из L очевидно лежат в L_1 . Слова из L лежат в L_2 , потому что на каждом этапе мы меняем четность и все корректно.